



**ГИА 9
2011**

**И. В. Яценко
А. В. Семенов
П. И. Захаров**

**Подготовка
к экзамену
по математике
ГИА 9**



МЦНМО

И. В. Яценко, А. В. Семенов, П. И. Захаров

**Подготовка
к экзамену по математике
ГИА 9 в 2011 году**

Методические рекомендации

Издательство МЦНМО
2011

УДК 373.167.1
ББК 22.141я721
Я97



Яценко И. В., Семенов А. В., Захаров П. И.
Я97 Подготовка к экзамену по математике ГИА 9 в 2011 году. Методические рекомендации. — М.: МЦНМО, 2011. — 208 с.

ISBN 978-5-94057-697-6

Книга написана по материалам лекций в Московском институте открытого образования Департамента образования г. Москвы. Авторский подход успешно используется при подготовке к экзамену с 2008 года во многих регионах РФ. Книга содержит материалы, которые помогут учителям организовать итоговое повторение и подготовку к экзамену по математике за курс основной школы (9 класс) в новой форме. Также книга является эффективным средством самоподготовки к экзамену.

ББК 22.141я721

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включен в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.

ISBN 978-94057-697-6

© Яценко И.В., Семенов А.В.,
Захаров П.И., 2011.
© МЦНМО, 2011.

Введение

Экзамен по математике ГИА 9 уже становится привычным для нашей школы наряду с экзаменами по алгебре за курс основной средней школы по вариантам в традиционной форме и по вариантам для математических и физико-математических классов. Содержание экзамена ГИА 9 постепенно совершенствуется. В соответствии с объявленным в 2009 году решением о проведении экзамена по математике, а не только по алгебре, в контрольно-измерительные материалы итоговой аттестации за курс основной школы по математике включены задания по статистике и вероятности, а с 2012 года¹ будут еще включены задания по геометрии.

Любой экзамен проверяет не только знания по предмету, но и умение читать и понимать прочитанное, внимательность, аккуратность в оформлении решений (запись ответов в бланк), умение проверять свои решения.

Если разобраться, то окажется, что к первой части экзамена в новой форме подготовиться несколько проще, чем к обычному экзамену, — неуверенность и пробелы в знаниях предмета можно попробовать компенсировать знанием особых приемов и хитростей, а также простой отработкой заданий определенного типа плюс небольшим везением при угадывании ответов.

Экзамен по алгебре за 9 класс традиционно проходит в мае.

В 2010 году были предложены две версии этого экзамена. Различие состояло в двух задачах по вероятности и статистике в первой части, поэтому в варианте с вероятностью и статистикой в первой части было 18 заданий, а в обычном — 16. Во вторых частях обеих версий было по 5 заданий. На выполнение всей работы отводилось 4 часа (240 минут). На выполнение первой части отводилось 90 минут² — после этого работы забирались, и выпускники имели возможность работать только с заданиями второй части. В 2011 году планируется только один вариант — с вероятностью и статистикой (на сайте Федерального института педагогических измерений опубликован такой демонстрационный вариант).

¹ В ряде регионов с 2011 года.

² Время выполнения первой части экзамена (60 или 90 мин) устанавливается региональным Управлением образования. В 2010 г. в Москве оно было установлено равным 90 мин.

Эта книга написана прежде всего для учителя. В ней есть анализ выполнения экзаменационной работы в 2010 году и методические рекомендации по предупреждению неуспешности. Процент выполнения конкретных экзаменационных задач позволит учителю объемнее увидеть проблему подготовки учащихся к экзамену и скорректировать подготовку, ориентируясь на своих учеников.

В книге есть рекомендации по организации подготовки учащихся к экзамену, комплект тематических заданий и диагностические работы. Особенностью книги является и то, что ученик может самостоятельно готовиться к итоговой аттестации за курс основной школы.

Первая часть обязательна для всех. Если первая часть выполнена на отметку «два», то вторая часть просто не проверяется и за экзамен выставляется двойка.

Задания первой части относятся к заданиям базового уровня по алгебре, статистике и теории вероятностей. Ко всем заданиям первой части не нужно подробно и аргументировано излагать решение — нужно только написать ответ или выбрать один из четырех предложенных вариантов.

Несколько слов об оформлении ответов к заданиям первой части:

- задания с выбором ответа: к заданию приводятся четыре варианта ответа, верный из них только один, и нужно обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу;
- задания с кратким ответом: в бланке дано поле, куда нужно записать полученный ответ, который может быть числом, промежутком, выражением или уравнением;
- на соответствие: например, системы неравенств обозначены буквами А, Б, В, а рисунки обозначены цифрами 1, 2, 3, и нужно вписать в приведенную таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Исправления в бланках допускаются. Если допущена ошибка при выборе ответа, то нужно зачеркнуть отмеченную и обвести кружком другую цифру. Если допущена ошибка при записи ответа, то надо зачеркнуть запись и рядом написать другой ответ.

Совет: на все вопросы по заполнению бланков есть ответы в инструкции по выполнению работы. Не надо бояться исправлять ответы в бланках.

При подготовке к экзамену ни в коем случае нельзя ориентироваться только на демонстрационный вариант и ограничиваться решением многочисленных его копий, поскольку реальный экзамен может от него отличаться. Разнообразие задач каждой позиции по содержанию и по форме записи ответа представлено в тематическом комплекте заданий. По каждой позиции комплекта даны подготовительные, тренировочные и зачетные задания. При успешном выполнении зачетных задач можно продвигаться дальше в подготовке к экзамену.

В 2008 году авторы этой книги предложили свою систему подготовки к экзамену по алгебре в новой форме. Предложенная система оказалась востребованной. Авторы получили положительные отзывы от методистов, учителей, родителей и учеников. Большинство критических замечаний учтено в данном пособии при подготовке к изданию.

Данная книга поможет ученикам лучше подготовиться к успешному решению заданий экзамена. Кроме того, за короткое время проработав эту книгу, можно существенно улучшить свои навыки при решении тестовых задач.

Подготовка к выполнению заданий второй части — это обычная подготовка к традиционному экзамену, поэтому в книге даны только несколько вариантов заданий второй части для тренировки.

Для удобства подготовки к первой части экзамена соответствующие разделы книги имитируют бланки ответов — они рассчитаны на вписывание ответов прямо на соответствующие страницы книги.

Особенности работы с заданиями первой части

- Для успешной сдачи экзамена необходимо выполнить установленное количество задач первой части (в 2010 году аттестационный порог соответствовал 8 решенным задачам).
- Задания даны в тестовой форме (выбор из четырех предложенных вариантов, установление соответствия или краткий ответ).
- Ограниченное время и много задач: 90 (или даже 60) минут и 18 задач.

- Непривычные формулировки ряда задач (с дополнительным логическим вопросом или непривычно сложные формулировки).

Решений задач первой части предъявлять не нужно, поэтому не надо оформлять решение подробно, как учили (нет времени, места, да и оценивается только ответ), но на черновике советуем писать все промежуточные выкладки, чтобы исключить ошибки.

Типичные ошибки при выполнении заданий первой части

- Невнимательное чтение условия (путаем наибольшее и наименьшее, что вынести в ответ и т. п.).
- Арифметические ошибки (в первую очередь работа с отрицательными числами и дробями).
- Элементарная невнимательность при переносе ответа в бланк.

Как с помощью этой книги организовать подготовку к выполнению заданий первой части экзамена

1. Предложите решить задания варианта экзамена 2010 года.
Проверьте ответы.
Отметьте задания, в которых получен неверный ответ.
Обратите внимание учащихся на решения заданий варианта, включая предостережения и советы, уделяя особое внимание тем задачам, в которых получен неверный ответ.
2. Предложите решить задания демонстрационного варианта экзамена 2011 года.
Проверьте ответы.
Отметьте задания, в которых получен неверный ответ.
Обратите внимание учащихся на решения заданий варианта, включая предостережения и советы, уделяя особое внимание тем задачам, в которых получен неверный ответ.
3. Предложите решить диагностическую работу 1.
Проверьте ответы.
Отметьте задания, в которых получен неверный ответ.

4. В разделе тематических заданий в первую очередь предложите выполнить задания, в которых получены неверные ответы.
Предложите выборочно решить задания других разделов.
5. Предложите решить диагностические работы 2–8. Обратите внимание учащихся на решения заданий работ, уделяя особое внимание тем задачам, в которых получен неверный ответ.
6. Предложите решить вариант 2009 года, сверяя ответы.

Как с помощью этой книги организовать подготовку к выполнению заданий второй части экзамена

Подготовка к решению заданий второй части экзамена в целом традиционна.

Предложите решить варианты комплектов заданий второй части.

Темы, задания по которым вызвали затруднения, следует повторить по традиционным учебникам или задачникам (например, по «Сборнику заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс» Л. В. Кузнецовой и др. или «Сборнику задач для подготовки и проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы» под ред. С. А. Шестакова).

Завершающая стадия подготовки

1. На завершающей стадии подготовки следует решить варианты 1 и 2 диагностической работы 2010 года в обстановке, максимально приближенной к экзаменационной.
Возьмите под особый контроль продолжительность выполнения тренировочной работы — 4 часа (из них первая часть не более 90 или 60 минут — в зависимости от региона).
Проверьте ответы.
2. Разберите, при необходимости, соответствующие тематические разделы из данной книги.

И помните, что подготовка и «натаскивание» к сдаче экзамена в тестовой форме не заменяют занятия математикой.

Итоговая аттестации по математике за курс основной школы (9 класс) в новой форме (ГИА 9)

В 2009–2010 учебном году 59 500 выпускников девятого класса образовательных учреждений г. Москвы сдавали экзамен по алгебре в новой форме.

Экзамен состоялся 28 мая 2010 года. Рассмотрим кратко итоги экзамена, и проанализируем текст работы.

Вариант экзаменационной работы состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй 5. В отличие от варианта прошлого года добавлены два задания по теории вероятностей и статистике. В вариант работы пока не включаются задания по геометрии, хотя есть алгебраические задания с геометрическим сюжетом. Полноценное включение заданий по геометрии в ГИА 9 планируется в 2012 году (в экспериментальном режиме в 2011 году). На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). На выполнение первой части отводится 90 минут (выпускник записывает ответы на бланке ответом 1М) — после этого бланки забираются, и выпускник имеет возможность работать только с заданиями второй части на других бланках.

Первая часть является обязательной для всех. Если первая часть выполнена на отметку «два» (учащийся не преодолел установленный порог), то вторая часть просто не проверяется, и за экзамен выставляется двойка.

Каждое задание первой части оценено в 1 балла, а «проходной» балл в 2010 году был — 8. Другими словами, 8 заданий из 16 должны быть во что бы то ни стало решены верно. На это важно обратить серьезное внимание при подготовке, причем не только «слабых», но и «сильных» учащихся, которые могут, выполнив значительную часть заданий Части 2, сделать много ошибок в Части 1 и получить неудовлетворительную оценку за экзамен.

При выполнении заданий первой части проверяются только ответы. Если к заданию приводятся четыре варианта ответов, то верный из них только один, и нужно обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу. Если не даны варианты ответов, то дано поле, куда нужно записать полученный ответ. В отличие от ЕГЭ, компьютер не используется при проверке заданий ГИА, поэтому в ответе может быть не только целое число или десятичная дробь, но и, например,

алгебраическое выражение.

*Схема перевода первичного балла в 5-балльную шкалу
отметок в 2010 года*

Общий балл	Выполнено менее 8 заданий в Части 1	При выполнении минимального критерия		
		8–14 баллов	15–21 баллов	22–34 баллов
Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»

*Полученные отметки учащимися образовательных
учреждений г. Москвы*

5	4	3	2
32,4 %	39,2 %	23,7 %	4,8 %

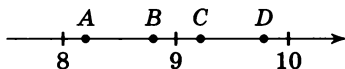
Вариант 2010 года

Часть 1

1. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырех планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше от Солнца?

Планета	Венера	Нептун	Уран	Юпитер
Расстояние (в км)	$1,082 \cdot 10^8$	$4,497 \cdot 10^9$	$2,871 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Венера 2) Нептун 3) Уран 4) Юпитер
2. Для приготовления отвара из лекарственных трав взяли цветки шалфея и ромашки в отношении 5 : 6. Сколько примерно процентов в этой смеси составляют цветки шалфея?
- 1) 55 % 2) 0,45 % 3) 83 % 4) 45 %
3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{85}$. Какая эта точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D
4. Найдите значение выражения $1,4x^3 - 2,6x^2 + 2$ при $x = -1$.

Ответ: _____

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x , при которых оно имеет смысл.

- A) $\frac{1}{x(x-1)}$ 1) $x \neq 1$
- B) $\frac{x}{x-1}$ 2) x — любое число
- B) $\frac{x-1}{2}$ 3) $x \neq 1$ и $x \neq 0$

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

6. Какое из следующих выражений равно произведению $25 \cdot 5^n$.

1) 5^{n+2}

2) 125^n

3) 5^{2n}

4) 25^n

7. Упростите выражение $\frac{b}{2a-2b} \cdot \frac{a^2-b^2}{4ab}$.

Ответ: _____

8. Какой из следующих квадратных трехчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 + 4x - 1$

3) $x^2 - 6x + 8$

2) $x^2 + 6x + 13$

4) $x^2 + 2x + 1$

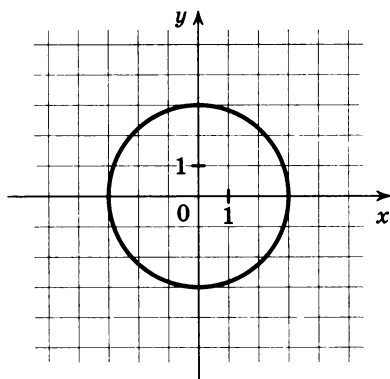
9. Решите уравнение $7 - 3(2x + 6) = -16x + 3$.

Ответ: _____

10. Прочитайте задачу: «Площадь прямоугольника равна 120 см^2 , при этом одна из сторон на 14 см больше другой. Чему равны стороны этого прямоугольника?»
Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину большей стороны.

Ответ: _____

11. Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 9$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.



1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 2 + x \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 4x \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 5 - x \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 3 \end{cases}$

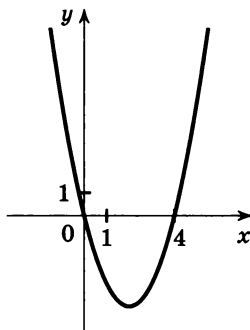
12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

$$\dots; -8; -2; x; -\frac{1}{8}; \dots$$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

Ответ: _____

13. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - 4x$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 < 4x$.



Ответ: _____

14. О числах a и b известно, что $a > b$. Какое из следующих неравенств **неверно**?

1) $a + 7 > b + 2$

3) $0,1a < 0,1b$

2) $4b - 1 < 4a - 1$

4) $-\frac{3}{8}a < -\frac{3}{8}b$

15. Функции заданы формулами:

А) $y = x^2 + 2x$ Б) $y = -\frac{7}{x}$

В) $y = x^2 - 5x$ Г) $y = 4x - 7$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

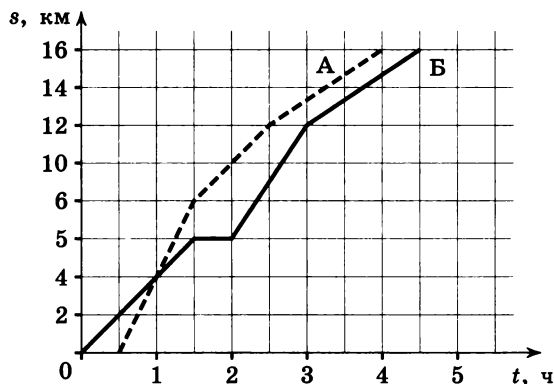
1) А, В

2) Б, В

3) А, Г

4) А, В, Г

16. Две группы туристов — А и Б — вышли с турбазы «Южная» и прошли по одному и тому же маршруту до турбазы «Северная». На рисунке изображены графики их движения. Какая из двух групп прошла маршрут быстрее и на сколько часов?



Ответ: _____

17. Из 1200 чистых компакт-дисков в среднем 72 не пригодны для записи. Какова вероятность того, что случайно выбранный диск пригоден для записи?

Ответ: _____

18. Записана стоимость (в рублях) глазированных сырков «Неженка» в магазинах микрорайона: 16, 22, 25, 33, 14, 17, 20. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

Часть 2

Для ответов на задания 19–23 используйте бланк ответов № 2. Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

19. Решите уравнение $\frac{x+4}{x-5} + \frac{x}{x+5} = \frac{50}{x^2-25}$.

20. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-30; -8)$ и $B(35; 5)$. В какой точке эта прямая пересекает ось y ?
21. Сократите дробь $\frac{4a^2 - 4b^2 + b - a}{1 - 4b - 4a}$.
22. Яблоки подешевели на 20 %. Сколько яблок можно купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2,8 кг?
23. При каких значениях p прямая $y = p$ имеет три общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x(x - 4), & \text{если } x \geq 0, \\ x(4 - x), & \text{если } x < 0? \end{cases}$$

Анализ выполнения заданий экзаменационной работы

Первая часть экзаменационной работы была направлена на проверку овладения выпускниками IX классов содержанием курса на базовом уровне и содержала 18 заданий с выбором ответа и с кратким ответом.

Номер задания	Проверяемые элементы математической подготовки	Процент выполнения
1	Запись чисел в стандартном виде	95 %
2	Проценты	81 %
3	Изображение чисел точками на координатной прямой	95 %
4	Числовое значение буквенного выражения	86 %
5	Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения	88 %
6	Степень с натуральным показателем	72 %
7	Выполнение действий с алгебраическими дробями	78 %
8	Разложение квадратного трехчлена на линейные множители	84 %
9	Преобразования алгебраических выражений. Решение линейных уравнений	85 %
10	Переход от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической. Составление уравнения по условию текстовой задачи	68 %
11	Графическая интерпретация решения системы уравнений с двумя переменными	80 %
12	Геометрическая прогрессия. Формулы общего члена геометрической прогрессии	79 %
13	Квадратные неравенства с одной переменной. Квадратичная функция	66 %
14	Числовые неравенства и их свойства	86 %
15	График функции	83 %
16	Примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы	46 %
17	Частота события, вероятность	64 %
18	Среднее результатов измерений	73 %

Вторая часть экзаменационной работы содержала пять заданий из различных разделов математики, расположенных по нарастанию сложности. Задания подобраны таким образом, что позволяют проверить степень владения учащимися формально-оперативным аппаратом, способности к интеграции знаний из различных тем курса математики, умения найти и применить нестандартные приемы решения. При выполнении второй части работы учащиеся должны были математически грамотно записать решение, из которого был бы понятен ход рассуждений учащегося. При этом никаких специальных требований к подробности и оформлению решения не выдвигалось.

Номер задания	Проверяемые элементы математической подготовки	Процент выполнения
19	Решение дробно-рациональных уравнений	61 %
20	Уравнение прямой	28 %
21	Алгебраические дроби. Сокращение дробей	31 %
22	Решение текстовой задачи алгебраическим или арифметическим способом	25 %
23	Построение графика функции на предложенных промежутках	18 %

Исходя из анализа результатов ГИА прошлого года, вариантов, предлагаемых на экзамене, опыта работы учителей, участвующих в эксперименте в течение всего срока его проведения, и личного опыта подготовки к экзаменам и просто обучения математике, были сформулированы некоторые рекомендации, которые могли бы помочь качественной подготовке учащихся к экзамену и успешной его сдаче.

Основной тенденцией этих рекомендаций было не только выработка четких алгоритмов решения стандартных заданий, но и приведение нестандартно сформулированных заданий к стандартным, т. е. умение одно и то же условие сформулировать разными способами, один из которых подчинялся изученному алгоритму.

Так задание № 10, цель которого проверить умение перехода от словесной формулировки к соотношению между величинами, у учащихся ассоциируется с заданием решить задачу с помощью уравнения; именно поэтому в ответе вместо уравнения был записан:

- а) числовой ответ, возможно, правильный;
- б) уравнение (возможно, правильное), которое просто соответствовало задаче, но не тем требованиям, которые, предъявлялись условием: учащиеся шли наиболее простым и отработанным путем: за « x » обозначали меньшую величину (как учили).

При отработке программного материала и особенно при подготовке к экзамену необходимо варьировать заданиями:

- а) составьте несколько уравнений к задаче, принимая за неизвестную различные величины;
- б) составьте уравнение, принимая за неизвестную конкретную величину;
- в) придумайте задачу, соответствующую данному уравнению;
- г) придумайте задачу, соответствующую нескольким уравнениям;
- д) выразите из уравнения неизвестную.

Важно, чтобы ученик внимательно читал условие, понимал, что он должен сделать, и, выполнив задание, обязательно написал ответ, сверив его с вопросом, который стоял в задании.

Задание № 8, связанное с разложением квадратного трехчлена на множители, так же вызвало трудности в связи с нестандартной формулировкой. Учителя на уроках стараются решить как можно больше примеров, где это разложение присутствует, причем в условии обычно дается квадратный трехчлен со старшим коэффициентом, отличным от единицы, и дробными корнями, и здесь существует достаточно прочный навык, а вот вопрос о невозможности разложения остается без должного внимания. Но, оказывается, он очевиден далеко не для всех учащихся.

При изучении программного материала необходимо включать задания:

- а) разложите на множители квадратный трехчлен (если $D > 0$, $D = 0$, $D < 0$);
- б) можно ли трехчлен разложить на множители;
- в) приведите примеры квадратных трехчленов, которые можно разложить на два различных множителя, на два одинаковых множителя, нельзя разложить на множители;
- г) как связано понятие дискриминанта и разложения трехчлена на множители;

д) необходимо раскладывать на множители неполные квадратные трехчлены (например, со вторым коэффициентом равным нулю).

Тема «Функция, график функции» — одна из наиболее трудных тем, поэтому задания по этой теме должны часто присутствовать уроках:

а) по графику произвольной функции укажите ординату, соответствующую данной абсциссе, и наоборот; укажите при каких значениях x функция принимает положительные значения, равна нулю, принимает отрицательные значения; график пересекает ось абсцисс, ось ординат;

б) нарисуйте схематично график функции по следующим параметрам...;

в) по графику линейной, квадратичной функций, функции обратной пропорциональности выполните задания пунктов а), б), определите знаки коэффициентов;

г) нарисуйте схематично график элементарной функции, зная знаки ее коэффициентов.

д) используя график функции, решите уравнения $f(x) = 0$, $f(x) = a$, неравенства $f(x) > 0$, $f(x) > a$ ($f(x) < 0$, $f(x) < a$);

е) нарисуйте схематично график функции, соответствующей уравнению или неравенству;

ж) нарисуйте схематично график функции, заданной на ограниченном множестве;

з) нарисуйте схематично график функции, множество значений которой интервал;

и) нарисуйте схематично график функции, множество значений которой число.

Больше заданий должно быть показывающих роль функций при решении уравнений и неравенств, систем уравнений.

Именно отсутствие взаимосвязи между темами привело к достаточно низкому выполнению заданий № 13, № 23. Так в задании № 13 выработан навык решения неравенства с помощью метода интервалов, но не с помощью графика функции. А в задании № 23 график функции строится достаточно редко на уроках и исследование сколько раз функция принимает одно и то же значение проводится еще реже. Учащиеся могли бы решать это задание аналитически, если бы у них было более четкое видение связи между пересечением графиков функций и количеством корней уравнений или системы, состоящей из уравнения и неравенства.

Малое количество заданий типа № 16 и ему обратных (по тексту или таблице нарисуйте график зависимости одной величины от другой), большие временные затраты на их подготовку и выполнение учащимися — причина достаточно низкого выполнения такого рода заданий. И опять внимательное чтение задания, а после его выполнения, еще раз чтение вопроса и запись ответа. Чтение вопроса задания после его выполнения — это дополнительный контроль на все ли вопросы, поставленные в задании, даны ответы.

Задания с кратким ответом, имеющие несколько вопросов, всегда решаются хуже, так как ученик может забыть написать один из ответов, что влечет за собой нулевой балл даже при верно записанных остальных.

Задание № 20 в основном было выполнено учащимися, трудность вызвала последняя часть задания (точки пересечения с осями). Такой низкий балл обусловлен выбранной системой оценивания (модель № 1) и различной трактовкой примечания к критериям экспертами.

Ошибок в этом задании, как в прочем и в заданиях, связанных с решением уравнений и неравенств было бы меньше, если бы выполнялась элементарная проверка. Где-то она как дополнительная уверенность в правильности решения, а вот в № 19 — она необходима, ученик должен помнить, что знаменатель — это всегда опасно и следить за этим.

Задания № 7 и № 21 вызывают трудность у основной массы учащихся, только постоянные упражнения и отработка могут привести к высокому показателю. Ученик не всегда понимает, работая с переменными, почему нельзя сократить или перемножить степени с разными основаниями.

Демонстрационный вариант 2011 года

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй — 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено, по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать в экзаменационной работе только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1~~ 26

2) 20

③ 15

4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = 12$~~ $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Правильный ответ в зависимости от сложности каждого задания оценивается одним или несколькими баллами. Баллы, полученные вами за все выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Часть 1

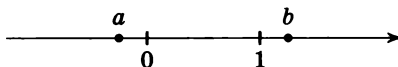
1. Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $5,06 \cdot 10^2$ км² 3) $5,06 \cdot 10^4$ км²
2) $5,06 \cdot 10^3$ км² 4) $5,06 \cdot 10^5$ км²

2. Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

- 1) 0,37 % 2) 27 % 3) 37 % 4) 2,7 %

3. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, 1 2) 1, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$ 3) $\frac{1}{a}$, 1, $\frac{1}{b}$ 4) $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$, 1

4. Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$.

Ответ: _____

5. Из формулы периода обращения $T = \frac{t}{N}$ выразите время вращения t .

Ответ: _____

6. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 4)(x - 2)$?

- 1) $(x - 4)(2 - x)$ 3) $(4 - x)(x - 2)$
2) $-(x - 4)(2 - x)$ 4) $-(4 - x)(2 - x)$

7. Представьте выражение $6m + \frac{3 - 7m^2}{m}$ в виде дроби.

Ответ: _____

8. Какое из данных выражений не равно выражению $\frac{\sqrt{20}}{3}$?

1) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

2) $\frac{20}{3\sqrt{20}}$

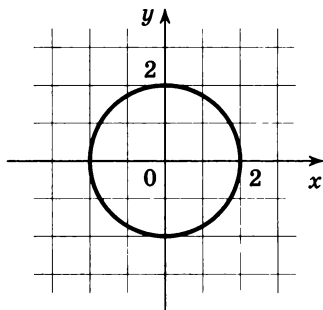
3) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$

4) $\sqrt{\frac{20}{3}}$

9. Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

Ответ: _____

10. Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x \end{cases}$

1) система имеет одно решение

Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}$

2) система имеет два решения

В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

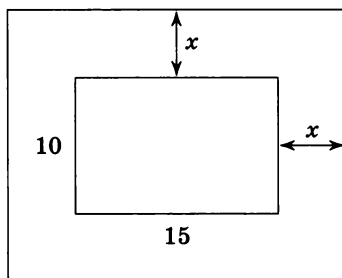
3) система не имеет решений

Запишите в таблицу выбранные цифры.

Ответ:

А	Б	В

11. Прочитайте задачу: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»



Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$
 - 2) $(10 + x)(15 + x) = 500$
 - 3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$
 - 4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$
12. Решите неравенство $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$.
- Ответ: _____
13. При каких значениях x верно неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$?
- Ответ: _____
14. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} < 0$.

1) $a_n = 2n$

3) $a_n = -2n + 100$

2) $a_n = -2n + 50$

4) $a_n = 2n - 100$

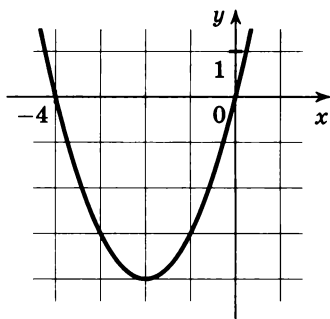
15. График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + 4$

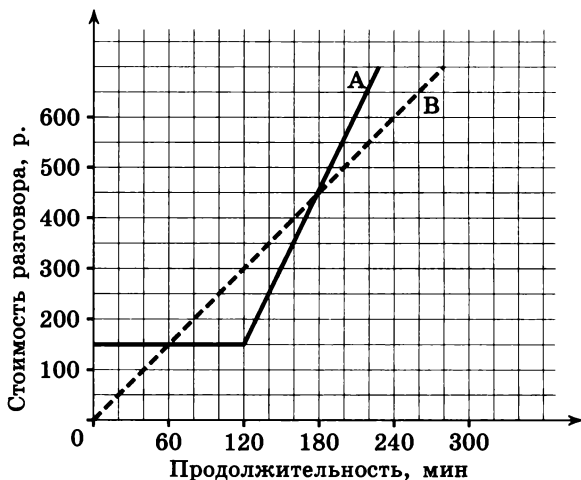
2) $y = x^2 + 4x$

3) $y = -x^2 - 4x$

4) $y = -x^2 - 4$



16. Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: _____

17. На 1000 электрических лампочек в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Ответ: _____

18. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19. Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.
20. Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.
21. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.
22. Прямая $2x + 3y = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .
23. Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение заданий первой части. Предостережения. Советы

1. Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $5,06 \cdot 10^2 \text{ км}^2$

3) $5,06 \cdot 10^4 \text{ км}^2$

2) $5,06 \cdot 10^3 \text{ км}^2$

4) $5,06 \cdot 10^5 \text{ км}^2$

Решение. Запишем числа в стандартном виде: 506 тыс. = $= 5,06 \cdot 10^2 \cdot 10^3$.

Выполним действия:

$$5,06 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 5,06 \cdot 10^{2+3} = 5,06 \cdot 10^5.$$

Ответ: 4.

Другое решение. Все числа запишем в нормальном виде:
506 тыс. = 506 000.

1) 506;

2) 5060;

3) 50600;

4) 506 000.

Предостережение. Обратите внимание на единицы измерения: в условии «тыс. км²», а в ответе «км²», следовательно, «тыс.» относится к числу.

Не старайтесь «в уме» выполнять действия со степенями, в этой задаче опасно проводить простую «прикидку».

Совет. Обязательно запишите решение на черновике.

Постарайтесь проверить полученный ответ, возможно, решив задачу другим способом.

2. Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

1) 0,37 %

2) 27 %

3) 37 %

4) 2,7 %

Решение. Найдем сколько процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях: $\frac{22}{59} \cdot 100\% \approx 37\%$.

Ответ: 3.

Другие решения. В этой задаче модно сделать «прикидку»: 22 человек из 59 — это меньше половины, но больше трети. Только один из предложенных вариантов ответа (37 %) удовлетворяет этому условию.

Или по другому.

10 % (десятая часть) от 59 — это приблизительно 6 человек;

20 % от 59 — это приблизительно 12 человек;

30 % от 59 — это приблизительно 18 человек;

40 % от 59 — это приблизительно 24 человека.

Следовательно, число 22 находится между 18 и 24, т. е. попадает в промежуток от 30 % до 40 %. В ответе есть только одно число из этого промежутка.

Или по другому.

1) 0,37 % от 59: $59 \cdot 0,0037 \approx 0,21$ — не удовлетворяет условию;

2) 27 % от 59: $59 \cdot 0,27 \approx 16$ — не удовлетворяет условию;

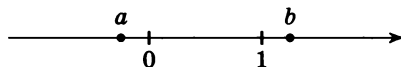
3) 37 % от 59: $59 \cdot 0,37 \approx 22$ — удовлетворяет условию;

4) 2,7 % от 59: $59 \cdot 0,027 \approx 2$ — не удовлетворяет условию.

Предостережение. Обратите внимание на то, что в условии даны проценты, а не доли числа.

Совет. Обязательно все вычисления запишите на черновике. Постарайтесь проверить полученный ответ, возможно, решив задачу другим способом.

3. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



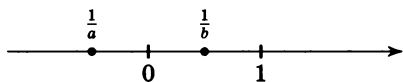
1) $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, 1

2) 1, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$

3) $\frac{1}{a}$, 1, $\frac{1}{b}$

4) $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$, 1

Решение. $a < 0$, следовательно, $\frac{1}{a} < 0$, $b > 1$, следовательно, $0 < \frac{1}{b} < 1$.



$\frac{1}{a}$ — отрицательное число, $\frac{1}{b}$ — число из промежутка от 0 до 1.

Ответ: 1.

Другое решение. Предположим, что $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{2}$, тогда $\frac{1}{a} = -2$, $\frac{1}{b} = \frac{2}{3}$.

В порядке возрастания: -2 ; $\frac{2}{3}$; 1, т. е. $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, 1.

Предостережение. Обратите внимание на вопрос задания: в порядке возрастания.

Совет. Обязательно запишите решение на черновике.

Постарайтесь проверить полученный ответ, возможно, решив задачу другим способом.

4. Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$.

Решение. Подставим значения переменной в выражение и выполним действия:

$$\frac{1^4}{4} + \frac{1^3}{3} - 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} - 1 = \frac{7}{12} - \frac{12}{12} = -\frac{5}{12}.$$

Ответ: $-\frac{5}{12}$.

Предостережение. Не всегда преобразование алгебраического выражения упрощает вычисление, например в этом задании:

$$\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1 = \frac{3x^4 + 4x^3 - 12}{12}.$$

На эффективность предварительных преобразований обычно указывает более сложный вид выражения, и «неудобное» значение переменной.

Совет. Обязательно запишите решение на черновике.

5. Из формулы периода обращения $T = \frac{t}{N}$ выразите время вращения t .

Решение.

$$T = \frac{t}{N}, \quad \frac{t}{N} = T, \quad t = NT.$$

Ответ: $t = NT$.

Другие решения. Запишем выражение $T = \frac{t}{N}$ в виде пропорции $\frac{T}{1} = \frac{t}{N}$. Используя основное свойство пропорции, получим $t = NT$.

Возможная проверка: зададим значения переменных: $t = 100$; $N = 5$, тогда из формулы получим: $T = 20$.

Предостережение. Не старайтесь припоминать, как выражали одну переменную через другие на уроках физики, постарайтесь решить поставленную задачу.

Совет. Обязательно запишите решение на черновике.

Постарайтесь проверить полученный ответ, возможно, решив задачу другим способом.

6. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 4)(x - 2)$?

1) $(x - 4)(2 - x)$

3) $(4 - x)(x - 2)$

2) $-(x - 4)(2 - x)$

4) $-(4 - x)(2 - x)$

Решение.

1) Вынесем «минус» из второй скобки: $(x - 4)(2 - x) = -(x - 4)(x - 2)$ — не удовлетворяет условию.

2) Внесем «минус» во вторую скобку: $-(x-4)(2-x) = (x-4)(x-2)$ — удовлетворяет условию.

3) Вынесем «минус» из первой скобки: $(4-x)(x-2) = -(x-4)(x-2)$ — не удовлетворяет условию.

4) Вынесем «минус» из двух скобок: $-(4-x)(2-x) = -(x-4)(x-2)$ — не удовлетворяет условию.

Ответ: 2.

Другие решения. Возьмем какое-нибудь значение переменной, например, $x = 3$.

При $x = 3$ выражение $(x-4)(x-2)$ принимает значение $(3-4)(3-2) = -1$.

1) При $x = 3$ выражение $(x-4)(2-x)$ принимает значение $(3-4)(2-3) = 1$ — отличается от значения выражения, данного в условии.

2) При $x = 3$ выражение $-(x-4)(2-x)$ принимает значение $-(3-4)(2-3) = -1$ — совпадает со значением выражения, данного в условии.

3) При $x = 3$ выражение $(4-x)(x-2)$ принимает значение $(4-3)(3-2) = 1$ — отличается от значения выражения, данного в условии.

4) При $x = 3$ выражение $-(4-x)(2-x)$ принимает значение $-(4-3)(2-3) = 1$ — отличается от значения выражения, данного в условии.

Если, при подстановке одного значения остается несколько возможных вариантов, нужно попробовать подставить другое значение переменной.

Раскроем скобки во всех выражениях.

Условие: $(x-4)(x-2) = x^2 - 6x + 8$.

1) $(x-4)(2-x) = -x^2 + 6x - 8$ — отличается от многочлена, данного в условии.

2) $-(x-4)(2-x) = x^2 - 6x + 8$ — совпадает с многочленом, данным в условии.

3) $(4-x)(x-2) = -x^2 + 6x - 8$ — отличается от многочлена, данного в условии.

4) $-(4-x)(2-x) = x^2 - 6x + 8$ — отличается от многочлена, данного в условии.

Предостережение. Не пытайтесь выполнять действия в уме.

Совет. Попробуйте выполнить задание разными способами: раскрытием скобок и подстановкой конкретных значений переменных.

При подстановке конкретных значений переменных обязательно проверьте все равенства.

Обязательно запишите на черновике все действия.

7. Представьте выражение $6t + \frac{3 - 7t^2}{t}$ в виде дроби.

Решение.

$$6t + \frac{3 - 7t^2}{t} = \frac{6t^2}{t} + \frac{3 - 7t^2}{t} = \frac{6t^2 + 3 - 7t^2}{t} = \frac{-t^2 + 3}{t}.$$

Ответ: $\frac{-t^2 + 3}{t}$.

Предостережение. Не придумывайте своих правил сложения дробей.

Совет. Обязательно запишите решение на черновике.

Проверьте полученный ответ подстановкой конкретных значений переменной: $6t + \frac{3 - 7t^2}{t} = \frac{-t^2 + 3}{t}$, например, при $t = 2$.

8. Какое из данных выражений не равно выражению $\frac{\sqrt{20}}{3}$?

1) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

2) $\frac{20}{3\sqrt{20}}$

3) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$

4) $\sqrt{\frac{20}{3}}$

Решение. 1) $\frac{2\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{4}\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{20}}{3}$ — совпадает с данным выражением.

2) $\frac{20}{3\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{20^2}}{3\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{20}}{3}$ — совпадает с данным выражением.

3) $\frac{10}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{100}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{20}}{3}$ — совпадает с данным выражением.

4) $\sqrt{\frac{20}{3}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{3}}$ — не совпадает с данным выражением.

Ответ: 4.

Предостережение. Типичный ошибочный ответ: 1 (выражение под цифрой 1 совпадает с данным выражением, а вопрос был про несовпадение(!), дальнейшие выражения не проверены).

Особо обращайтесь внимание на выделения жирным шрифтом.

Совет. Никогда не останавливайтесь на проверке только одного возможного ответа — если проверять, то все.

Решение записывайте подробно на черновике.

9. Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

Решение. $x^2 + 7x - 18 = 0$, $D = b^2 - 4ac$,

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121 = 11^2, \quad \sqrt{D} = 11.$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} : \quad x_1 = \frac{-7 - 11}{2} = -9, \quad x_2 = \frac{-7 + 11}{2} = 2.$$

Ответ: -9 ; 2 .

Другое решение. Подберем два числа, произведение которых равно -18 , а сумма равна -7 .

Числа -9 и 2 удовлетворяют этим условиям.

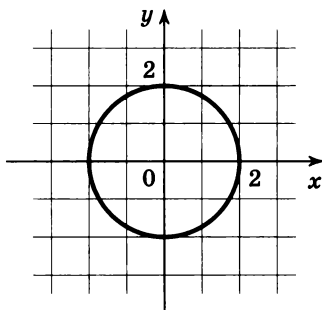
Предостережение. Не решайте уравнение в уме.

При решении приведенного квадратного уравнения с использованием теоремы Виета, помните, что сумма корней равна «минус» коэффициенту при x , и следите за знаками корней.

Совет. Запишите формулу дискриминанта и формулу корней квадратного уравнения.

Обязательно проверьте найденные корни квадратного уравнения подстановкой или с помощью теоремы Виета.

10. Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x \end{cases}$

1) система имеет одно решение

Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}$

2) система имеет два решения

В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

3) система не имеет решений

Запишите в таблицу выбранные цифры.

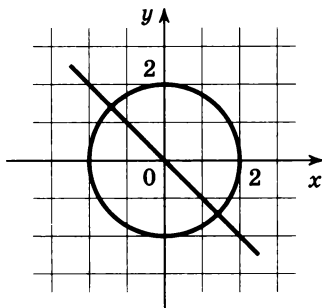
Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Решение. Использование рисунка означает построить графики уравнений и посмотреть сколько общих точек у графиков.

А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -x. \end{cases}$

Первое уравнение задает окружность с центром в начале координат и радиусом 2 (изображено на рисунке

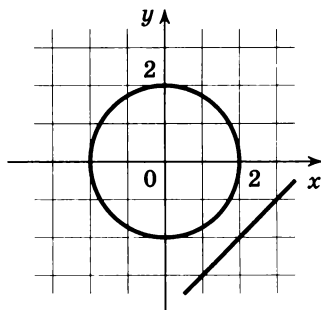


ке). Второе уравнение задает прямую, проходящую через начало координат и точку $(1; -1)$.

Прямая и окружность имеют две общие точки, следовательно, система уравнений имеет два решения.

$$\text{Б)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x - 4. \end{cases}$$

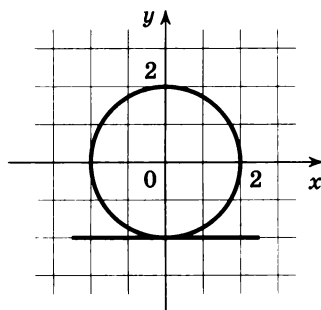
Первое уравнение задает окружность с центром в начале координат и радиусом 2 (изображено на рисунке). Второе уравнение задает прямую, проходящую через точки $(0; -4)$ и $(2; 2)$.



Прямая и окружность не имеют общих точек, следовательно, система уравнений не имеет решений.

$$\text{В)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -2. \end{cases}$$

Первое уравнение задает окружность с центром в начале координат и радиусом 2 (изображено на рисунке). Второе уравнение задает прямую, параллельную оси абсцисс и проходящую через точку $(0; -2)$.



Прямая и окружность имеют одну общую точку, следовательно, система уравнений имеет одно решение.

Ответ: 231.

Другое решение. В условии есть прямое указание на использование рисунка при решении, а ответ нужно дать только в виде соответствия (решение не предъявляется), поэтому, если ответ будет получен другим путем, то это никак не скажется на оценке.

Решим системы уравнений.

$$\text{А)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -x. \end{cases}$$

Решим способом подстановкой: $x^2 + (-x)^2 = 4$, $x^2 = 2$: $x = \sqrt{2}$ или $x = -\sqrt{2}$. При $x = \sqrt{2}$ $y = -\sqrt{2}$, при $x = -\sqrt{2}$ $y = \sqrt{2}$, т. е. система уравнений имеет два решения.

$$\text{Б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x - 4. \end{cases}$$

Решим способом подстановкой: $x^2 + (x - 4)^2 = 4$, $x^2 - 4x + 6 = 0$: $D < 0$, следовательно, уравнение не имеет действительных корней. Система уравнений не имеет решений.

$$\text{В) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -2. \end{cases}$$

Решим способом подстановкой: $x^2 + (-2)^2 = 4$, $x^2 = 0$: $x = 0$. При $x = 0$ $y = -2$. Система уравнений имеет одно решение.

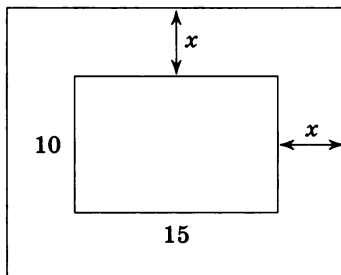
Предостережение. Выполните задание полностью: обязательно рассмотрите все системы уравнений.

Совет. Изобразите соответствие графически в условии, соединяя линией систему с соответствующим утверждением, а потом аккуратно перенесите ответ в таблицу. Все решения запишите на черновике. Запишите ответ в нужной форме.

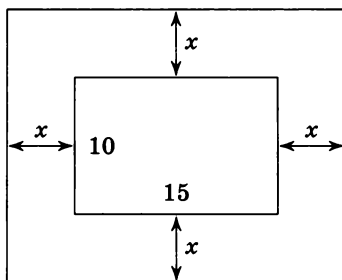
11. Прочитайте задачу: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$
- 2) $(10 + x)(15 + x) = 500$
- 3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$
- 4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



Решение. Дополним рисунок указанием ширины окантовки со всех сторон фотографии.



Длина полученного прямоугольника $15 + 2x$ см, а ширина $10 + 2x$ см. Площадь прямоугольника $(15 + 2x)(10 + 2x)$ равна 500.

Ответ: 1.

Другое решение. Решим каждое уравнение и проверим выполнение условия задачи.

1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$; $4x^2 + 50x - 350 = 0$; положительный корень: 5. Длина прямоугольника 25, ширина 20, тогда площадь равна 500. Условие задачи выполняется.

2) $(10 + x)(15 + x) = 500$, $x^2 + 25x - 350 = 0$; положительный корень: 10. Длина прямоугольника 35, ширина 30, тогда площадь равна 1050. Условие задачи не выполняется.

3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$; $50x - 350 = 0$; корень: 7. Длина прямоугольника 29, ширина 24, тогда площадь равна 696. Условие задачи не выполняется.

4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$; $x^2 + 20x - 175 = 0$; положительный корень: $\sqrt{275} - 10$. Длина прямоугольника $2\sqrt{275} - 5$, ширина $2\sqrt{275} - 10$, тогда площадь будет числом иррациональным. Условие задачи не выполняется.

Предостережение. На рисунке могут быть нанесены не все данные.

Совет. Нанесите на рисунок все данные. Все решение запишите на черновике. Дайте ответ на поставленный вопрос.

12. Решите неравенство $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$.

Решение. Постарайтесь полностью выполнить правила решения линейного неравенства:

- 1) раскрыть скобки;
- 2) перенести все выражения с переменной в левую часть неравенства, следя за знаками, числа — в правую;
- 3) привести подобные слагаемые в обеих частях;
- 4) получить значение переменной, разделив обе части неравенства на коэффициент при переменной, помня, что при делении на положительное число знак неравенства сохраняется, а при делении на отрицательное — знак меняется.

$$20 - 3(x + 5) < 1 - 7x,$$

$$20 - 3x - 15 < 1 - 7x,$$

$$7x - 3x < 1 - 20 + 15,$$

$$4x < -4,$$

$$x < -1.$$

Ответ: $x < -1$.

Предостережение. Не забудьте, что при делении обеих частей неравенства на отрицательное число знак неравенства меняется.

Не ошибитесь при раскрытии скобок.

Не ошибитесь при переносе выражения из одной части неравенства в другую.

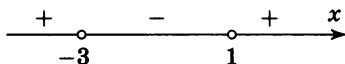
Совет. Не выполняйте сразу несколько действий в уме! При возможности нужно рассмотреть и другое решение. Все решение запишите на черновике.

13. При каких значениях x верно неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$?

Решение. Разложим левую часть на множители:

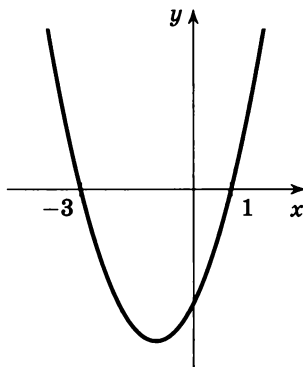
$$x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3).$$

Решим неравенство $(x - 1)(x + 3) < 0$ методом интервалов.



Ответ: $(-3; 1)$.

Другое решение. Решим неравенство, используя график квадратичной функции $y = x^2 + 2x - 3$.



Ветви параболы направлены вверх, нули функции: $x = -3$, $x = 1$. $y < 0$ при $x \in (-3; 1)$. Следовательно, $x^2 + 2x - 3 < 0$ при $x \in (-3; 1)$.

Предостережение. Возможны ошибки при выборе интервала.

Совет. Выбирайте тот способ решения, в котором вы уверены. Если уже выбрали ответ, то из каждого промежутка выберите контрольную точку и проверьте верность неравенства.

Все решение запишите на черновике.

14. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} < 0$.

1) $a_n = 2n$

3) $a_n = -2n + 100$

2) $a_n = -2n + 50$

4) $a_n = 2n - 100$

Решение. 1) $a_{25} = 2 \cdot 25 = 50$ — не выполняется условие $a_{25} < 0$.

2) $a_{25} = -2 \cdot 25 + 50 = 0$ — не выполняется условие $a_{25} < 0$.

3) $a_{25} = -2 \cdot 25 + 100 = 50$ — не выполняется условие $a_{25} < 0$.

4) $a_{25} = 2 \cdot 25 - 100 = -50$ — выполняется условие $a_{25} < 0$.

Ответ: 4.

Предостережение. Возможны вычислительные ошибки.

Название числовой последовательности может не использоваться.

Не пытайтесь выполнять прикидку, ориентируясь только на знак разности прогрессии.

Совет. Все решение запишите на черновике.

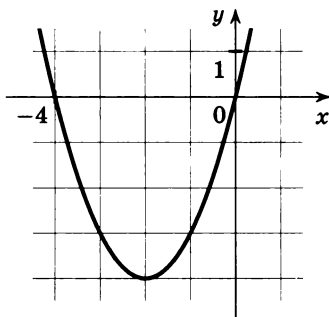
15. График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + 4$

2) $y = x^2 + 4x$

3) $y = -x^2 - 4x$

4) $y = -x^2 - 4$



Решение. В ответах даны квадратичные функции, на рисунке изображена парабола. Для параболы мы легко можем определить направление ветвей (знак старшего коэффициента) и точки пересечения с осью абсцисс (нули функции).

По рисунку определяем: ветви направлены вверх — старший коэффициент положительный; нули: $x = -4$, $x = 0$.

1) $y = x^2 + 4$ — старший коэффициент положительный, нулей нет — не удовлетворяет условию.

2) $y = x^2 + 4x$ — старший коэффициент положительный; нули: $x = -4$, $x = 0$ — удовлетворяет условию.

3) $y = -x^2 - 4x$ — старший коэффициент отрицательный — не удовлетворяет условию.

4) $y = -x^2 - 4$ — старший коэффициент отрицательный — не удовлетворяет условию.

Ответ: 2.

Другие решения. 1) $y = x^2 + 4$. При $x = 0$ $y = 4$, а график проходит через точку $(0; 0)$ — не удовлетворяет условию.

2) $y = x^2 + 4x$. При $x = 0$ $y = 0$ и график проходит через точку $(0; 0)$. При $x = -1$ $y = -3$ и график проходит через точку с такими координатами. При $x = -2$ $y = -4$ и график проходит через точку с такими координатами. Похоже, что на рисунке график этой функции.

3) $y = -x^2 - 4x$. При $x = 0$ $y = 0$ и график проходит через точку $(0; 0)$. При $x = -1$ $y = 3$, а график проходит через $(-1; -3)$ — не удовлетворяет условию.

4) $y = -x^2 - 4$. При $x = 0$ $y = -4$, а график проходит через точку $(0; 0)$ — не удовлетворяет условию.

Получилось, что только у второй функции не найдено расхождений с графиком.

Самая трудоемкая работа — по координатам трех точек найти коэффициенты квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.

Заметим, что

- $y(0) = c$;
- если x_1 и x_2 — нули функции $y = ax^2 + bx + c$ (абсциссы точек пересечения графика функции с осью абсцисс), то $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ и $x_в = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

Для этой функции удобно взять точки пересечения графика функции с осями: $(-4; 0)$; $(0; 0)$ и дополнительную точку $(-2; -4)$.

Нули функции: $x_1 = -4$, $x_2 = 0$, т. е.

$$y = a(x + 4)x, \quad y = ax^2 + 4ax.$$

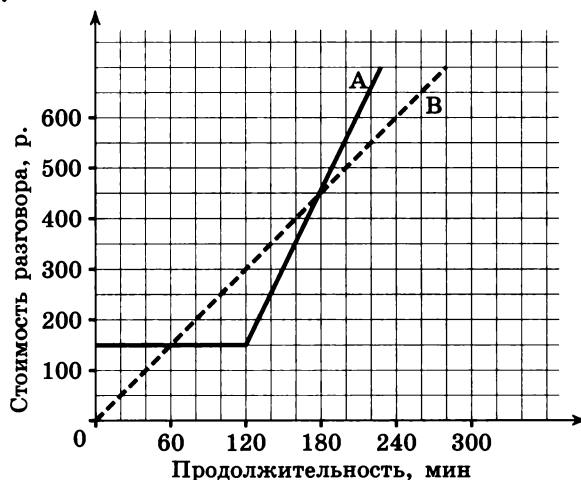
$y(-2) = -4$, следовательно, $4a - 8a = -4$, получим $a = 1$, откуда $y = x^2 + 4x$.

Также бывает полезно знать, что значение функции в точке 1, равно сумме коэффициентов.

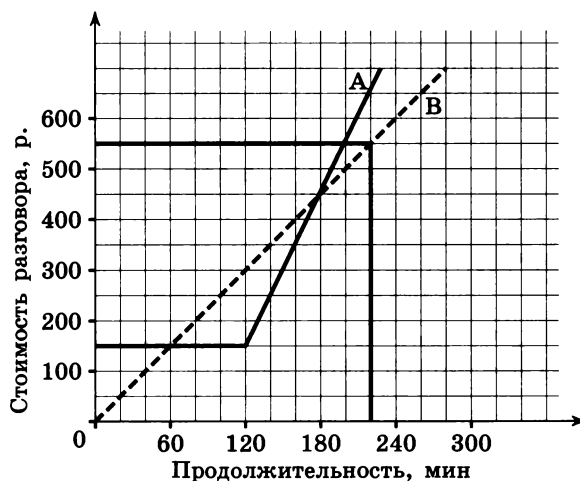
Предостережение. Не старайтесь «подбирать» функцию по одной контрольной точке.

Совет. Можно использовать любой способ решения. Найдите способ проверки полученного ответа, используя другой подход к поиску ответа.

16. Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Решение. Определим цену деления по горизонтальной оси. Три деления соответствуют 60 минутам, следовательно, одно деление соответствует 20 минутам.



Определим цену деления по вертикальной оси. Два деления соответствуют 100 р., следовательно, одно деление соответствует 50 р.

Вопрос задан для тарифа В. Нужно от деления 550 по вертикальной оси провести горизонтальную прямую до линии, соответствующей тарифу В, затем от полученной точки нужно провести вертикальную прямую до пересечения с горизонтальной осью. Получили 220 мин.

Ответ: 220.

Предостережение. По такому графику можно задать много вопросов — отвечайте на поставленный вопрос.

Совет. Если нужно, то проведите горизонтальные прямые через точки указанные точки вертикальной оси. Обязательно получатся точки пересечения, расположенные в вершинах квадратиков. Не забывайте о цене деления по горизонтальной оси. Прочитав графики, внимательно прочитайте вопрос задания и дайте ответ на поставленный вопрос.

17. На 1000 электрических лампочек в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Решение. Нормальных лампочек $1000 - 5 = 995$ штук, тогда вероятность вытащить исправную лампочку

$$\frac{995}{1000} = 0,995.$$

Ответ: 0,995.

Предостережение. Прочитайте вопрос задания, а не начинайте сразу выполнять действия.

Совет. Не выполняйте действия в уме. Все решения запишите на черновике.

18. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Решение. Найдем среднее арифметическое набора:

$$\frac{158 + 166 + 134 + 130 + 132}{5} = 144.$$

Для нахождения медианы упорядочим набор по возрастанию: 130, 132, 134, 158, 166.

Медиана этого набора (так как количество чисел нечетно, то это просто число, стоящее посередине в упорядоченном ряду) равна 134.

Разница между медианой и средним арифметическим равна 10.

Ответ: 10.

Предостережение. Отвечайте на вопрос задания.

Совет. Не выполняйте действия в уме. Все решения запишите на черновике.

**Решение заданий второй части.
Предостережения. Советы**

19. Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:

$$\begin{aligned}x^2(x-6) - 4(x-6) &= 0, & (x-6)(x^2-4) &= 0, \\(x-6)(x-2)(x+2) &= 0, & x-6 &= 0 \\&& \text{или } x-2 &= 0, \text{ или } x+2 = 0.\end{aligned}$$

Значит, уравнение имеет корни: -2 ; 2 ; 6 .

Ответ: -2 ; 2 ; 6 .

20. Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

Решение. Определим знак разности $\sqrt{19} - 4,5$.

Так как $4,5 = \sqrt{20,25}$ и $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$, то $\sqrt{19} - 4,5 < 0$.

Получаем неравенство $5 - 3x < 0$. Отсюда $x > 1\frac{2}{3}$.

Ответ: $x > 1\frac{2}{3}$.

21. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Решение. Пусть (b_n) — данная геометрическая прогрессия. Составим систему
$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 108, \\ b_2 + b_3 = 135. \end{cases}$$

Выразим b_2 и b_3 через b_1 и q .

$$\begin{cases} b_1 + b_1 q = 108, \\ b_1 q + b_1 q^2 = 135; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(1 + q) = 108, \\ b_1 q(1 + q) = 135; \end{cases}$$
$$\begin{cases} b_1(1 + q) = 108, \\ 108q = 135; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 48, \\ q = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

$$b_2 = b_1 q = 60; \quad b_3 = b_2 q = 75.$$

Ответ: 48; 60; 75.

22. Прямая $2x + 3y = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

Решение. Из уравнения $2x + 3y = c$ выразим y : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$.

Графики функций $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$ и $y = \frac{6}{x}$ имеют единственную общую точку в том и только в том случае, когда уравнение $-\frac{2}{3}x + \frac{c}{3} = \frac{6}{x}$ имеет один корень.

Получаем: $2x^2 - cx + 18 = 0$; $D = c^2 - 144 = 0$; $c = 12$ или $c = -12$. Так как точка касания имеет отрицательные координаты, то $c < 0$ (к этому выводу можно прийти и из геометрических соображений). Поэтому условию задачи удовлетворяет только $c = -12$ (в этом случае получаем прямую $y = -\frac{2}{3}x - 4$, которая касается ветви гиперболы, расположенной в третьей четверти, т. е. в точке с отрицательными координатами).

Ответ: $c = -12$.

23. Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{S}{4x}$ ч. За это время плот проплыл $x \cdot \frac{S}{4x} = \frac{S}{4}$ км, а катер — $\frac{3S}{4}$ км. Обратный путь катер пройдет за $\frac{3S}{4} : 5x = \frac{3S}{20x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное $x \cdot \frac{3S}{20x} = \frac{3S}{20}$ км, а всего он проплывет $\frac{S}{4} + \frac{3S}{20} = \frac{2S}{5}$ км, где S — расстояние между А и В.

Ответ: $\frac{2}{5}$.

Диагностическая работа №1

1. Расположите в порядке убывания числа: 3,04; 3,4; 3,34; 3,43

1) 3,04; 3,34; 3,43; 3,4

3) 3,43; 3,4; 3,34; 3,04

2) 3,04; 3,34; 3,4; 3,43

4) 3,34; 3,04; 3,4; 3,43

2. Какое из чисел $\sqrt{640}$, $\sqrt{0,64}$, $\sqrt{0,064}$ является рациональным?

1) $\sqrt{640}$

3) $\sqrt{0,064}$

2) $\sqrt{0,64}$

4) ни одно из этих чисел

3. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана молока около 120 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане молока?

1) 16%

2) 1,6%

3) 6%

4) 0,6%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-c}{b+c}$ при $a=2,6$; $b=3,9$; $c=-1,4$.

Ответ: _____

5. С какой наименьшей скоростью нужно ехать велосипедисту, чтобы успеть проехать 76 километров за 4 часа?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(y-x)^2 = -y^2 - 2xy - x^2$

3) $(x-2)(2-x) = x^2 - 4x + 4$

2) $-9(x-y) = 9y - 9x$

4) $(x-3)(3+x) = 9 - x^2$

7. Упростите выражение $\frac{1}{5x} + \frac{2}{7x}$

1) $\frac{1}{4x}$

2) $\frac{17}{35x}$

3) $\frac{17}{35x^2}$

4) $\frac{3}{4x}$

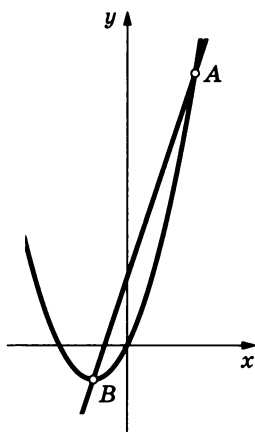
8. Найдите частное $\frac{5,6 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 10}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $7(4 - 3x) = 13 - (x + 9)$.

Ответ: _____

10. Прямая $y = 3x + 2$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x$ в двух точках. Вычислите координаты точки А.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист дошел пешком за 4 ч. На велосипеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на велосипеде он едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем идет пешком. Какое расстояние (в км) от турбазы до станции?»

Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние (в км) от турбазы до станции.

1) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 4$

3) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 4$

2) $4(x - 4) = 3x$

4) $4x = 3(x + 4)$

12. Решите неравенство $8x + 4(2 - 3x) < 11$.

1) $x > \frac{3}{4}$

3) $x < \frac{3}{4}$

2) $x > -\frac{3}{4}$

4) $x < -\frac{3}{4}$

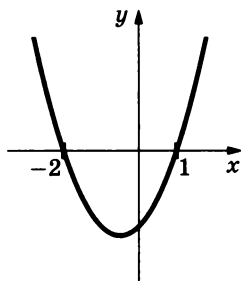
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

1) $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$

2) $(-2; 1)$

3) $(1; +\infty)$

4) $(-\infty; -2)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

- | | |
|----------------------------|--|
| A) $a_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ | 1) Последовательность — арифметическая прогрессия |
| B) $b_n = -3n - 1$ | 2) Последовательность — геометрическая прогрессия |
| B) $c_n = n \cdot 4^n$ | 3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией |

Ответ:

А	Б	В

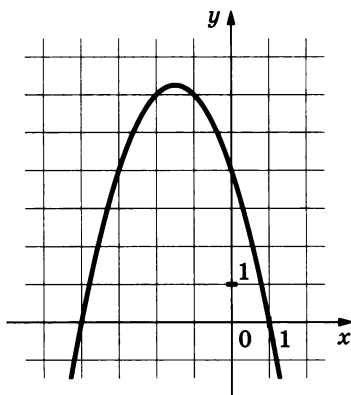
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 - 3x + 4$

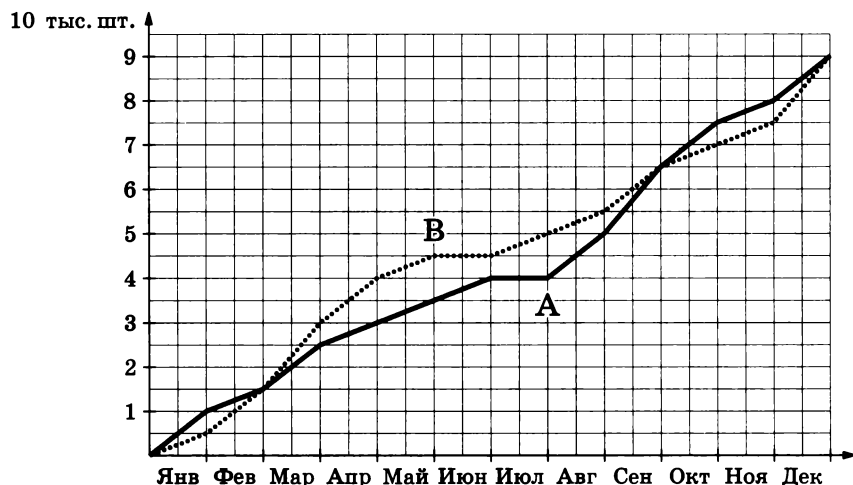
2) $y = x^2 + 3x - 4$

3) $y = -x^2 + 3x + 4$

4) $y = x^2 - 3x - 4$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Автомобилей какой из марок было больше продано за три летних месяца (июнь, июль, август) и на сколько?

Ответ: _____

Тематические задания

Задача 1*Подготовительные задания*

1. Запишите число 40 000 в стандартном виде.

Ответ: _____

2. Запишите число двести тысяч в стандартном виде.

Ответ: _____

3. Запишите число триста семьдесят тысяч в стандартном виде.

Ответ: _____

4. Запишите число 1 400 000 в стандартном виде.

Ответ: _____

5. Запишите число двадцать миллионов триста тысяч в стандартном виде.

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Население Австрии составляет $8,26 \cdot 10^6$ человек. Чему равно населению Австрии в тысячах человек?

Ответ: _____

7. Площадь территории Бурунди составляет 27 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Площадь территории Бутана составляет сорок шесть тысяч пятьсот км². Как это число записывается в стандартном виде?

1) $46,5 \cdot 10^3$

3) $4,65 \cdot 10^4$

2) $4,65 \cdot 10^5$

4) $0,465 \cdot 10^5$

9. Население Бельгии составляет 10 миллионов 500 тысяч человек. Как это число записывается в стандартном виде?
- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1) $1,5 \cdot 10^7$ | 3) $1,05 \cdot 10^8$ |
| 2) $1,5 \cdot 10^6$ | 4) $1,05 \cdot 10^7$ |
10. Население Венесуэлы составляет $2,7 \cdot 10^7$ человек, а ее площадь примерно равна $9 \cdot 10^5$ км². Чему примерно равна плотность населения Венесуэлы?
- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1) 3 чел./км ² | 3) 3,3 чел./км ² |
| 2) 30 чел./км ² | 4) 0,33 чел./км ² |

Задача 2*Подготовительные задания*

1. Найдите 1% от числа 1360.

Ответ: _____

2. Найдите 15% от числа 58.

Ответ: _____

3. Сколько процентов от 180 составляет 9?

Ответ: _____

4. Найдите число, 60% от которого составляет 18.

Ответ: _____

5. Какое число получится, если 170 увеличить на 30%?

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. На сколько процентов нужно увеличить число 80, чтобы получить 100?

Ответ: _____

7. На сколько процентов 80 меньше, чем 100?

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Из 78 девятиклассников школы 16 человек приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

1) 3,1 %

2) 0,21 %

3) 31 %

4) 21 %

Задача 3

Подготовительные задания

1. $a = -\frac{5}{2}$, чему равно $\frac{1}{a}$?

Ответ: _____

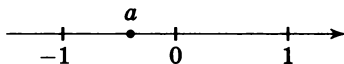
2. $a = -\frac{3}{4}$, чему равно $|a|$?

Ответ: _____

3. $a = -\frac{1}{3}$, чему равно $-\frac{1}{a}$?

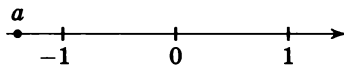
Ответ: _____

4. Число a отмечено точкой на координатной прямой. Укажите номера верных утверждений.



- 1) $a \leq -1$ 2) $a > 0$ 3) $a < 1$ 4) $a \geq -1$

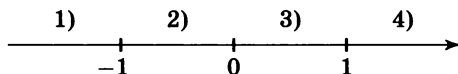
5. Число a отмечено точкой на координатной прямой. Укажите номера верных утверждений.



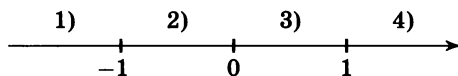
- 1) $\frac{1}{a} \geq 0$ 2) $|a| < 1$ 3) $-\frac{1}{a} < 1$ 4) $\left|\frac{1}{a}\right| \geq 1$

Тренировочные задания

6. $1 > a > 0$, в какую из областей попадет точка $|-a|$ если ее изобразить на координатной прямой?

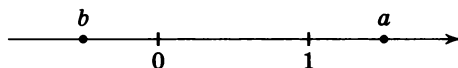


7. $a > 1$, в какую из областей попадет точка $-\frac{1}{a}$ если ее изобразить на координатной прямой?



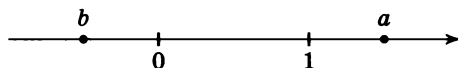
Зачетные задания

8. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



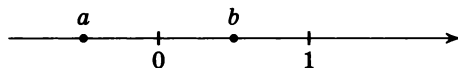
- 1) $1, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 2) $\frac{1}{b}, 1, \frac{1}{a}$ 3) $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$ 4) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 1$

9. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{b}, 1, \frac{1}{a}$ 2) $1, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}$ 3) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 4) $1, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$

10. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 2) $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$ 3) $1, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 4) $\frac{1}{b}, 1, \frac{1}{a}$

Задача 4*Подготовительные задания*

1. Вычислите значение выражения $a(b + c)$ при $a = 2$; $b = 3$; $c = -4$.

Ответ: _____

2. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b + c}$ при $a = -3$; $b = -2$; $c = 8$.

Ответ: _____

3. Вычислите значение выражения $(b + c)a$ при $a = 0$; $b = -2,7$; $c = 1,5$.

Ответ: _____

4. Вычислите значение выражения $\frac{a + b}{c}$ при $a = 2,3$; $b = 1,6$; $c = 1,3$.

Ответ: _____

5. Вычислите значение выражения $\frac{a - b}{c}$ при $a = 1,6$; $b = 2,8$; $c = 0,6$.

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b + c}$ при $a = 3,6$; $b = 2,1$; $c = 0,3$.

Ответ: _____

7. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b - c}$ при $a = -1,8$; $b = 1,5$; $c = 5,1$.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{2} + 1$ при $x = 1$.

Ответ: _____

9. Найдите значение выражения $\frac{x^4}{5} + \frac{x^3}{4} - 2$ при $x = -1$.

Ответ: _____

10. Найдите значение выражения $\frac{x^4}{2} - \frac{x^3}{3} + 3$ при $x = -1$.

Ответ: _____

Задача 5

Подготовительные задания

1. Из формулы пути $S = v \cdot t$ выразите время t .

Ответ: _____

2. Из формулы $I = \frac{U}{R}$ (закон Ома) выразите напряжение U .

Ответ: _____

3. Из формулы периода колебания математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ выразите длину l .

Ответ: _____

4. Из формулы площади треугольника $S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$ выразите высоту h_a .

Ответ: _____

5. Из формулы $Q = I^2 \cdot R \cdot \Delta t$ (закон Джоуля—Ленца) выразите силу тока I .

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Из уравнения Менделеева—Клапейрона $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$ выразите давление p .

Ответ: _____

7. Из уравнения Менделеева—Клапейрона $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$ выразите температуру T .

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Из формулы $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ (теорема косинусов) выразите $\cos \alpha$.

Ответ: _____

9. Из формулы $E = mgh + \frac{mv^2}{2}$ выразите высоту h .

Ответ: _____

10. Из формулы кинетической энергии $E = \frac{mv^2}{2}$ выразите скорость v .

Ответ: _____

Задача 6*Подготовительные задания*

1. Вычислите значение выражения $\frac{7-x}{x+5}$ при $x = -3$.

Ответ: _____

2. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{2}{4x+6}$.

1) $\frac{1}{2x+6}$

2) $\frac{1}{2x+3}$

3) $2x+3$

4) $\frac{1}{x+3}$

3. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{-3}{12-9x}$

1) $\frac{1}{3x+4}$

2) $\frac{1}{4-3x}$

3) $\frac{1}{3x-4}$

4) $\frac{1}{3x-12}$

4. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{x-3}{2-x}$.

1) $\frac{x-3}{x-2}$

2) $-\frac{x-3}{2-x}$

3) $\frac{3-x}{x-2}$

4) $\frac{x+3}{2-x}$

5. Укажите выражение, тождественно равное дроби $-\frac{x-4}{x-6}$.

1) $\frac{4-x}{x-6}$

2) $-\frac{4-x}{x-6}$

3) $\frac{4-x}{6-x}$

4) $\frac{x+4}{x-6}$

Тренировочные задания

6. Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{3x-9}{12-27x}$.

1) $\frac{x-9}{4-9x}$

2) $-\frac{x-9}{4-27x}$

3) $\frac{x-3}{9x-4}$

4) $-\frac{x-3}{9x-4}$

7. Укажите общий знаменатель для двух дробей $\frac{4}{x+3}$ и $\frac{7}{3-2x}$.

1) $(x+3)(3-2x)$

3) $7(x+3)$

2) $4(3-2x)$

4) $6-x$

Зачетные задания

8. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x-3)(x+3)$?
- 1) $(3-x)(-3-x)$
2) $-(3-x)(-3-x)$
3) $(x-3)(-3-x)$
4) $(3-x)(x+3)$
9. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x+4)(x-3)$?
- 1) $(-4-x)(x-3)$
2) $(x+4)(3-x)$
3) $-(-4-x)(3-x)$
4) $-(x+4)(3-x)$
10. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x-5)(x+1)$?
- 1) $(5-x)(x+1)$
2) $-(5-x)(-1-x)$
3) $(5-x)(-1-x)$
4) $(x-5)(-1-x)$

Задача 7

Подготовительные задания

1. Упростите выражение $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

1) $\frac{a+c}{b+d}$

2) $\frac{ad+bc}{bd}$

3) $\frac{a+c}{bd}$

4) $\frac{ac}{bd}$

2. Вычислите значение $\frac{2}{7} + \frac{3}{14}$.

1) $\frac{5}{14}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{5}{21}$

4) $\frac{7}{21}$

3. Вычислите значение $\frac{7}{9} - \frac{5}{27}$.

1) $-\frac{1}{9}$

2) $\frac{2}{27}$

3) $\frac{16}{27}$

4) $-\frac{8}{27}$

4. Вычислите значение $\frac{18}{5} - 1,9$.

1) $\frac{1}{5}$

2) $-\frac{1}{5}$

3) $1\frac{2}{15}$

4) $1\frac{7}{10}$

5. Упростите выражение $\frac{5}{3x} + \frac{4}{3x}$.

1) $\frac{3}{x}$

2) $\frac{3}{2x}$

3) $\frac{1}{3x}$

4) Среди ответов 1)–3) нет правильного

Тренировочные задания

6. Упростите выражение $\frac{3}{7x} \cdot \frac{2}{3x}$.

1) $\frac{2}{7x^2}$

2) $\frac{5}{21x^2}$

3) $\frac{5}{21x}$

4) $\frac{2}{7}x^2$

7. Упростите выражение $\frac{2}{7x} + \frac{2}{3x}$.

1) $\frac{1}{5x}$

2) $\frac{2}{5x}$

3) $\frac{20}{21x^2}$

4) $\frac{20}{21x}$

Зачетные задания

8. Представьте выражение $9t + \frac{1-8t^2}{t}$ в виде дроби.

Ответ: _____

9. Представьте выражение $t + \frac{4-8t^2}{t}$ в виде дроби.

Ответ: _____

10. Представьте выражение $7t + \frac{4-9t^2}{t}$ в виде дроби.

Ответ: _____

Задача 8*Подготовительные задания*

1. Представьте в виде многочлена выражение $(a - 2)^2$.

Ответ: _____

2. Представьте в виде многочлена выражение $(-a - b)^2$.

Ответ: _____

3. Представьте в виде многочлена выражение $3 - (a - 2)(3 - b)$.

Ответ: _____

4. Вычислите значение выражения при $a = 1$:

$$-(a - 3)(4 - a) - (a - 2)^2.$$

Ответ: _____

5. Вычислите значение выражения при $b = 0$:

$$-2b(b - 3) - (b - 3)^2.$$

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. В какой многочлен можно преобразовать выражение $(3 - x)^2 + 3x(x - 4)$?

1) $9 + 4x^2$

3) $9 - 12x + 4x$

2) $9 - 18x + 4x^2$

4) $-9 - 12x + 4x^2$

7. В какой многочлен можно преобразовать выражение $-2(b + 4) + (b - 2)^2$?

1) $-4 + b^2$

3) $12 - 6b + b^2$

2) $-4 - 8b + 6b$

4) $-4 - 6b + b^2$

Зачетные задания

8. Какое из данных выражений не равно выражению $\frac{\sqrt{50}}{7}$?

1) $\frac{2\sqrt{5}}{7}$

2) $\frac{10}{7\sqrt{2}}$

3) $\frac{50}{7\sqrt{50}}$

4) $\frac{5\sqrt{2}}{7}$

9. Какое из данных выражений не равно выражению $\frac{\sqrt{18}}{5}$?

1) $\frac{18}{5\sqrt{18}}$

2) $\frac{6}{5\sqrt{2}}$

3) $3\sqrt{\frac{2}{5}}$

4) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

10. Какое из данных выражений не равно выражению $\frac{\sqrt{98}}{3}$?

1) $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

2) $\frac{14}{3\sqrt{2}}$

3) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$

4) $\frac{98}{3\sqrt{98}}$

Задача 9*Подготовительные задания*

1. Решите уравнение $x^2 = 4$.

Ответ: _____

2. Сколько различных корней имеет уравнение

$$4x^2 - 6x + 7 = 0?$$

Ответ: _____

3. Сколько различных корней имеет уравнение

$$4x^2 - 8x + 4 = 0?$$

Ответ: _____

4. Найдите корни квадратного уравнения $x^2 - x - 6 = 0$, воспользовавшись теоремой Виета.

1) 2; 3

2) -2; 3

3) 2; -3

4) -2; -3

5. Решите уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Решите уравнение $9x^2 - 6x + 1 = 0$.

Ответ: _____

7. Решите уравнение $3x^2 - 4x + 1 = 0$.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Какое выражение надо подставить вместо многоточия, чтобы было верным равенство $4x^2 - 22x + 10 = (x - 5) \cdot \dots$?

1) $(2x - 1)$

2) $(4x - 2)$

3) $(x - \frac{1}{2})$

4) $(x + \frac{1}{2})$

9. Решите уравнение $3x^2 - 2x - 8 = 0$.

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 3x - 11$ в двух точках. Запишите координаты точки пересечения, лежащей выше оси абсцисс.

Ответ: _____

Задача 10*Подготовительные задания*

1. Решите уравнение $2x - 3 = -3x + 10$.

Ответ: _____

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 7x + 17, \\ y = 2x - 9. \end{cases}$

Ответ: _____

3. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 3x - 5$ и $y = -2x + 7$.

Ответ: _____

4. Решите уравнение $x^2 - 2x - 7 = 5 - 3x$.

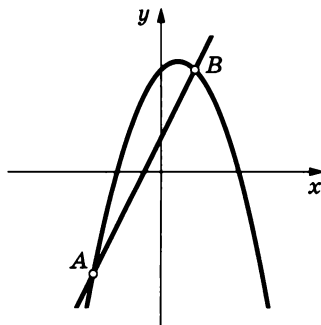
Ответ: _____

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 5x - 7, \\ y = 2x + 3. \end{cases}$

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. На рисунке изображены графики функций $y = ax^2 + bx + c$ и $y = 2x + 1$, при этом уравнение $2x + 1 = ax^2 + bx + c$ имеет корни: -2 и 1 . Найдите координаты точки B .

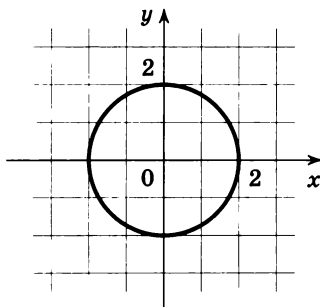


7. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 3x^2 + x - 7, \\ y = x^2 + 5x - 1. \end{cases}$

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



- | | |
|--|-------------------------------|
| A) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -x \end{cases}$ | 1) система имеет одно решение |
| Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x - 4 \end{cases}$ | 2) система имеет два решения |
| В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -2 \end{cases}$ | 3) система не имеет решений |

Запишите в таблицу выбранные цифры.

Ответ:

А	Б	В

9. Парабола, изображенная на рисунке, задается уравнением $y = x^2$. Используя рисунок, установите соответствие

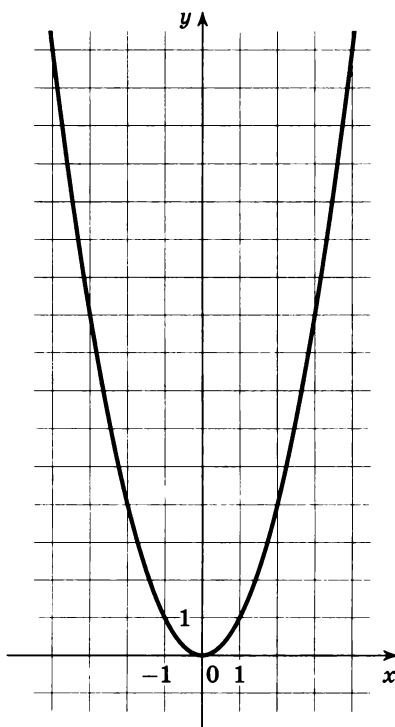
между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.

А) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 4x - 4 \end{cases}$ 1) система имеет одно решение

Б) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - x \end{cases}$ 2) система имеет два решения

В) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = x - 1 \end{cases}$ 3) система не имеет решений

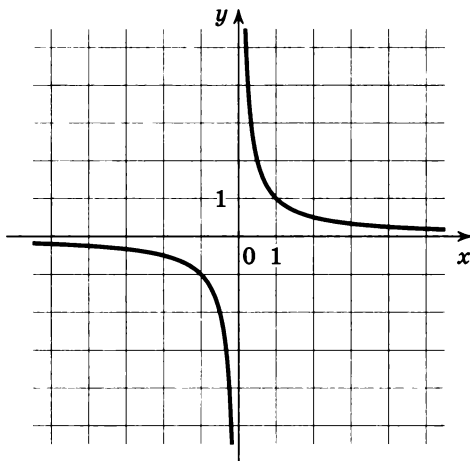
Запишите в таблицу выбранные цифры.



Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

10. Гипербола, изображенная на рисунке, задается уравнением $xy = 1$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



- А) $\begin{cases} xy = 1, \\ x = 0 \end{cases}$ 1) система имеет одно решение
- Б) $\begin{cases} xy = 1, \\ y = 2x + 1 \end{cases}$ 2) система имеет два решения
- В) $\begin{cases} xy = 1, \\ y = 2 \end{cases}$ 3) система не имеет решений

Запишите в таблицу выбранные цифры.

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Задача 11

Подготовительные задания

1. Поднимаясь в гору, велосипедист проехал 36 км за 4 часа. Скорость велосипедиста на спуске с горы на 3 км/ч больше, чем при подъеме в гору. За сколько часов велосипедист спустится обратно с горы?

Ответ: _____

2. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 4 часа. Расстояние от турбазы до станции 36 км. На машине он смог бы проехать это расстояние за 0,5 часа. На сколько километров в час скорость машины больше скорости велосипеда?»
Выберите выражение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{36}{4} - \frac{36}{0,5}$

3) $\frac{36}{0,5} - \frac{36}{4}$

2) $4 \cdot 36 - 0,5 \cdot 36$

4) $\frac{0,5}{36} - \frac{4}{36}$

3. Собственная скорость лодки 5 км/ч, скорость течения реки 2 км/ч. Расстояние между двумя пристанями против течения реки лодка преодолевает за 4 часа. Какое расстояние между пристанями (в км)?

Ответ: _____

4. Собственная скорость лодки 5 км/ч, скорость течения реки 1 км/ч. Расстояние между двумя пристанями против течения реки лодка преодолевает за 6 часов. За сколько часов лодка преодолит это расстояние по течению?

Ответ: _____

5. Прочитайте задачу: «На строительстве железной дороги работали две бригады. Первая бригада ежедневно прокладывала на 40 м больше второй и проложила 270 м пути. Вторая бригада работала на 2 дня больше первой и проложила 250 м. Сколько дней работала каждая бригада?»

Пусть x дней работала первая бригада. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{270}{x+2} - \frac{250}{x} = 40$

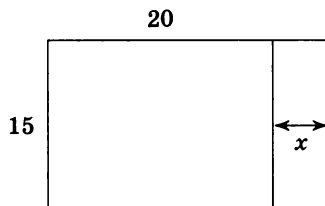
3) $\frac{250}{x+2} - \frac{270}{x} = 40$

2) $\frac{270}{x} - \frac{250}{x+2} = 40$

4) $\frac{250}{x-2} - \frac{270}{x} = 40$

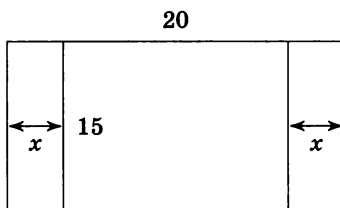
Тренировочные задания

6. Большую сторону прямоугольника 15×20 увеличили на x . Найдите x , если площадь получившегося прямоугольника равна 420?



Ответ: _____

7. Большую сторону прямоугольника 15×20 увеличили на x в каждую сторону. Найдите x , если площадь получившегося прямоугольника равна 480?



Ответ: _____

Зачетные задания

8. Прочитайте задачу: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась

белая полоса одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 1050 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $(10 + x)(15 + x) = 1050$

2) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 1050$

3) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 1050$

4) $(10 + 2x)(15 + x) = 1050$

9. Прочитайте задачу: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 15 см и 20 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая полоса одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 750 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $(15 + x)(20 + 2x) = 750$

2) $15 \cdot 20 + (15x + 20x) \cdot 2 = 750$

3) $(15 + x)(20 + x) = 750$

4) $(15 + 2x)(20 + 2x) = 750$

10. Прочитайте задачу: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 15 см и 20 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая полоса одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 1400 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $15 \cdot 20 + (15x + 20x) \cdot 2 = 1400$

2) $(15 + x)(20 + x) = 1400$

3) $(15 + 2x)(20 + 2x) = 1400$

4) $(15 + 2x)(20 + x) = 1400$

Задача 12*Подготовительные задания*

1. Решите неравенство $x + 2,6 < 0$.

1) $x < 2,6$

3) $x < -2,6$

2) $x > -2,6$

4) $x > 2,6$

2. Решите неравенство $3x - 4,2 > 0$.

1) $x < 4,2$

3) $x > 4,2$

2) $x > 1,4$

4) $x < -1,4$

3. Решите неравенство $-7x + 21 > 0$.

1) $x > -3$

3) $x < -3$

2) $x > 3$

4) $x < 3$

4. Решите неравенство $-11x - 13 \leq 0$.

1) $x < \frac{13}{11}$

3) $x \leq -\frac{13}{11}$

2) $x \geq \frac{13}{11}$

4) $x \geq -\frac{13}{11}$

5. Решите неравенство $3x + 7 \geq 5$.

1) $x \geq \frac{2}{3}$

3) $x \leq \frac{2}{3}$

2) $x \geq -\frac{2}{3}$

4) $x \leq -\frac{2}{3}$

Тренировочные задания

6. Решите неравенство $5x - 6 \leq x$.

1) $x \geq 1$

3) $x \leq \frac{3}{2}$

2) $x \geq \frac{3}{2}$

4) $x \leq -1$

7. Решите неравенство $7 - 3x < 2x + 5$.

1) $x > \frac{2}{5}$

3) $x > 2$

2) $x < \frac{2}{5}$

4) $x < -2$

Зачетные задания

8. Решите неравенство $2 - 3(7 - x) \geq 5$.

1) $x \geq -8$

3) $x \leq -\frac{7}{3}$

2) $x \geq 8$

4) $x \geq \frac{7}{3}$

9. Решите неравенство $10 - 5(x - 3) \geq 7x$.

1) $x \leq \frac{25}{12}$

3) $x \leq \frac{7}{2}$

2) $x \leq \frac{12}{7}$

4) $x \geq \frac{7}{2}$

10. Решите неравенство $2(5x - 3) - 8x < 3$.

1) $x < 0$

3) $x > \frac{5}{3}$

2) $x > 6$

4) $x < \frac{9}{2}$

Задача 13*Подготовительные задания*

1. Решите неравенство $x^2 - 4 > 0$.

1) $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$

3) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

2) $(-4; 4)$

4) $(-2; 2)$

2. Решите неравенство $x^2 + 5x < 0$.

1) $(-\infty; -5)$

3) $(-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$

2) $(-5; +\infty)$

4) $(-5; 0)$

3. Решите неравенство $-\frac{x-7}{x+1} < 0$.

1) $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$

3) $(-\infty; -1)$

2) $(-1; 7)$

4) $(7; +\infty)$

4. Решите неравенство $\frac{(x-6)(8-2x)}{x-4} < 0$.

1) $(-\infty; 4) \cup (6; +\infty)$

3) $(-\infty; 4)$

2) $(4; 6)$

4) $(6; +\infty)$

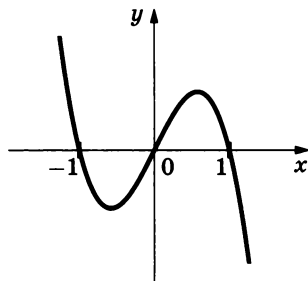
5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

1) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

2) $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$

3) $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

4) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$



Тренировочные задания

6. Решите неравенство $(x+3)^2 - 9 > 0$.

1) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

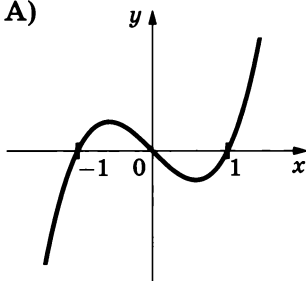
3) $(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

2) $(-3; 3)$

4) $(-6; 0)$

7. Каждому из трех предложенных графиков функции $y = f(x)$ сопоставьте решение неравенства $f(x) > 0$ со значениями переменной.

А)

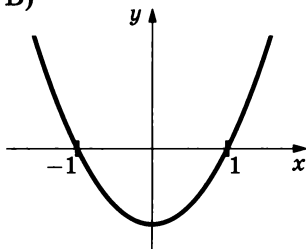


1) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

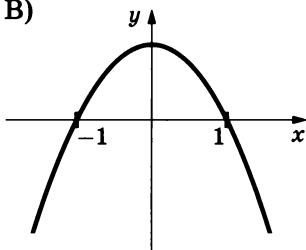
2) $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

3) $(-1; 1)$

Б)



В)



Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Зачетные задания

8. Решите неравенство $(x - 3)(x + 4)(x + 1) < 0$.

1) $(-\infty; -4) \cup (-1; 3)$

3) $(3; +\infty)$

2) $(-4; -1) \cup (3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4)$

9. Решите неравенство $\frac{(x + 4)(6 - 2x)}{x - 3} < 0$.

1) $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

3) $(-\infty; -4)$

2) $(-4; 3)$

4) $(-4; 3) \cup (3; +\infty)$

10. Укажите, в каких промежутках функция

$$y = (x + 3)(x + 1)(x - 1)(x - 2)$$

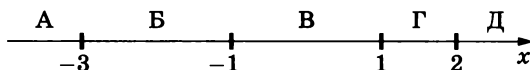
принимает положительные значения.

1) А, Г

3) А, В, Д

2) А, Д

4) Б, Г



Задача 14

Подготовительные задания

1. Найдите 15-й член последовательности (a_n) , если $a_n = 2n - 8$.

Ответ: _____

2. Последовательность (b_n) задана условием: $b_n = 3n - 4$. Отметьте число, которое не является членом последовательности.

1) 56

2) 77

3) 91

4) 101

3. Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 5$. Найдите a_5 .

Ответ: _____

4. Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями: $b_1 = 3$, $b_{n+1} = 4b_n$. Найдите b_4 .

Ответ: _____

5. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{4}{a_n}$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $y_1 = 1$, $y_{n+1} = 4y_n$

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $x_1 = 1$, $x_{n+1} = 4 + x_n$

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Тренировочные задания

6. Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_1 = 7$, $a_{n+1} = a_n - 2$. Найдите $\frac{a_6}{a_5}$.

Ответ: _____

7. Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями: $b_1 = 48$, $b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$. Найдите $b_5 - b_4$.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{17} < 0$?

1) $a_n = 51 - 3n$

3) $a_n = 3n$

2) $a_n = 3n - 51$

4) $a_n = -3n + 30$

9. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{24} < 0$?

1) $a_n = 96 - 4n$

3) $a_n = 4n - 48$

2) $a_n = -4n + 48$

4) $a_n = 4n$

10. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{16} < 0$?

1) $a_n = 5n - 100$

3) $a_n = 160 - 5n$

2) $a_n = 5n$

4) $a_n = -5n + 80$

Задача 15

Подготовительные задания

1. Чему равно значение функции $y = kx + b$ при $x = 0$?

1) 0

2) k 3) b 4) $k + b$

2. Прямая $y = kx + 4$ проходит через точку $(1; 1)$. Чему равно k ?

Ответ: _____

3. Сопоставьте значениям переменной соответствующие значения функции $y = ax^2 + bx + c$.

А) $x = 0$

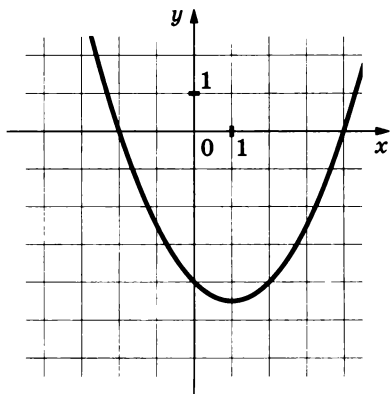
1) 0

Б) $x = 1$ 2) $a - b + c$ 3) c В) $x = -1$ 4) $a + b + c$

Ответ:

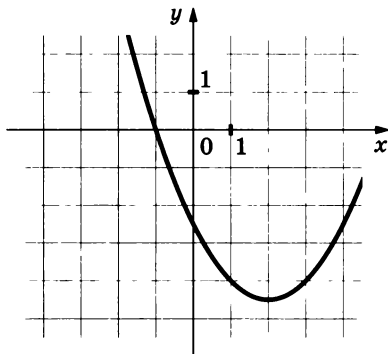
А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

4. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Чему равно c ?



Ответ: _____

5. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$.
Чему равно $\frac{-b}{2a}$?



Ответ: _____

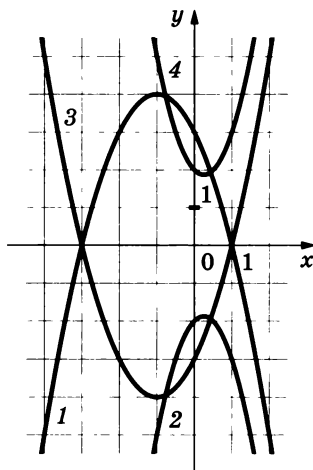
Тренировочные задания

6. Каждой из трех квадратичных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А) $y = x^2 + 2x - 3$

Б) $y = -x^2 - 2x + 3$

В) $y = 2x^2 - x + 2$



Ответ:

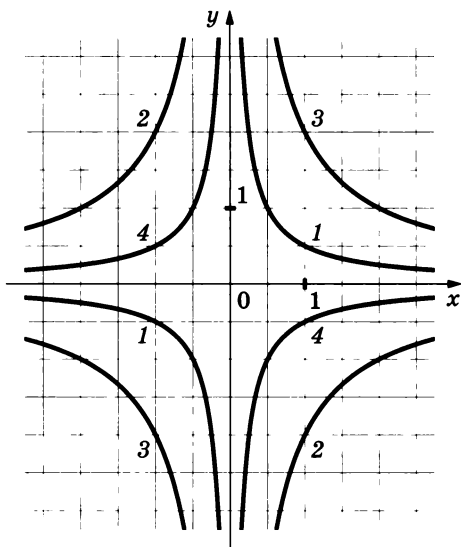
А	Б	В

7. Каждой из трех дробно-линейных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А) $y = \frac{2}{x}$

Б) $y = -\frac{2}{x}$

В) $y = \frac{1}{2x}$

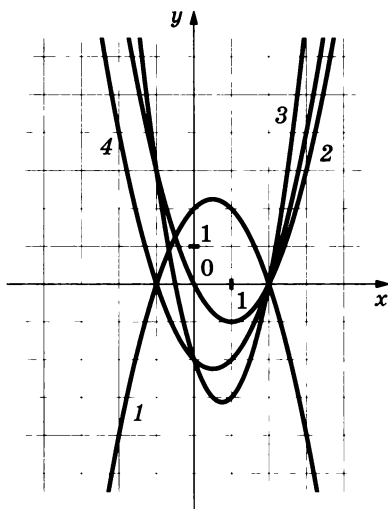


Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Зачетные задания

8. Какая из парабол является графиком функции $y = x^2 - x - 2$?



Ответ: _____

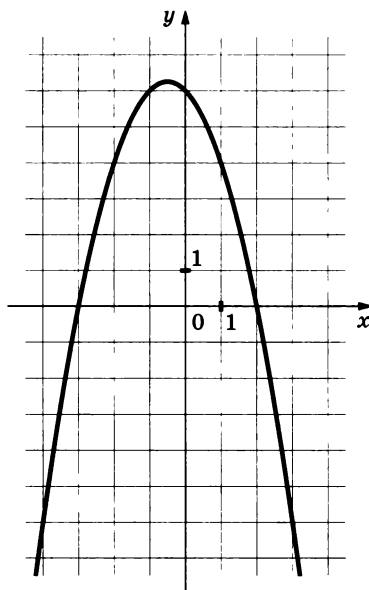
9. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + x - 6$

2) $y = -x^2 - x + 6$

3) $y = -x^2 + x + 6$

4) $y = x^2 - x - 6$



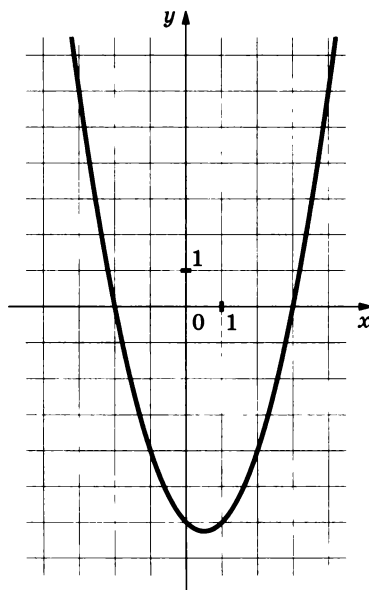
10. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 - x + 6$

2) $y = x^2 + x - 6$

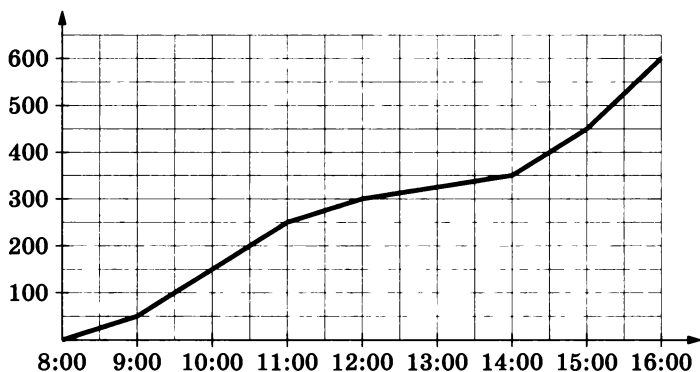
3) $y = x^2 - x - 6$

4) $y = -x^2 + x + 6$



Задача 16*Подготовительные задания*

На графике показано количество деталей, изготовленных на станке с начала рабочего дня (8:00) за смену (8 часов), по горизонтали отложено время, по вертикали — количество деталей.



1. Сколько деталей было выпущено за первый час смены?

Ответ: _____

2. Сколько деталей было выпущено за период с 11:00 до 14:00?

Ответ: _____

3. Через сколько часов после начала смены было выпущено 100 деталей?

Ответ: _____

4. За какой интервал времени было выпущено меньше всего деталей?

1) 10:00–11:00

2) 11:00–13:00

3) 12:00–14:00

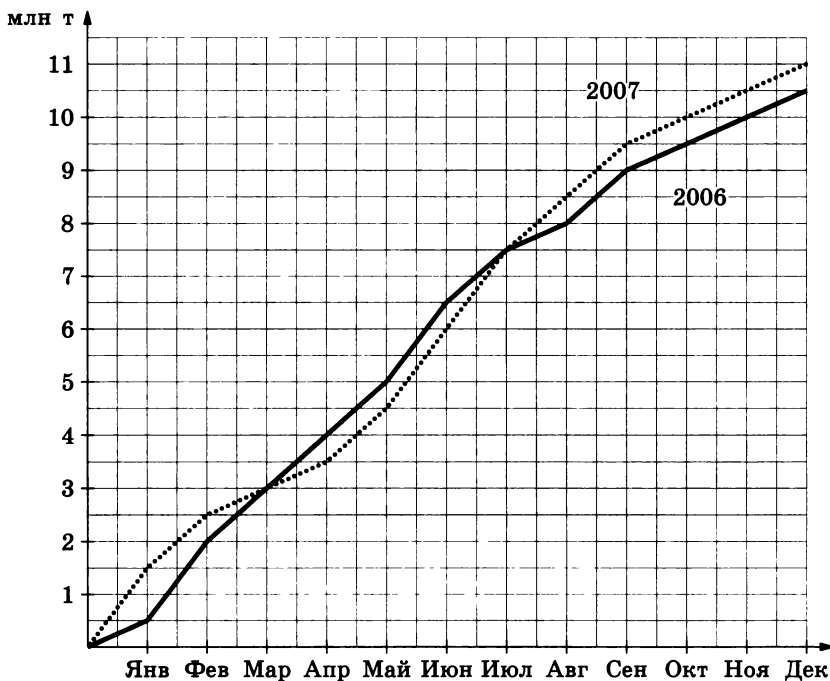
4) 14:00–15:30

5. За какое время с начала смены была изготовлена треть от всех изготовленных за смену деталей?

Ответ: _____

Тренировочные задания

На графике показано, сколько воды было израсходовано в Москве в 2006 и 2007 годах. По горизонтальной оси отмечены месяцы, а по вертикальной — количество воды, потраченное с начала года.



6. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве за первые 4 месяца 2006 года?

Ответ: _____

7. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве за три весенних месяца (март, апрель, май) 2007 года?

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве зимой (декабрь, январь, февраль) 2006–2007 годов?

Ответ: _____

9. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве за первые полгода в 2006 и 2007 годах вместе?

Ответ: _____

10. В каком году и на сколько тонн воды больше было израсходовано в Москве за февраль?

Ответ: _____

Задача 17*Подготовительные задания*

1. Какова вероятность того, что при броске игрального кубика выпадет 2 или 3?

Ответ: _____

2. Сколько элементарных событий при броске игрального кубика не удовлетворяют событию «выпало число больше 4»?

Ответ: _____

3. В урне находятся 20 шаров из них 5 белых, остальные черные. Какова вероятность того, что наугад вытащенный из урны шар будет белым?

Ответ: _____

4. Какова вероятность того, что при броске двух игральных кубиков на одном выпадет 2, а на другом 3?

Ответ: _____

5. Выпишите все элементарные события, наступающие при броске двух игральных кубиков, благоприятствующие событию «в сумме на кубиках выпало 5 очков».

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Вася и Коля по очереди кидают игральный кубик. Какова вероятность, что Коля выкинет больше очков, чем Вася, если у Васи выпало 4?

Ответ: _____

7. Какова вероятность, что при броске двух кубиков сумма выпавших очков будет равна 6?

Ответ: _____

8. В урне находятся 4 белых и 16 черных шаров. Какова вероятность, что случайно вытянутый из урны шар будет черным?

Ответ: _____

Зачетные задания

9. В партии из 400 деталей 12 бракованных. Какова вероятность того, что случайно выбранная деталь из партии будет исправной?

Ответ: _____

10. Какова вероятность того, что при броске кубика не выполнится следующее событие: «число, выпавшее на кубике, делится на 3»?

Ответ: _____

Задача 18*Подготовительные задания*

1. Найдите максимальное значение из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51.

Ответ: _____

2. Найдите минимальное значение из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51.

Ответ: _____

3. Найдите размах значений из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51.

Ответ: _____

4. Упорядочите значения из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51 по возрастанию.

Ответ: _____

5. Найдите медиану значений из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51.

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Найдите среднее арифметическое значений из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51.

Ответ: _____

7. Найдите разность между средним арифметическим и медианой значений из ряда данных: 37, 42, 35, 58, 33, 38, 51.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 143, 148, 137, 156, 161. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

9. Записан вес (в килограммах) пяти учащихся: 37, 33, 41, 35, 34. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

10. Записан возраст (в годах) семи сотрудников: 23, 48, 22, 25, 27, 34, 52. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

Диагностическая работа №2

1. Расположите в порядке возрастания числа: $-3,23$; $-3,2$; $-3,03$; $-3,203$

1) $-3,03$; $-3,2$; $-3,203$; $-3,23$

2) $-3,03$; $-3,203$; $-3,2$; $-3,23$

3) $-3,23$; $-3,2$; $-3,203$; $-3,03$

4) $-3,23$; $-3,203$; $-3,2$; $-3,03$

2. Какое из чисел $\sqrt{144000}$, $\sqrt{14,4}$, $\sqrt{0,0144}$ является рациональным?

1) $\sqrt{144000}$

3) $\sqrt{0,0144}$

2) $\sqrt{14,4}$

4) ни одно из этих чисел

3. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана апельсинового сока около 220 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане апельсинового сока?

1) 1%

2) 11%

3) 88%

4) 8%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{b-c}$ при $a=5,3$; $b=-2,9$; $c=3,1$.

Ответ: _____

5. Найдите плотность тела (в $\text{кг}/\text{м}^3$), если его масса равна 2,5 тонны, а его объем — 5 м^3 .

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(x-y)(-4) = 4y + 4x$

3) $(y-x)(x+y) = y^2 - x^2$

2) $(x-2)^2 = x^2 - 4$

4) $(x-y)(x+y) = x^2 - xy - y^2$

7. Упростите выражение $\frac{2}{3x} - \frac{3}{11x}$

1) $\frac{13}{33x}$

2) $\frac{1}{8x}$

3) $8x$

4) $\frac{19}{33x}$

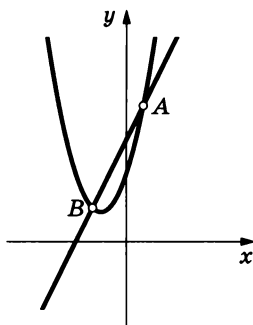
8. Найдите частное $\frac{12,1 \cdot 10^{-5}}{0,11 \cdot 10^{-3}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $7 - 5x = 8 + 3(4 - x)$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x + 3$ пересекает параболу $y = 2x^2 + 3x + 2$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 5 ч. На мопедe он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на мопедe он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Определите скорость, с которой ехал турист на мопедe (в км/ч)?» Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена скорость (в км/ч), с которой ехал турист на мопедe.

1) $\frac{x}{5} - \frac{x}{3} = 8$

3) $5x = 3(x + 8)$

2) $5(x - 8) = 3x$

4) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 8$

12. Решите неравенство $13 \geq 17 - 5(2 - x) - 4x$.

1) $x \geq 6$

3) $x \leq \frac{2}{3}$

2) $x \geq \frac{2}{3}$

4) $x \leq 6$

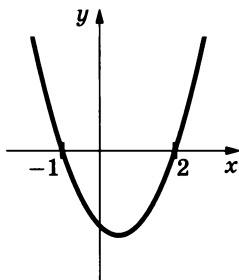
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(2; +\infty)$

2) $(-\infty; -1)$

3) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

4) $(-1; 2)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n = n \cdot 2^n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $b_n = 5n + 2$

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $c_n = 5 \cdot 2^{n+1}$

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

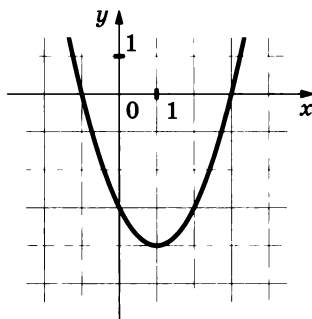
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 - 2x - 3$

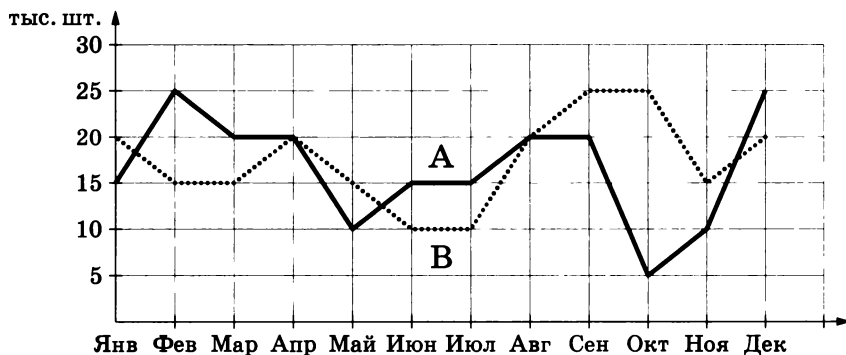
2) $y = -x^2 + 2x + 3$

3) $y = x^2 + 2x - 3$

4) $y = -x^2 - 2x + 3$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Автомобилей какой из марок было больше продано за 4 месяца: май, июнь, июль и август, и на сколько?

Ответ: _____

Диагностическая работа №3

1. Расположите в порядке возрастания числа: $-16,7$; $-17,6$; $-17,06$; $-17,76$

1) $-16,7$; $-17,6$; $-17,06$; $-17,76$

2) $-16,7$; $-17,06$; $-17,6$; $-17,76$

3) $-17,76$; $-17,6$; $-17,06$; $-16,7$

4) $-17,76$; $-17,06$; $-17,6$; $-16,7$

2. Какое из чисел $\sqrt{16900}$, $\sqrt{1690}$, $\sqrt{0,169}$ является рациональным?

1) $\sqrt{16900}$

3) $\sqrt{0,169}$

2) $\sqrt{1690}$

4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан молока в среднем содержит 5 граммов белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан молока?

1) 7%

2) 0,7%

3) 14,5%

4) 1,45%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b-c}$ при $a=3,9$; $b=5,9$; $c=0,7$.

Ответ: _____

5. Сколько стоит килограмм картошки, если двадцатипятикилограммовый мешок картошки по такой же цене можно купить за 750 рублей?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$

3) $-5(y-x) = -5y - 5x$

2) $(2-x)(x-2) = x^2 - 4$

4) $-7(x+3) = 21 - 7x$

7. Упростите выражение $\frac{5}{13x} - \frac{2}{3x}$

1) $\frac{1}{13x}$

2) $\frac{1}{13x^2}$

3) $-\frac{11}{39x^2}$

4) $-\frac{11}{39x}$

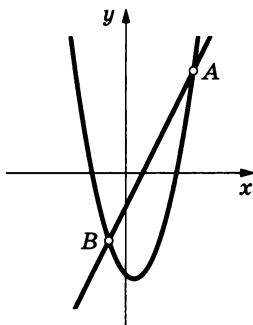
8. Найдите частное $\frac{6,3 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 10^{-8}}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $-3(2 - x) = 7(x + 3) - 11$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x - 1$ пересекает параболу $y = 2x^2 - x - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «Теплоход прошел по течению реки 24 км и столько же обратно, затратив на весь путь 7 ч. Определите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 1 км/ч.»

Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена собственная скорость теплохода (в км/ч).

1) $\frac{24}{x+1} + \frac{24}{x-1} = 7$

3) $7 \cdot ((x+1) + (x-1)) = 24 \cdot 2$

2) $\frac{24}{1-x} + \frac{24}{1+x} = 7$

4) $3,5(x+1) + 3,5(x-1) = 24$

12. Решите неравенство $3 < 8x - 5(3x - 2) + 4$.

1) $x < -\frac{3}{7}$

3) $x < \frac{11}{7}$

2) $x > \frac{9}{7}$

4) $x > -\frac{3}{7}$

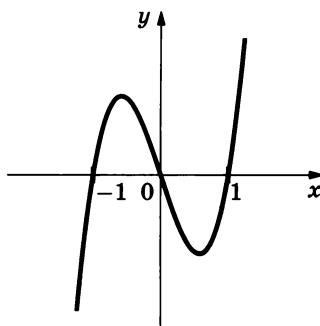
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

1) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

2) $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$

3) $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

4) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_1 = 3, a_{n+1} = -a_n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $b_1 = 2, b_{n+1} = \frac{5}{b_n}$

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $c_1 = 2, c_{n+1} = 7 + c_n$

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

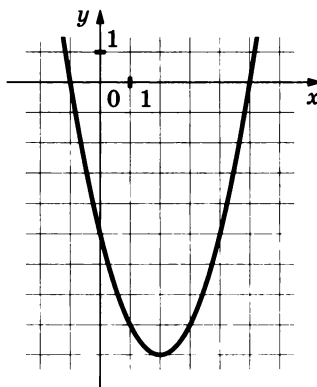
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 + 4x + 5$

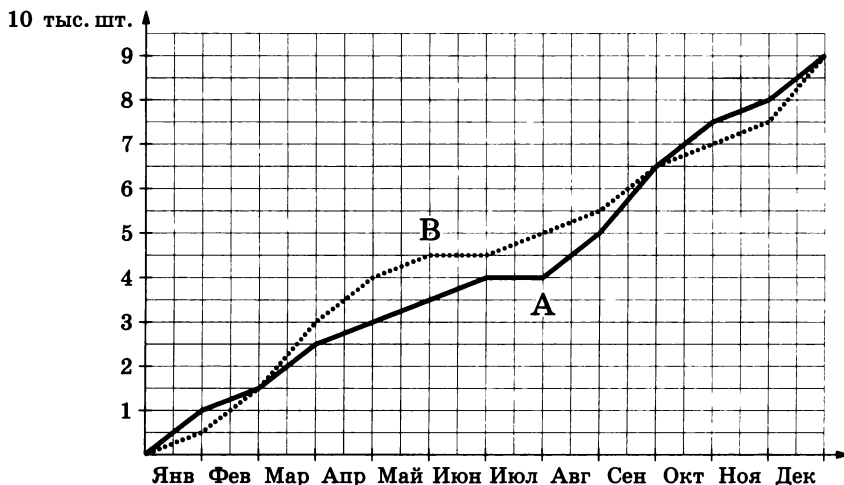
2) $y = x^2 - 4x - 5$

3) $y = -x^2 - 6x - 5$

4) $y = x^2 + 6x + 5$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три весенних месяца (март, апрель, май)?

Ответ: _____

Диагностическая работа №4

1. Расположите в порядке убывания числа: 0,083; -0,83; 8,3; 8,03.

- 1) -0,83; 0,083; 8,03; 8,3
- 2) 8,3; 8,03; -0,83; 0,083
- 3) 8,3; 8,03; 0,083; -0,83
- 4) -0,83; 8,03; 8,3; 0,083

2. Какое из чисел $\sqrt{900000}$, $\sqrt{90000}$, $\sqrt{90}$ является рациональным?

- 1) $\sqrt{900000}$
- 2) $\sqrt{90000}$
- 3) $\sqrt{90}$
- 4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан апельсинового сока в среднем содержит 2 грамма белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан апельсинового сока?

- 1) 36%
- 2) 0,36%
- 3) 0,3%
- 4) 3%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+c}{b}$ при $a = -2,6$; $b = 0,4$; $c = 7,1$.

Ответ: _____

5. За сколько минут пешеход, движущийся со скоростью 6 км/ч, пройдет 900 метров?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

- 1) $(x-4)^2 = x^2 - 4x + 16$
- 2) $-2(x-y) = -2x - 2y$
- 3) $(x-y)(y-x) = -x^2 + 2xy - y^2$
- 4) $(-x-3y) \cdot 2 = -2x - 3y$

7. Упростите выражение $\frac{4}{7x} + \frac{1}{5x}$

1) $\frac{27}{35x}$

2) $\frac{1}{7x}$

3) $\frac{27}{35x^2}$

4) $\frac{3}{35x}$

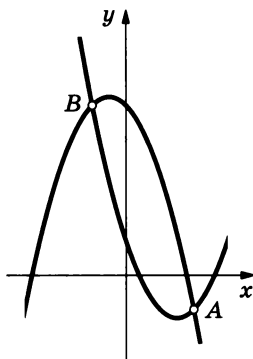
8. Найдите частное $\frac{6,3 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^3}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $4 - 5x = 17 - 3(x + 1)$

Ответ: _____

10. Параболы $y = x^2 - 3x + 1$ и $y = -x^2 - x + 5$ пересекаются в двух точках. Вычислите координаты точки А.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 120 костюмов, а во втором — 80 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма больше, чем во втором, и работали на 2 ч больше. Сколько костюмов в час шили во втором цехе?»

Пусть x костюмов в час шили во втором цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{120}{x-2} - \frac{80}{x} = 2$

3) $\frac{120}{x+2} - \frac{80}{x} = 2$

2) $\frac{120}{x} - \frac{80}{x-2} = 2$

4) $\frac{80}{x-2} - \frac{120}{x} = 2$

12. Решите неравенство $5x \geq 8(x - 3) - 17$.

1) $x \geq -\frac{7}{3}$

3) $x \leq \frac{41}{13}$

2) $x \geq \frac{7}{13}$

4) $x \leq \frac{41}{3}$

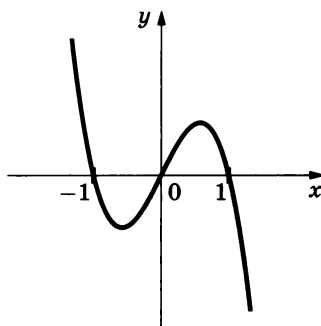
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

2) $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$

3) $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

4) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 4^n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $y_1 = 1, y_{n+1} = 4 - y_n$

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $z_n = 4n$

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

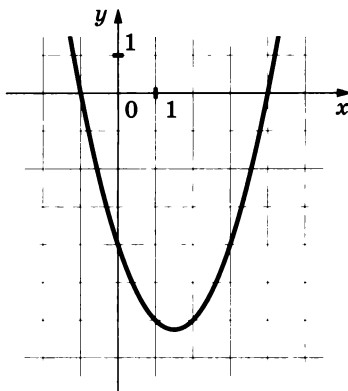
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 - 3x + 4$

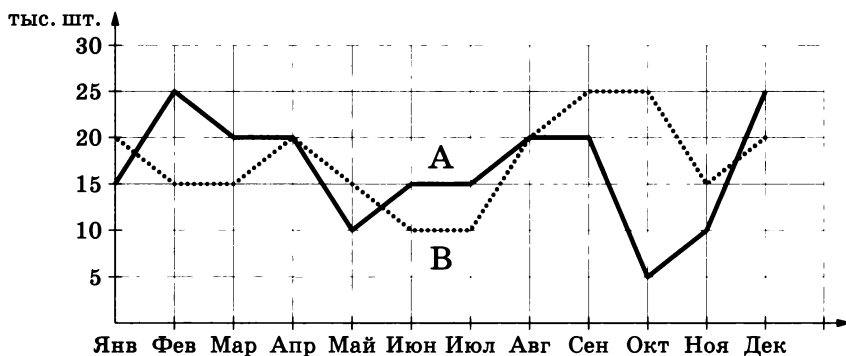
2) $y = x^2 + 3x - 4$

3) $y = -x^2 + 3x + 4$

4) $y = x^2 - 3x - 4$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три весенних месяца (март, апрель, май)?

Ответ: _____

Диагностическая работа №5

1. Расположите в порядке возрастания числа: 3,02; -3,02; 2,03; -20,3

1) -20,3; -3,02; 3,02; 2,03

2) -20,3; -3,02; 2,03; 3,02

3) 3,02; 2,03; -3,02; -20,3

4) -3,02; -20,3; 3,02; 2,03

2. Какое из чисел $\sqrt{64000}$, $\sqrt{6,4}$, $\sqrt{0,064}$ является рациональным?

1) $\sqrt{64000}$

3) $\sqrt{0,064}$

2) $\sqrt{6,4}$

4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан молочного коктейля в среднем содержит 11 граммов белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан молочного коктейля?

1) 15%

2) 0,15%

3) 7%

4) 0,7%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-b}{c}$ при $a=3,25$; $b=2,65$; $c=7,5$.

Ответ: _____

5. Плотность тела равна 1 г/см³. Какова масса (в кг) такого тела, если его объем 2 л?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(-x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$

3) $(x-y)^2 = x^2 - y^2$

2) $-6(x-5y) = 5y - 6x$

4) $-7(-y-2x) = 14x + 7y$

7. Упростите выражение $\frac{5}{3x} - \frac{6}{7x}$

1) $\frac{33}{7x}$

2) $\frac{1}{2x}$

3) $-\frac{1}{2x^2}$

4) $\frac{17}{21x}$

8. Найдите частное $\frac{9,5 \cdot 10^{13}}{0,5 \cdot 10^{15}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $-11(3 - x) + 12 = -7(x + 3)$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 3x + 2$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке равно 12 км. На путь от одного причала до другого и обратно лодка затратила 8 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость реки 2 км/ч.» Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

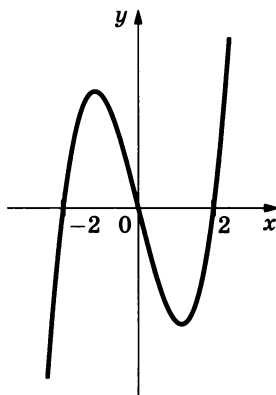
$$\begin{array}{ll} 1) 12(x-2) + 12(x+2) = 8 & 3) \frac{12}{x+2} + \frac{12}{2-x} = 8 \\ 2) 8((x-2) + (x+2)) = 12 \cdot 2 & 4) \frac{12}{x+2} + \frac{12}{x-2} = 8 \end{array}$$

12. Решите неравенство $3(2x - 7) \geq 4(x - 7) - 5x$.

- $$\begin{array}{ll} 1) x \geq -1 & 3) x \leq 1 \\ 2) x \leq -1 & 4) x \geq 1 \end{array}$$

13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

- $$\begin{array}{l} 1) (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \\ 2) (-\infty; -2) \cup (0; 2) \\ 3) (-2; 0) \cup (2; +\infty) \\ 4) (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \end{array}$$



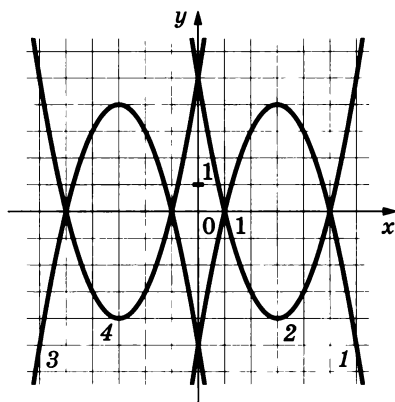
14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

- | | |
|-----------------|--|
| А) $x_n = 0$ | 1) Последовательность — арифметическая прогрессия |
| Б) $y_n = 2n^2$ | 2) Последовательность — геометрическая прогрессия |
| В) $z_n = 3^n$ | 3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией |

Ответ:

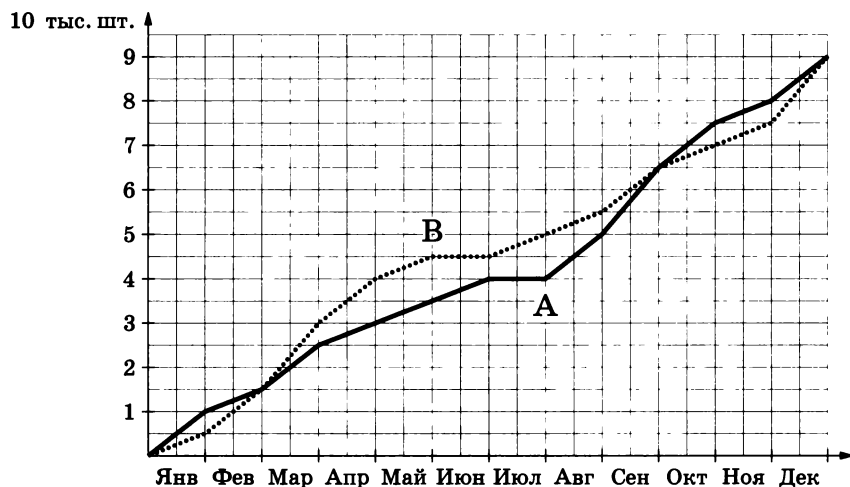
А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

15. Какая из парабол является графиком функции $y = -x^2 - 6x - 5$?



Ответ: _____

16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три первых месяца года?

Ответ: _____

Комплекты заданий второй части экзамена

Комплект 1

17. Постройте график функции $y = 2x^2 - 4x + 1$. Укажите наименьшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$27x^2 - 6\sqrt{3}x - 8 = -9.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а разность прогрессии равна 6. Найдите сумму всех трехзначных членов прогрессии.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$2\sqrt{x-y+1} + 3\sqrt{x-4y+3}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 3x, & x < -1, \\ -3, & -1 \leq x \leq 2, \\ 3x - 9, & x > 2. \end{cases}$$

Комплект 2

17. Постройте график функции $y = -2x^2 + 4x - 1$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$\frac{(x + \sqrt{6})^2}{6} + \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}x}{3} = \frac{4}{3}.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а сумма первых трех равна 12. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$2\sqrt{x+y+1} - 4 + 3(x+4y-3)^2.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y=kx$ пересекает в двух точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 3x+2, & x < -1, \\ -1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 3x-7, & x > 2. \end{cases}$$

Диагностическая работа №6

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа: $-3,23$; $-3,2$; $-3,03$; $-3,203$
 - 1) $-3,03$; $-3,2$; $-3,203$; $-3,23$
 - 2) $-3,03$; $-3,203$; $-3,2$; $-3,23$
 - 3) $-3,23$; $-3,2$; $-3,203$; $-3,03$
 - 4) $-3,23$; $-3,203$; $-3,2$; $-3,03$
2. Какое из чисел $\sqrt{2250}$, $\sqrt{2,25}$, $\sqrt{0,225}$ является рациональным?
 - 1) $\sqrt{2250}$
 - 2) $\sqrt{2,25}$
 - 3) $\sqrt{0,225}$
 - 4) ни одно из этих чисел
3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стаканчик мороженого в среднем содержит 3 грамма белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, съев стаканчик мороженого?
 - 1) 0,24%
 - 2) 24%
 - 3) 0,4%
 - 4) 4%
4. Вычислите значение выражения $\frac{(a-b) \cdot c}{b-a}$ при $a = -2,9$; $b = 3,8$; $c = 6,7$.

Ответ: _____
5. Сколько стоят 1,5 кг корицы, если 100 г корицы стоит 70 рублей?

Ответ: _____
6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?
 - 1) $-y(x-y) = xy - y^2$
 - 2) $x(y-5y) = xy - 5y^2$
 - 3) $(x+2)^2 = x^2 + 2x + 4$
 - 4) $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$

7. Упростите выражение $\frac{8}{7x} - \frac{7}{8x}$

1) $\frac{1}{2x}$

3) $\frac{1}{x}$

2) $\frac{15}{56x}$

4) $\frac{1}{56x^2}$

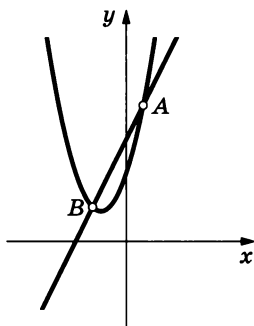
8. Найдите частное $\frac{14,5 \cdot 10^{-7}}{0,5 \cdot 10^{-4}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $9 - 4x = 5 + 2(7 - 3x)$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x + 3$ пересекает параболу $y = 2x^2 + 3x + 2$ в двух точках. Вычислите координаты точки А.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 5 ч. На мопедe он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на мопедe он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Определите скорость, с которой ехал турист на велосипеде (в км/ч)?»

Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена скорость (в км/ч), с которой ехал турист на велосипеде.

1) $\frac{x}{5} - \frac{x}{3} = 8$

3) $5x = 3(x + 8)$

2) $5(x - 8) = 3x$

4) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 8$

12. Решите неравенство $9x - 2(7x + 3) > 11$.

1) $x < -\frac{17}{5}$

2) $x > \frac{17}{5}$

3) $x < 1$

4) $x > 1$

13. Решите неравенство $(x + 3)(x - 4)(x + 1)(x - 1) > 0$.

1) $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (4; +\infty)$

2) $(-3; -1) \cup (1; 4)$

3) $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

4) $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$

14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n = 4^n$ 1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $b_n = 4n + 1$ 2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $c_n = n^3$ 3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

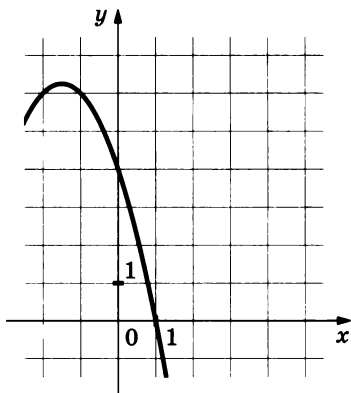
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 - 3x - 4$

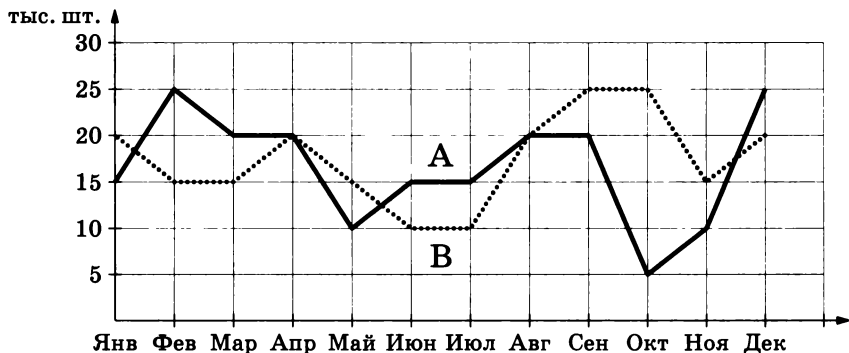
2) $y = -x^2 + 3x + 4$

3) $y = x^2 + 3x - 4$

4) $y = -x^2 - 3x + 4$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три первых месяца года?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1$. Укажите наименьшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$2x^2 + \sqrt{3}x + 1 = -\sqrt{6}x - 2.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 2, а разность арифметической прогрессии равна 2. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии, не кратных 3.

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{12}{(3x - y)^2 + (x + y - 4)^2 + 4}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -3x - 4, & x < -1, \\ -1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x - 5, & x > 2. \end{cases}$$

Диагностическая работа №7

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа: 5,04; -5,4; -5,04; 5,4

1) -5,4; -5,04; 5,04; 5,4

3) 5,4; 5,04; -5,04; -5,4

2) 5,4; -5,4; 5,04; -5,04

4) -5,04; 5,04; 5,4; -5,4

2. Какое из чисел $\sqrt{490}$, $\sqrt{0,049}$, $\sqrt{0,000049}$ является рациональным?

1) $\sqrt{490}$

3) $\sqrt{0,000049}$

2) $\sqrt{0,049}$

4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления углеводов составляет 280 грамм. Один стаканчик мороженого в среднем содержит 22 грамма углеводов. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления углеводов получит человек, съев стаканчик мороженого?

1) 8%

2) 0,8%

3) 13%

4) 1,3%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-c}{b-a}$ при $a = -2,3$; $b = 4,1$; $c = 5,7$.

Ответ: _____

5. Расстояние от Москвы до Омска равно 2560 км. Сколько часов нужно потратить, чтобы доехать из Москвы в Омск на машине, если средняя скорость машины около 80 км/ч?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $y(x-4) = xy - 4y$

3) $-x(x-5y) = 5xy + x^2$

2) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

4) $(y-2x)(2y+x) = 4y^2 - x^2$

7. Упростите выражение $\frac{11}{7x} - \frac{13}{14x}$.

1) $\frac{9}{14x^2}$

2) $\frac{9}{7x}$

3) $\frac{9}{14x}$

4) $-\frac{15}{14x}$

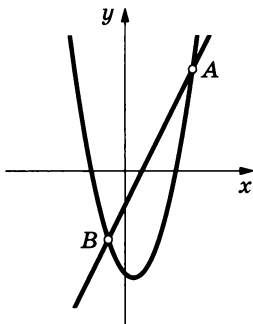
8. Найдите частное $\frac{1,5 \cdot 10^8}{7,5 \cdot 10^7}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $10 - 3(5 - 2x) = 7 - 9x$.

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x - 1$ пересекает параболу $y = 2x^2 - x - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 120 костюмов, а во втором — 80 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма больше, чем во втором, и работали на 2 ч больше. Сколько костюмов в час шили в первом цехе?»

Пусть x костюмов в час шили в первом цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{120}{x-2} - \frac{80}{x} = 2$

3) $\frac{120}{x+2} - \frac{80}{x} = 2$

2) $\frac{120}{x} - \frac{80}{x-2} = 2$

4) $\frac{80}{x-2} - \frac{120}{x} = 2$

12. Решите неравенство $13x > 9x + 2(3x - 11) - 6$.

1) $x < -28$

3) $x < 1$

2) $x < 14$

4) $x > 1$

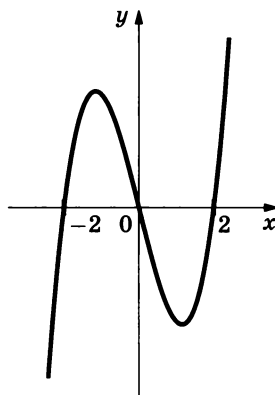
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

2) $(-\infty; -2) \cup (0; 2)$

3) $(-2; 0) \cup (2; +\infty)$

4) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 4n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $y_n = 10^n$

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $z_n = n^4 + 1$

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

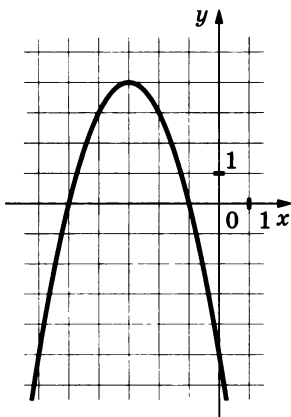
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 + 4x + 5$

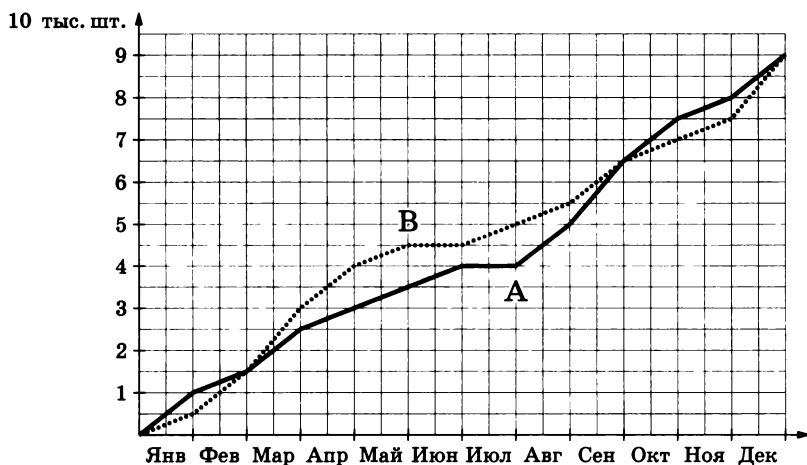
2) $y = x^2 - 4x - 5$

3) $y = -x^2 - 6x - 5$

4) $y = x^2 + 6x + 5$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три осенних месяца (сентябрь, октябрь, ноябрь)?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$2x^2 - \sqrt{3}x + 1 = -\sqrt{6}x + \frac{1}{2}.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 2, а разность арифметической прогрессии равна 3. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии, не кратных 4.

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{12}{(x - y - 3)^2 + |x + y - 5| + 3}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -2x, & x < -1, \\ 2, & -1 \leq x \leq 2, \\ 3x - 4, & x > 2. \end{cases}$$

Диагностическая работа №8

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа: $-16,7$; $-17,6$; $-17,06$; $-17,76$

1) $-16,7$; $-17,6$; $-17,06$; $-17,76$

2) $-16,7$; $-17,06$; $-17,6$; $-17,76$

3) $-17,76$; $-17,6$; $-17,06$; $-16,7$

4) $-17,76$; $-17,06$; $-17,6$; $-16,7$

2. Какое из чисел $\sqrt{4000}$, $\sqrt{0,081}$, $\sqrt{0,0016}$ является рациональным?

1) $\sqrt{4000}$

3) $\sqrt{0,0016}$

2) $\sqrt{0,081}$

4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления углеводов составляет 280 грамм. Порция омлета в среднем содержит 39 грамм углеводов. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления углеводов получит человек, съев порцию омлета?

1) 7%

2) 0,7%

3) 14%

4) 0,14%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c-b}$ при $a=9,8$; $b=-2,1$; $c=0,7$.

Ответ: _____

5. Пешеход идет со скоростью 1,5 м/с. Какое расстояние (в км) он пройдет за час?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $-7(y-x) = 7y-7x$

3) $(x-4y)(2x+y) = 2x^2-7xy-4y^2$

2) $(x+8y)(y-x) = x^2-8y^2$

4) $(2-x)(x-2) = 4-x^2$

7. Упростите выражение $\frac{9}{5x} + \frac{5}{3x}$

1) $\frac{3}{x}$

3) $\frac{52}{15x^2}$

2) $\frac{52}{15x}$

4) $\frac{4}{x}$

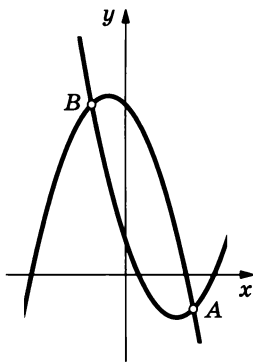
8. Найдите частное $\frac{4,2 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^{-5}}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $3(9 - x) = 11(x + 3) + 1$

Ответ: _____

10. Параболы $y = x^2 - 3x + 1$ и $y = -x^2 - x + 5$ пересекаются в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист дошел пешком за 4 ч. На велосипеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на велосипеде он едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем идет пешком. С какой скоростью (в км/ч) шел турист от турбазы до станции?» Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена скорость (в км/ч), с которой турист шел пешком.

1) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 4$

3) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 4$

2) $4(x - 4) = 3x$

4) $4x = 3(x + 4)$

12. Решите неравенство $15x - 5(2 - x) < -17$.

1) $x < \frac{7}{20}$

3) $x > \frac{7}{20}$

2) $x < -\frac{7}{20}$

4) $x > -\frac{7}{20}$

13. Решите неравенство $(x - 3)(x + 4)(x + 1)(x - 1) < 0$.

1) $(-\infty; -4) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$

2) $(-4; -1) \cup (1; 3)$

3) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

4) $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n = (n + 2)^4$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $b_n = 4^{n+2}$

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

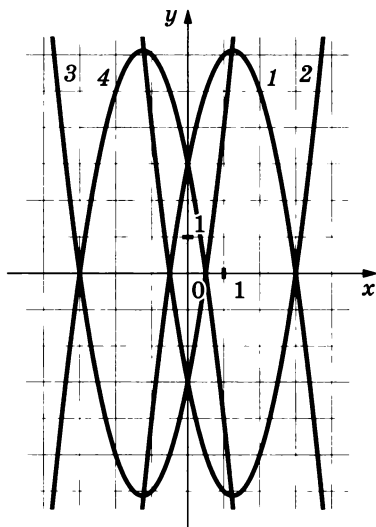
В) $c_n = 4(n + 2)$

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

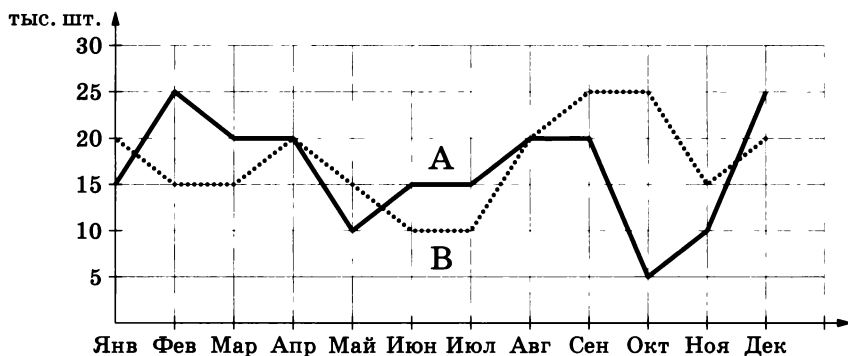
А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

15. Какая из парабол является графиком функции $y = 2x^2 + 5x - 3$?



Ответ: _____

16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три осенних месяца (сентябрь, октябрь, ноябрь)?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y = -2x^2 - 2x + 1$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$2x^2 - \sqrt{2}x + 1 = \sqrt{3} - 0,5.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 4, а разность арифметической прогрессии равна 2. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии, не кратных 3.

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{12}{(x - y - 2)^2 + |x + y - 6| + 2}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -3x, & x < -1, \\ 3, & -1 \leq x \leq 2, \\ 3x - 3, & x > 2 \end{cases}$$

Пример экзаменационного варианта 2008 года

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a = 8,4$; $b = -1,2$; $c = -4,5$.

Ответ: _____

2. Длина шага человека a см. По какой формуле можно вычислить расстояние s (в метрах), которое пройдет человек, сделав n шагов?

1) $s = \frac{an}{100}$

2) $s = 100an$

3) $s = an$

4) $s = \frac{a}{100n}$

3. Представьте выражение $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}}$ в виде степени с основанием a .

1) a^{-20}

2) a^{-4}

3) a^{13}

4) a^{-7}

4. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $a(a - 2)$?

1) $a(2 - a)$

2) $-a(2 + a)$

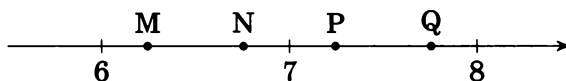
3) $-a(2 - a)$

4) $-a(a - 2)$

5. Упростите выражение $\frac{1}{b-a} \cdot \left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)$.

Ответ: _____

6. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?



1) точка Q

2) точка M

3) точка N

4) точка P

7. Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 2500 р., группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько заплатит за экскурсию группа из 6 человек?

1) 15000 р. 2) 2375 р. 3) 750 р. 4) 14250 р.

8. Численность населения Индонезии составляет $2,4 \cdot 10^8$ человек, а Грузии — $4,7 \cdot 10^6$ человек. Во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Грузии?

1) примерно в 1,9 раза

2) примерно в 510 раз

3) примерно в 51 раз

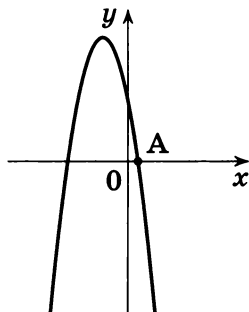
4) примерно в 5,1 раза

9. На рисунке изображен график функции

$$y = -3x^2 - 5x + 2.$$

Вычислите абсциссу точки А.

Ответ: _____



10. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2. \end{cases}$$

Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке 14 км. На путь от одного причала до другого против течения моторная лодка затратила на 1 ч больше, чем на обратный путь по течению. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч». Обозначьте буквой x собственную скорость лодки (в км/ч) и составьте уравнение по условию задачи.

$$1) 14(x-2) - 1 = 14(x+2) \quad 3) \frac{14}{x+2} - \frac{14}{x-2} = 1$$

$$2) \frac{14}{x-2} - \frac{14}{x+2} = 1 \quad 4) 14(x+2) - 14(x-2) = 1$$

12. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $a - c < b$?

$$1) c + b - a < 0$$

$$3) c > a - b$$

$$2) a - b - c < 0$$

$$4) a < b + c$$

13. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

$$A) x^2 + 9 < 0$$

$$1) \emptyset$$

$$B) x^2 - 9 < 0$$

$$2) (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

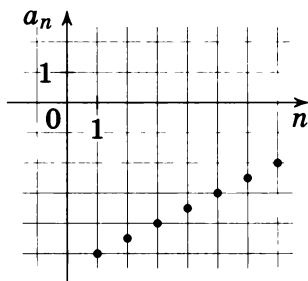
$$B) x^2 - 9 > 0$$

$$3) (-3; 3)$$

Ответ:

A	B	B
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

14. Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер члена последовательности, а по вертикальной — соответствующий член последовательности.



На рисунке изображены точками первые семь членов арифметической прогрессии (a_n) . Найдите a_1 и d .

Ответ: _____

15. Какая из прямых не пересекает график функции $y = -\frac{2}{x}$?

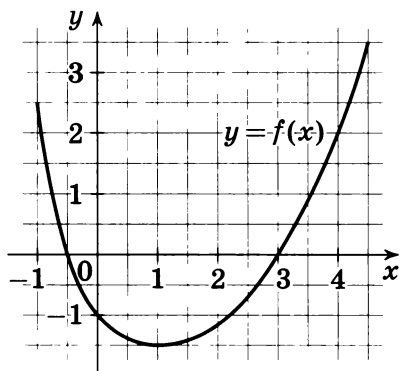
1) $x = 2$

2) $y = 3x$

3) $y = -4x$

4) $y = -6$

16. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-1; 4,5]$. Из приведенных ниже утверждений выберите верное.



1) Наименьшее значение функции $y = f(x)$ равно $-1,5$.

2) Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[1; 4,5]$.

3) $f(x) < 0$ при $-0,5 < x < 4,5$.

4) $f(-1) = 0$.

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Разложите на множители

$$c^2 - a - 1 + ac^2.$$

18. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{28 - x - 2x^2}}{2x + 7}.$$

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

20. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2y + 1)(x - 3) = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Решение заданий первой части.

Предостережения. Советы

1. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a=8,4$; $b=-1,2$; $c=-4,5$.

Решение. Нужно подставить значения переменных в выражение: $\frac{8,4 + (-1,2)}{-4,5}$.

$$\frac{8,4 + (-1,2)}{-4,5} = \frac{8,4 - 1,2}{-4,5} = \frac{7,2}{-4,5} = -\frac{72}{45} = -\frac{9 \cdot 8}{9 \cdot 5} = -\frac{8}{5} = -1,6.$$

Ответ: $-1,6$.

Другие решения. 1. Поставив значения переменных в выражение, выполнить действия над числами (деление можно выполнить «уголком»).

$$\frac{8,4 + (-1,2)}{-4,5} = (8,4 - 1,2) : (-4,5) = 7,2 : (-4,5) = -1,6.$$

2. Умножим числитель и знаменатель на 10:

$$\frac{a+b}{c} = \frac{10a+10b}{10c},$$

подставим значения переменных.

$$\frac{84 + (-12)}{-45} = \frac{72}{-45} = -\frac{72}{45} = -\frac{9 \cdot 8}{9 \cdot 5} = -\frac{8}{5} = -1,6.$$

Предостережение. Не потеряйте знак выражения.

Совет. Определите знак числителя, определите знак дроби. Все действия нужно выполнить максимально подробно на черновике.

2. Длина шага человека a см. По какой формуле можно вычислить расстояние s (в метрах), которое пройдет человек, сделав n шагов?

$$1) s = \frac{an}{100} \quad 2) s = 100an \quad 3) s = an \quad 4) s = \frac{a}{100n}$$

Решение. Чтобы найти расстояние в см, нужно длину шага умножить на число шагов: $a \cdot n$. Чтобы расстояние выразить в метрах, нужно $a \cdot n$ разделить на 100, так как $100 \text{ см} = 1 \text{ м}$, получим $s = \frac{a \cdot n}{100}$.

Ответ: 1.

Другое решение. Подставим конкретные значения, например, длина шага $a = 60 \text{ см}$; сделано $n = 5$ шагов. Тогда за 5 шагов пройдено — $300 \text{ см} = 3 \text{ м}$.

Подставляем значения переменных в выражения:

- 1) $\frac{60 \cdot 5}{100} = 3$ — верно;
- 2) $100 \cdot 60 \cdot 5 = 30000$ — неверно;
- 3) $60 \cdot 5 = 300$ — неверно;
- 4) $\frac{60}{100 \cdot 5} = \frac{3}{25}$ — неверно;

Если выбранные значения длины шага и количества шагов не позволяют определить верный ответ, нужно взять другую пару этих значений.

Предостережение. Не забудьте расстояние, выраженное в см, перевести в м.

Совет. Запишите: $100 \text{ см} = 1 \text{ м}$.

Обязательно подставьте конкретные значения переменных и найдите значения расстояний по предложенным формулам.

3. Представьте выражение $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}}$ в виде степени с основанием a .

1) a^{-20}

2) a^{-4}

3) a^{13}

4) a^{-7}

Решение. $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = \frac{a^{5+(-2)}}{a^{10}} = \frac{a^3}{a^{10}} = a^{3-10} = a^{-7}$.

Ответ: 4.

Другое решение — «от ответа».

1) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{-20}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{-20} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^{-10}$ — неверное равенство при любых значениях a ;

2) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{-4}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{-4} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^6$ — неверное равенство при любых значениях a ;

3) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{13}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{13} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^{23}$ — неверное равенство при любых значениях a ;

4) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{-7}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{-7} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^3$ — верное равенство при всех допустимых значениях a .

Предостережение. Не ошибитесь в применении свойств степеней для выражений с одинаковыми основаниями.

Совет. На черновике выпишите свойства:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Аккуратно (без всяких сокращений) запишите применение свойств и выполните действия.

4. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $a(a-2)$?

- 1) $a(2-a)$ 2) $-a(2+a)$ 3) $-a(2-a)$ 4) $-a(a-2)$

Решение. Преобразуем данное выражение:

$$a(a-2) = a \cdot a - a \cdot 2 = a^2 - 2a.$$

Преобразуем выражения:

1) $a(2-a) = a \cdot 2 - a \cdot a = 2a - a^2 = -a^2 + 2a$ — не совпадает с исходным;

2) $-a(2+a) = -a \cdot 2 - a \cdot a = -2a - a^2 = -a^2 - 2a$ — не совпадает с исходным;

3) $-a(2-a) = -a \cdot 2 - a(-a) = -2a + a^2 = a^2 - 2a$ — совпадает с исходным;

4) $-a(a-2) = -a \cdot a - a \cdot (-2) = -a^2 + 2a$ — не совпадает с исходным.

Ответ: 3.

Другие решения. 1. Преобразуем выражения и сравним с исходным.

1) $a(2 - a) = a(-a + 2) = -a(a - 2)$ — не совпадает с исходным;

2) $-a(2 + a) = -a(a + 2)$ — не совпадает с исходным;

3) $-a(2 - a) = -a(-a + 2) = a(a - 2)$ — совпадает с исходным;

4) $-a(a - 2)$ — не совпадает с исходным.

2. Возьмем какое-нибудь значение переменной, например $a = 1$.

При $a = 1$ исходное выражение равно: $1 \cdot (1 - 2) = -1$.

1) $1 \cdot (2 - 1) = 1$ — не совпадает с исходным;

2) $-1 \cdot (2 + 1) = -3$ — не совпадает с исходным;

3) $-1 \cdot (2 - 1) = -1$ — совпадает с исходным;

4) $-1 \cdot (1 - 2) = 1$ — не совпадает с исходным.

Если выбранное значение не позволит определить верный ответ, нужно взять другое значение.

Предостережение. Возможна ошибка в знаках.

Совет. На черновике постарайтесь привести два различных варианта решения.

Например, преобразовав выражения и определив, что исходное и третье выражения тождественно равны, подставьте в эти выражения конкретные значения переменной и убедитесь, что эти выражения принимают равные значения.

5. Упростите выражение $\frac{1}{b-a} \cdot \left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{1}{b-a} \cdot \left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right) &= \frac{1}{b-a} \left(\frac{b \cdot b}{a \cdot b} - \frac{a \cdot a}{b \cdot a} \right) = \\ &= \frac{1}{b-a} \cdot \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{1 \cdot (b^2 - a^2)}{(b-a) \cdot ab} = \frac{b^2 - a^2}{(b-a) \cdot ab} = \frac{(b-a)(b+a)}{(b-a) \cdot ab} = \frac{b+a}{ab}. \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{b+a}{ab}$.

Предостережение. Возможны ошибки в разложении на множители числителя.

Возможно неполное решение — без сокращения дроби задание считается невыполненным.

Совет. На черновике постарайтесь записать подробно все преобразования (помните, что при преобразовании дробных выражений всегда нужно проверять на возможность сокращения дроби) и обязательно подставьте несколько значений переменных.

Например, допустив ошибку в применении формулы разности квадратов, получите ответ: $\frac{b-a}{ab}$.

При $a = 1$, $b = 2$ исходное выражение

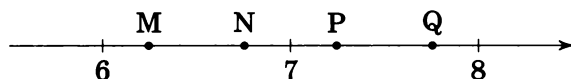
$$\frac{1}{b-a} \cdot \left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)$$

равно

$$\frac{1}{2-1} \cdot \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{2} \right) = 1 \cdot \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{2} \right) = 2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

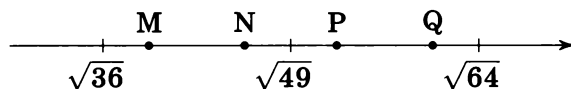
При $a = 1$, $b = 2$ полученное выражение $\frac{b-a}{ab}$ равно $\frac{2-1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$. Значения выражения не равны — это свидетельствует о допущенной ошибке, следовательно, нужно перерешать.

6. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?



- 1) точка Q 2) точка M 3) точка N 4) точка P

Решение. $6 = \sqrt{36}$, $7 = \sqrt{49}$, $8 = \sqrt{64}$.



$\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$, следовательно, числу $\sqrt{39}$ соответствует одна из точек M или N.

Точка М ближе к числу $\sqrt{36}$, точка N ближе к $\sqrt{49}$.

Отметим середину отрезка: $6,5 = \sqrt{42,25}$.

$\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{42,25}$, следовательно, числу $\sqrt{39}$ соответствует точка М.

Ответ: 2.

Другое решение. $\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$, следовательно, числу $\sqrt{39}$ соответствует одна из точек М или N.

$6^2 = 36$; $6,1^2 = 37,21$; $6,2^2 = 38,44$; $6,3^2 = 39,69$. Следовательно, $6,2 < \sqrt{39} < 6,3$, т.е. числу $\sqrt{39}$ соответствует точка М (ближайшая к 6).

Предостережение. Не торопитесь с выбором ответа, не сделав каких-либо расчетов.

Совет. Определите, между какими последовательными целыми числами находится число $\sqrt{39}$.

Если этого недостаточно, то нужно извлечь корень с точностью до десятых.

7. Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 2500 р., группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько заплатит за экскурсию группа из 6 человек?

- 1) 15000 р. 2) 2375 р. 3) 750 р. 4) 14250 р.

Решение. Полная стоимость путевок для группы из 6 человек будет составлять $2500 \cdot 6 = 15000$ рублей.

Для группы из 6 человек действует скидка в 5%, т.е. группа должна заплатить 95% от полной стоимости: $15000 \cdot 0,95 = 14250$ рублей.

Ответ: 4.

Другое решение. Для группы из 6 человек действует скидка 5%, т.е. стоимость экскурсии для каждого человека из этой группы меньше на 5%. Вычислим скидку для одного

человека: $2500 \cdot 0,05 = 125$ р., тогда стоимость экскурсии для одного человека: $2500 - 125 = 2375$ р.

Стоимость экскурсии для всей группы: $6 \cdot 2375 = 14250$ р.

Предостережение. Доводите решение до конца — найдя стоимость экскурсии для одного человека, нужно найти стоимость экскурсии всей группы; найдя скидку для группы, не забудьте найти стоимость всей экскурсии.

Совет. Представьте себе, что это вы должны заплатить за экскурсию группы. Как обычно происходит: каждый сдает по 2500 рублей (сколько получилось?), а потом каждому возвращается скидка (сколько всего нужно вернуть?). Сколько осталось?

Постарайтесь разными способами рассчитать стоимость экскурсии для всей группы.

8. Численность населения Индонезии составляет $2,4 \cdot 10^8$ человек, а Грузии — $4,7 \cdot 10^6$ человек. Во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Грузии?

1) примерно в 1,9 раза

3) примерно в 51 раз

2) примерно в 510 раз

4) примерно в 5,1 раза

Решение. Чтобы найти, во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Грузии, нужно $2,4 \cdot 10^8$ разделить на $4,7 \cdot 10^6$.

$$\frac{2,4 \cdot 10^8}{4,7 \cdot 10^6} = \frac{2,4 \cdot 10^2 \cdot 10^6}{4,7 \cdot 10^6} = \frac{240}{4,7} = 51,06 \dots$$

Ответ под номером 3 «ближе» к полученному числу.

Ответ: 3.

Другое решение. Нужно постараться записать (прочитать) числа с одинаковой степенью 10.

$$2,4 \cdot 10^8 = 2,4 \cdot 10^2 \cdot 10^6 = 240 \cdot 10^6 = 240 \text{ млн.}$$

$$4,7 \cdot 10^6 = 4,7 \text{ млн.}$$

Теперь делим 240 на 4,7, получаем 51,0..., выбираем третий ответ.

Предостережение. Внимательно прочитайте условие.

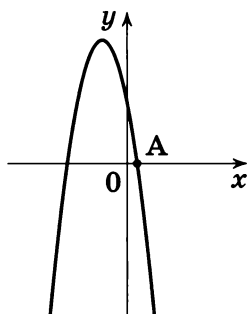
Можно перепутать какое число на какое делить; можно допустить ошибки при работе со степенями; можно допустить ошибку при делении десятичных дробей.

Совет. Определите большее число. Большее число разделите на меньшее.

9. На рисунке изображен график функции

$$y = -3x^2 - 5x + 2.$$

Вычислите абсциссу точки А.



Решение. Точка А — это точка пересечения графика функции с осью абсцисс.

Составим уравнение: $-3x^2 - 5x + 2 = 0$. Умножим обе части уравнения на -1 , получим уравнение: $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

По формуле $D = b^2 - 4ac$ вычисляем дискриминант

$$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49.$$

По формуле корней $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ находим корни:

$$x_1 = \frac{-5 - 7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{-5 + 7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Точка А лежит правее начала координат, следовательно, абсцисса точки А положительна, т.е. $x = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Предостережение. Не пытайтесь угадывать, потому что число может быть дробным.

Совет. Решайте так, как вы привыкли. Обязательно проверьте корни подстановкой в уравнение.

Корень из дискриминанта всегда извлечется. Ответ можно записывать в любом виде: как записано в ответе или $x = \frac{1}{3}$.

Формулу дискриминанта и формулу корней нужно знать.

10. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2. \end{cases}$$

Решение. Можно решать систему уравнений любым способом: сложением, подстановкой.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 15x + 3y = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 17x = 17, \\ 2x - 3y = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Ответ: $x = 1$; $y = -3$.

Другое решение.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3(-5x + 2) = 11, \\ y = -5x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 17x = 17, \\ y = -5x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Предостережение. При решении системы уравнений обращайте внимание на правильность вычислений.

Совет. Решайте любым способом, обязательно проверьте найденные решения.

11. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке 14 км. На путь от одного причала до другого против течения моторная лодка затратила на 1 ч больше, чем на обратный путь по течению. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч».

Обозначьте буквой x собственную скорость лодки (в км/ч) и составьте уравнение по условию задачи.

1) $14(x - 2) - 1 = 14(x + 2)$ 3) $\frac{14}{x + 2} - \frac{14}{x - 2} = 1$

2) $\frac{14}{x - 2} - \frac{14}{x + 2} = 1$ 4) $14(x + 2) - 14(x - 2) = 1$

Решение. x (км/ч) — собственная скорость лодки, тогда $x + 2$ (км/ч) — скорость по течению, $x - 2$ (км/ч) — скорость против течения.

Расстояние между причалами 14 км, следовательно,

$\frac{14}{x + 2}$ (ч) — время движения лодки по течению;

$\frac{14}{x - 2}$ (ч) — время движения лодки против течения.

Время движения лодки против течения больше, чем по течению, на 1 час, поэтому составим уравнение: $\frac{14}{x - 2} - \frac{14}{x + 2} = 1$.

Ответ: 2.

Другое решение. Проанализируем записанные уравнения, учитывая, что 14 — это 14 км, 1 — это 1 час, $x + 2$ (в км/ч) — скорость лодки по течению, $x - 2$ (в км/ч) — скорость лодки против течения.

1) 14 км умножаем на $x - 2$ км/ч, получаем $14(x - 2)$ км²/ч. Из км²/ч нельзя вычесть 1 ч.

2) $\frac{14}{x - 2}$ — путь разделили на скорость против течения и получили время движения против течения;

$\frac{14}{x + 2}$ — путь разделили на скорость по течению и получили время движения по течению;

$\frac{14}{x-2} - \frac{14}{x+2}$ — от времени движения против течения отняли время движения по течению (время движения против течения больше времени движения по течению) и получили 1 час — соответствует условию.

3) $\frac{14}{x+2}$ — путь разделили на скорость по течению и получили время движения по течению;

$\frac{14}{x-2}$ — путь разделили на скорость против течения и получили время движения против течения;

$\frac{14}{x+2} - \frac{14}{x-2}$ — от времени движения по течению отняли время движения против течения и получили 1 час — не соответствует условию (время движения по течению больше времени движения против течения).

4) Рассуждения такие же, как в первом пункте.

Предостережение. Чтобы не ошибиться: установите большее и от большего отнимите меньшее.

Совет. Постарайтесь внимательно прочитать условие и самостоятельно составить уравнение с учетом обозначенной величины. Проанализируйте каждое уравнение с позиции величин (если путь умножить на скорость, то время получить нельзя). Попробуйте решить каждое уравнение и понять, реальна ли ситуация.

12. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $a - c < b$?

1) $c + b - a < 0$

3) $c > a - b$

2) $a - b - c < 0$

4) $a < b + c$

Решение. $a - c < b$, что означает $a - b - c < 0$.

Приведем каждое неравенство к этому виду.

1) $c + b - a < 0$ — умножим на (-1) и получим $a - b - c > 0$ — не соответствует условию.

2) $a - b - c < 0$ — соответствует условию.

3) $c > a - b$, перенесем все переменные в левую часть и умножим на (-1) , получим $a - b - c < 0$ — соответствует условию.

4) $a < b + c$ — перенесем в одну часть, получим $a - b - c < 0$ — соответствует условию.

Ответ: 1.

Другое решение. Попробуем подобрать несколько троек значений a , b и c (сильно различающиеся и различающиеся незначительно).

Рассмотрим тройку: $a = 5$, $b = 4$, $c = 2$, удовлетворяющую исходному неравенству.

1) Подставим значения в неравенство $c + b - a < 0$: $2 + 4 - 5 < 0$, $1 < 0$ — неверное числовое неравенство (не соответствует условию);

2) подставим значения в неравенство $a - b - c < 0$: $5 - 4 - 2 < 0$, $-1 < 0$ — верное числовое неравенство (соответствует условию);

3) подставим значения в неравенство $c > a - b$: $2 > 5 - 4$, $2 > 1$ — верное числовое неравенство (соответствует условию);

4) Подставим значения в неравенство $a < b + c$: $5 < 4 + 2$, $5 < 6$ — верное числовое неравенство.

Предостережение. Непривычно сложная формулировка — есть частица «не».

Возможна ошибка при переносе переменной из одной части неравенства в другую (изменение знака).

Возможна ошибка при умножении неравенства на (-1) — не изменили знак неравенства.

Совет. Не забывайте проверить неравенства для конкретных значений переменных.

13. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

А) $x^2 + 9 < 0$

1) \emptyset

Б) $x^2 - 9 < 0$

2) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

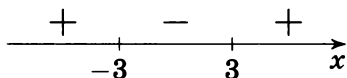
В) $x^2 - 9 > 0$

3) $(-3; 3)$

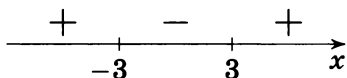
Решение. Решим неравенства.

А) $x^2 + 9 < 0$ — решений нет, следовательно $x \in \emptyset$ — ответ под номером 1.

Б) $x^2 - 9 < 0$, $(x - 3)(x + 3) < 0$, $x \in (-3; 3)$ — ответ под номером 3.

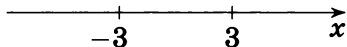


В) $x^2 - 9 > 0$, $(x - 3)(x + 3) > 0$, $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ — ответ под номером 2.



Ответ: 132.

Другое решение. Особенность ответов заключается в том, что множества не имеют общих точек, поэтому можно решать «от ответа».



Нужно взять значение из промежутков и проверить правильность неравенств.

2) Возьмем значение переменной из второго множества: -4 .

Проверяем неравенства:

При $x = -4$ проверяем неравенство А: $(-4)^2 + 9 < 0$, $25 < 0$ — неверное числовое неравенство.

При $x = -4$ проверяем неравенство Б: $(-4)^2 - 9 < 0$, $7 < 0$ — неверное числовое неравенство.

При $x = -4$ проверяем неравенство В: $(-4)^2 - 9 > 0$, $7 > 0$ — верно, т.е. второе множество — ответ для неравенства В.

3) Возьмем значение из третьего множества: 0 .

При $x = 0$ проверяем неравенство А: $0^2 + 0 < 0$, $9 < 0$ — неверное числовое неравенство.

При $x = 0$ проверяем неравенство Б: $0^2 - 9 < 0$, $-9 < 0$ — верно, т.е. третье множество — ответ для неравенства Б.

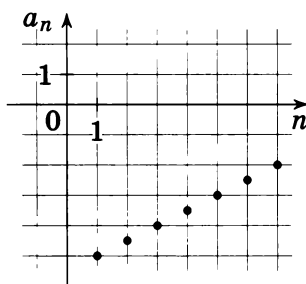
Осталось для неравенства А — первый ответ.

Предостережение. Работы очень много, лучше не спешите!

Следите за знаками, правильностью выполняемых действий.

Совет. Обязательно проверьте решения неравенств контрольными точками.

14. Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной — соответствующий член последовательности.



На рисунке изображены точками первые семь членов арифметической прогрессии (a_n) . Найдите a_1 и d .

Решение. Найдем две точки координатной плоскости с целочисленными координатами и запишем их с учетом обозначений: $a_1 = -5$, $a_3 = -4$.

Учитывая формулу n -го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n - 1)$, запишем полученное равенство $a_3 = a_1 + 2d$, откуда найдем $d = 0,5$.

Ответ: $a_1 = -5$; $d = 0,5$.

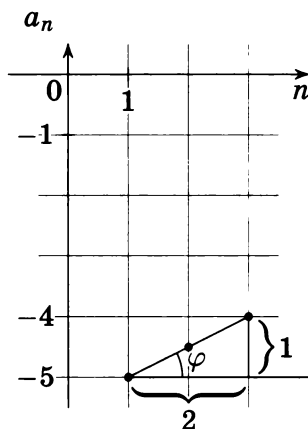
Другое решение. Известно, что формула $a_n = dn + b$, где d и b — числа, задает арифметическую прогрессию. Найдем d и b , учитывая, что все точки лежат на одной прямой.

Прямая $a_n = dn + b$ проходит через точки $(1; -5)$, $(3; -4)$.

$$\begin{cases} d \cdot 1 + b = -5, \\ d \cdot 3 + b = -4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2d = 1, \\ d + b = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} d = 0,5, \\ b = -5,5. \end{cases}$$

$a_n = 0,5n - 5,5$, откуда $a_1 = -5$, $d = 0,5$.

Для определения коэффициента d можно воспользоваться тем, что d — угловой коэффициент прямой ($d = \operatorname{tg} \varphi$, где φ — угол наклона прямой к оси абсцисс). По рисунку $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}$.



Получим $a_n = \frac{1}{2}n + b$. Учитывая, что прямая проходит через $(1; -5)$, находим $b = -5,5$.

Предостережение. Следите внимательно за действиями.

Вычисление углового коэффициента с помощью графика таит в себе опасности: потеря знака «минус» (в случае убывающей функции) и ошибочное нахождение b (b можно спутать с a_1).

Совет. В этих задачах нужно использовать формулу n -го члена арифметической прогрессии, желательно выписать несколько членов, используя координатную плоскость с отмеченными точками.

Для решения нужно брать только те точки, координаты которых — целые числа.

15. Какая из прямых не пересекает график функции $y = -\frac{2}{x}$?

1) $x = 2$

2) $y = 3x$

3) $y = -4x$

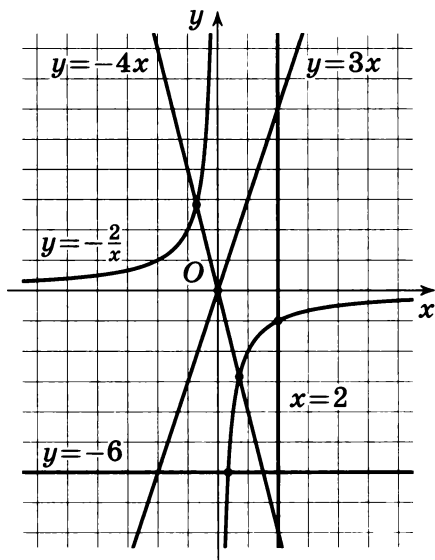
4) $y = -6$

Решение. Решать будем «от ответа».

1) Найдем общие точки прямой $x = 2$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого подставим значение x в формулу: $y = -\frac{2}{2}$; $y = -1$ — есть общая точка $(2; -1)$ — не удовлетворяет условию.

2) Найдем общие точки прямой $y = 3x$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого составим уравнение: $3x = -\frac{2}{x}$; $3x^2 = -2$ — нет корней, следовательно, прямая не пересекает график функции — удовлетворяет условию.

3) Найдем общие точки прямой $y = -4x$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого составим уравнение: $-4x = -\frac{2}{x}$; $x^2 = \frac{1}{2}$ — два корня, следовательно, прямая пересекает график функции в двух точках — не удовлетворяет условию.



4) Найдем общие точки прямой $y = -6$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого составим уравнение: $-6 = -\frac{2}{x}$; $x = \frac{1}{3}$ — один корень,

следовательно, прямая пересекает график функции в точке $\left(\frac{1}{3}; 6\right)$ — не удовлетворяет условию.

Ответ: 2.

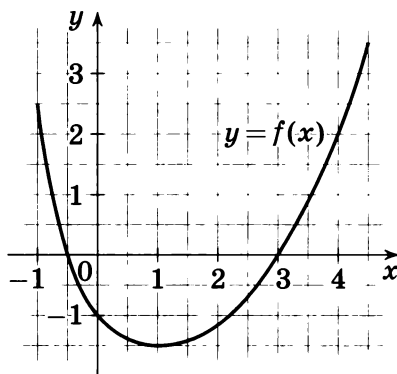
Другое решение. Графиком функции $y = -\frac{2}{x}$ является гипербола, ветви которой расположены во второй и четвертой четвертях.

Схематично нарисовав гиперболу и все прямые, можно увидеть, какая прямая не имеет общих точек с гиперболой.

Предостережение. Можно ответить не на вопрос задания.

Совет. Можно использовать любой способ решения. Графический способ обязательно нужно проверить, составив уравнение.

16. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-1; 4,5]$. Из приведенных ниже утверждений выберите верное.



- 1) Наименьшее значение функции $y = f(x)$ равно $-1,5$
- 2) Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[1; 4,5]$
- 3) $f(x) < 0$ при $-0,5 < x < 4,5$
- 4) $f(-1) = 0$

Решение. 1) Наименьшее значение функции (читаем график) равно $(-1,5)$ — верное утверждение.

2) Функция $y=f(x)$ убывает (читаем график) на промежутке $[-1; 1]$, следовательно, второе утверждение неверное.

3) $f(x) < 0$ (читаем график) на промежутке $(-0,5; 3)$, следовательно, третье утверждение неверное.

4) $f(-1) = 2,5$, следовательно, четвертое утверждение неверное.

Ответ: 1.

Предостережение. Отвечайте на поставленный вопрос.

Совет. Постарайтесь дать полный ответ в каждом пункте с использованием графика, и только после этого выбрать то утверждение, которое отвечает на вопрос задания.

Решение заданий второй части. Предостережения. Советы

17. Разложите на множители

$$c^2 - a - 1 + ac^2.$$

Решение. $c^2 - a - 1 + ac^2 = c^2 + ac^2 - a - 1 = c^2(a+1) - (a+1) = (a+1)(c^2-1) = (a+1)(c-1)(c+1).$

Предостережение. Можно разложение на множители не довести до конца.

Совет. Обязательно ищите разложение способом группировки и с использованием формул сокращенного умножения — чаще всего используется формула «разность квадратов».

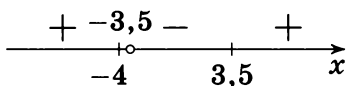
18. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{28-x-2x^2}}{2x+7}.$$

Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 28 - x - 2x^2 \geq 0, \\ 2x + 7 \neq 0. \end{cases}$$

1. Решим неравенство: $28 - x - 2x^2 \geq 0$, $2x^2 + x - 28 \leq 0$;
 $2x^2 + x - 28 = 0$; $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{225}}{4} = \frac{-16}{4} = -4$; $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{225}}{4} =$
 $= \frac{14}{4} = 3,5$.



Неравенство выполняется на промежутке $-4 \leq x \leq 3,5$.

2. $2x + 7 \neq 0$, т.е. $x \neq -3,5$.

3. Учитывая оба этих условия, запишем ответ:

$$x \in [-4; -3,5) \cup (-3,5; 3,5].$$

Ответ: $x \in [-4; -3,5) \cup (-3,5; 3,5]$.

Предостережение. Все вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. При нахождении области определения выражения обязательно учитывайте условия: подкоренное выражение должно быть больше или равно нулю, знаменатель должен быть отличен от нуля.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

Решение.

1. Найдём сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160. 1; 2; 3; ... — арифметическая прогрессия: $a_1 = 1$, $d = 1$. $S_{160} = \frac{a_1 + a_{160}}{2} \cdot 160$, $S_{160} = \frac{1 + 160}{2} \cdot 160 = 12880$.

2. Найдём сумму всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160. Последовательность (b_n) чисел, кратных 4, задается формулой $b_n = 4n$. (b_n) — арифметическая прогрессия с $b_1 = 4$, $d = 4$; $b_n = 160$, $n = 40$.

$$S_{40} = \frac{b_1 + b_{40}}{2} \cdot 40, S_{40} = \frac{4 + 160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40 = 3280.$$

3. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4. Эта сумма равна сумме всех натуральных чисел, не превосходящих 160, без суммы натуральных чисел, кратных 4. $12880 - 3280 = 9600$.

Ответ: 9600.

Предостережение. Все вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. При нахождении суммы n первых членов арифметической прогрессии выпишите формулу суммы, вычисления выполняйте подробно.

20. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2y + 1)(x - 3) = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение.

Рассмотрим первое уравнение системы $(2y + 1)(x - 3) = 0$. Произведение двух множителей равно нулю, если один из множителей равен нулю. Составим две системы уравнений:

$$\begin{cases} 2y + 1 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x - 3 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

1. Решим первую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y + 1 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -0,5, \\ 2(-0,5)^2 - x - 2(-0,5) = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -0,5, \\ x = -7,5; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = -7,5, \\ y = -0,5. \end{cases}$$

2. Решим вторую систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 3 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3, \\ 2y^2 - 3 - 2y = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3, \\ 2y^2 - 2y - 12 = 0; \end{cases}$$
$$y^2 - y - 6 = 0, \quad y_1 = -2, \quad y_2 = 3.$$

Следовательно, решением второй системы уравнений являются две пары чисел: $(3; -2)$, $(3; 3)$.

3. Решением исходной системы уравнений являются три пары чисел: $(3; -2)$, $(3; 3)$, $(-7, 5; -0, 5)$.

Ответ: $(3; -2)$, $(3; 3)$, $(-7, 5; -0, 5)$.

Предостережение. Аккуратно решите квадратное уравнение, не забудьте выписать все решения системы уравнений.

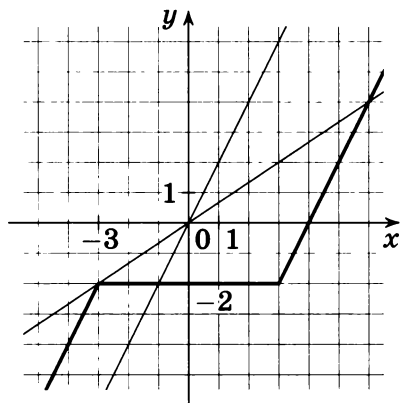
Совет. Найдя решения системы уравнений, обязательно проверьте подстановкой.

21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Решение. Построим график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$



Прямая $y = kx$ (проходящая через начало координат) пересекает график функции в трех различных точках, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$ и начало координат, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$ и $y = 2x + 4$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$, $k = \frac{2}{3}$.

Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$, равен 2.

Прямая $y = kx$ имеет с графиком функции три общие точки при $\frac{2}{3} < k < 2$.

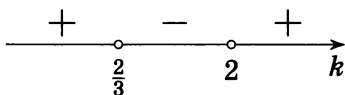
Ответ: $\frac{2}{3} < k < 2$.

Другое решение. График функции состоит из трех линейных частей, следовательно, чтобы прямая $y = kx$ имела три общие точки с этим графиком, нужно, чтобы прямая $y = kx$ пересекла каждое звено ломаной.

1) Найдем значения k , при которых есть пересечение прямой $y = kx$ с первым звеном графика функции: $y = 2x + 4$ при $x < -3$.

$kx = 2x + 4$, $(k - 2)x = 4$; если $k = 2$, то корней нет, если $k \neq 2$, то $x = \frac{4}{k - 2}$.

$$x < -3, \frac{4}{k-2} < -3, \frac{3k-2}{k-2} < 0,$$



$$\frac{2}{3} < k < 2.$$

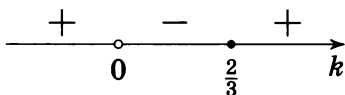
2) Найдем значения k , при которых есть пересечение прямой $y = kx$ со вторым звеном графика функции: $y = -2$ при $-3 \leq x \leq 3$.

$kx = -2$; если $k = 0$ то корней нет, если $k \neq 0$, то $x = \frac{-2}{k}$.

$$-3 \leq x \leq 3, -3 \leq \frac{-2}{k} \leq 3,$$

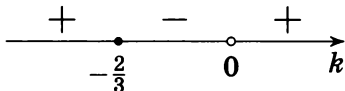
$$\begin{cases} -3 \leq \frac{-2}{k}, \\ \frac{-2}{k} \leq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3k-2}{k} \geq 0, \\ \frac{3k+2}{k} \geq 0. \end{cases}$$

Решение первого неравенства:



$$k \in (-\infty; 0) \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

Решение второго неравенства:



$$k \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup (0; +\infty).$$

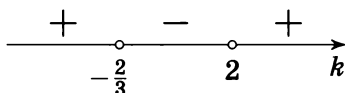
Решение системы неравенств:

$$k \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

3) Найдем значения k , при которых есть пересечение прямой $y = kx$ с третьим звеном графика функции: $y = 2x - 8$ при $x > 3$.

$kx = 2x - 8$, $(k - 2)x = -8$; если $k = 2$, то корней нет, если $k \neq 2$, то $x = \frac{-8}{k-2}$.

$$x > 3, \frac{-8}{k-2} > 3, \frac{3k+2}{k-2} < 0,$$



$$-\frac{2}{3} < k < 2.$$

4) Пересечение всех звеньев графика функции прямой $y = kx$ возможно при $\frac{2}{3} < k < 2$, т.е. при $\frac{2}{3} < k < 2$ прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Предостережение. Все построения и вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. Постарайтесь как можно больше иллюстрировать решения.

Вариант 1 диагностической работы 2010 года

Часть 1

1. Население Бельгии составляет 10 миллионов 500 тысяч человек. Как это число записывается в стандартном виде?

1) $1,05 \cdot 10^5$

3) $1,05 \cdot 10^8$

2) $1,05 \cdot 10^6$

4) $1,05 \cdot 10^7$

2. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана апельсинового сока около 220 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане апельсинового сока?

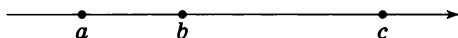
1) 1 %

2) 11 %

3) 88 %

4) 8 %

3. На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих утверждений выберите верное.

1) $a - c > 0$

3) $a - b < 0$

2) $c - a < 0$

4) $b - c > 0$

4. Найдите значение выражения $1,4x^3 - 2,6x^2 + 2$ при $x = -1$.

Ответ: _____

5. Из формулы площади круга $S = \pi \cdot r^2$ выразите радиус r .

Ответ: _____

6. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 3)(x + 1)$?

1) $(3 - x)(x + 1)$

3) $-(x - 3)(-1 - x)$

2) $-(3 - x)(-1 - x)$

4) $(x - 3)(-1 - x)$

7. Упростите выражение $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) : \frac{a^2 - b^2}{ab}$.

Ответ: _____

8. Какое из чисел $\sqrt{360}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{0,0036}$ является иррациональным?

1) $\sqrt{360}$

3) $\sqrt{0,0036}$

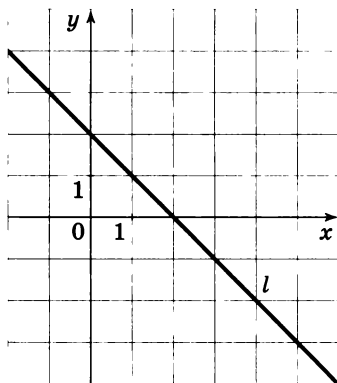
2) $\sqrt{0,36}$

4) Все эти числа

9. Решите уравнение $4x = x^2$.

Ответ: _____

10. Прямая l , изображенная на рисунке, задается уравнением $x + y = 2$. Используя рисунок, установите соответствие между уравнениями прямых и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



А) $2x + 3y = 1$

1) прямая имеет бесконечное число общих точек с прямой l

Б) $2x + 2y = 4$

2) прямая имеет одну общую точку с прямой l

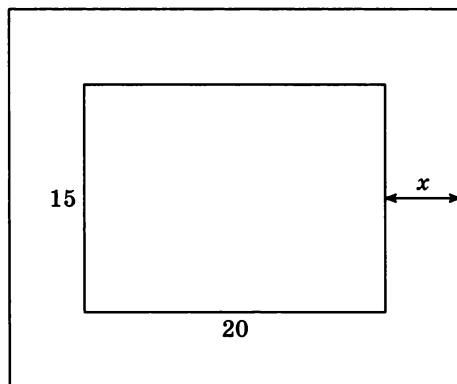
В) $-x - y = -8$

3) прямая не имеет общих точек с прямой l

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

11. Прочитайте условие задачи: «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 15 см и 20 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая полоса одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 750 см^2 . Какова ширина окантовки?»



Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $15 \cdot 20 + (15x + 20x) \cdot 2 = 750$
 - 2) $(15 + x)(20 + 2x) = 750$
 - 3) $(15 + 2x)(20 + 2x) = 750$
 - 4) $(15 + x)(20 + x) = 750$
12. Решите неравенство
- $$5 + 3(8 - 3x) < -4x.$$
- Ответ: _____
13. При каких значениях x выражение $\sqrt{3 - 5x}$ определено?

Ответ: _____

14. Укажите формулу, задающую числа, кратные трем (n — натуральное число).

1) $a = 3 + n$

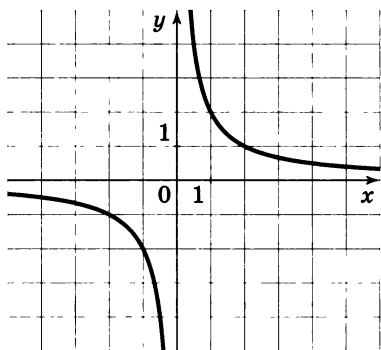
3) $a = 3n$

2) $a = \frac{3}{n}$

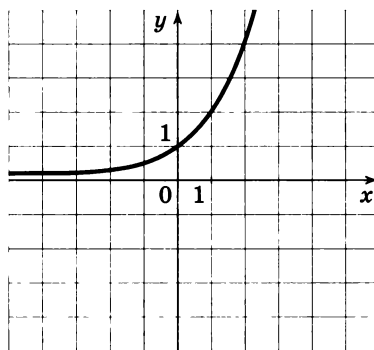
4) $a = 5n$

15. На одном из рисунков изображен график функции $y = \frac{2}{x}$.
Укажите номер этого рисунка.

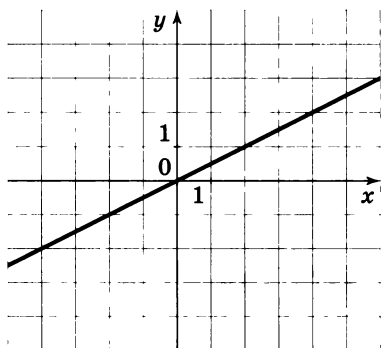
1)



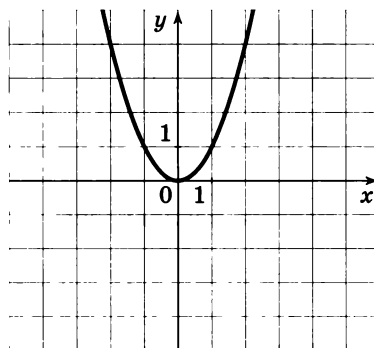
2)



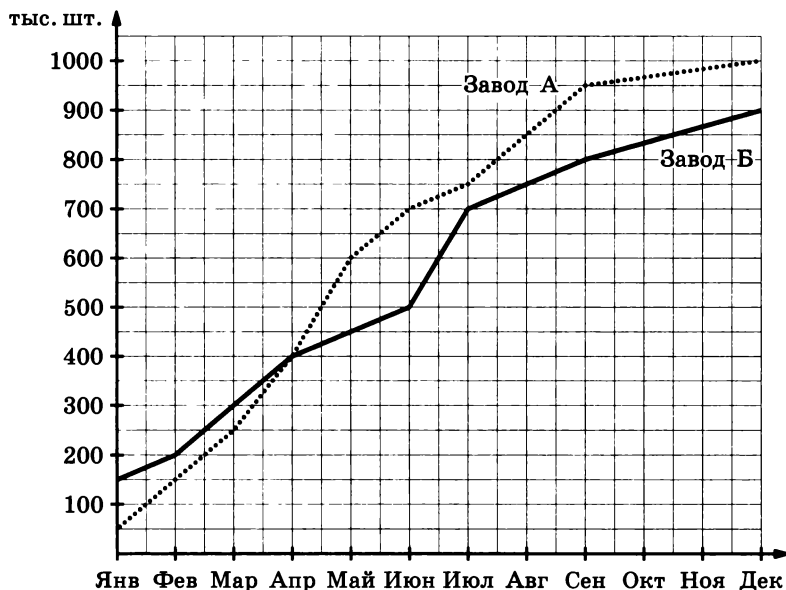
3)



4)



16. На графике показано, какое количество автомобилей выпускали два завода в течение года. По горизонтали отложены месяцы, а по вертикали — общее количество авто-



мобилей, выпущенное с начала года каждым из заводов, в тысячах штук.

Через сколько месяцев после начала года заводы А и Б выпустили одинаковое количество машин с начала года?

Ответ: _____

17. На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них три — из России, две — из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что первой будет выступать гимнастка из России.

Ответ: _____

18. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 149, 136, 163, 152, 145. Найдите разность среднего арифметического этого набора чисел и его медианы?

Ответ: _____

Часть 2

Для ответов на задания 19–23 используйте бланк ответов № 2. Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

19. Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$.

20. Решите неравенство $(\sqrt{17} - 4,5)x < 9 - 2\sqrt{17}$.

21. Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

22. При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

23. Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплывет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вдвое больше скорости течения реки?

Вариант 2 диагностической работы 2010 года

Часть 1

1. Население Венесуэлы составляет $2,7 \cdot 10^7$ человек, а ее площадь примерно равна $9 \cdot 10^5$ км². Чему примерно равна плотность населения Венесуэлы?

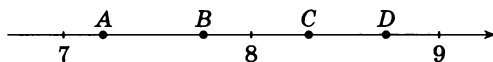
1) 3 2) 30 3) 3,3 4) 0,33

2. Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары: «Стоимость участия в семинаре — 3000 руб. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 3 до 10 человек — 5 %; более 10 человек — 8 %».

Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 12 человек?

Ответ: _____

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{52}$. Какая это точка?



1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c+b}$ при $a=2,6$; $b=-1,1$; $c=1,3$.

Ответ: _____

5. Из формулы $I = \frac{U}{R}$ (закон Ома) выразите сопротивление R .

Ответ: _____

6. Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x-2)(x-3)$?

1) $x^2 + 5x + 6$

3) $-x^2 + 5x - 6$

2) $x^2 - 5x + 6$

4) $x^2 - 5x - 6$

7. Представьте выражение $3m - \frac{5+4m^2}{2m}$ в виде дроби.

Ответ: _____

8. Какое из чисел $\sqrt{490}$; $\sqrt{4,9}$; $\sqrt{0,049}$ является рациональным?

1) $\sqrt{490}$

3) $\sqrt{0,049}$

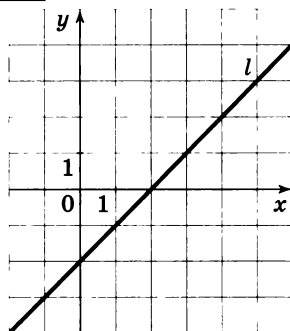
2) $\sqrt{4,9}$

4) Ни одно из этих чисел

9. Решите уравнение $x^2 - 4x = -3$.

Ответ: _____

10. Прямая l , изображенная на рисунке, задается уравнением $x - y = 2$. Используя рисунок, установите соответствие между уравнениями прямых и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



А) $2x - 3y = 2$

1) прямая имеет бесконечное число общих точек с прямой l

Б) $2x - 2y = -4$

2) прямая имеет одну общую точку с прямой l

В) $-x + y = -2$

3) прямая не имеет общих точек с прямой l

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

11. Прочитайте задачу: «Скорость туриста на 9 км/ч меньше скорости велосипедиста. От станции до турбазы пешеход идет 5 ч, а велосипедист едет 2 ч. Каково расстояние от станции до турбазы?»

Пусть расстояние от станции до турбазы — x км. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{x}{2} = \frac{x}{5} + 9$ 2) $\frac{x}{2} = \frac{x}{5} - 9$ 3) $\frac{x+9}{2} = \frac{x}{5}$ 4) $\frac{x-9}{2} = \frac{x}{5}$

12. Решите неравенство $3x + 2(6 - 5x) < -2$.

Ответ: _____

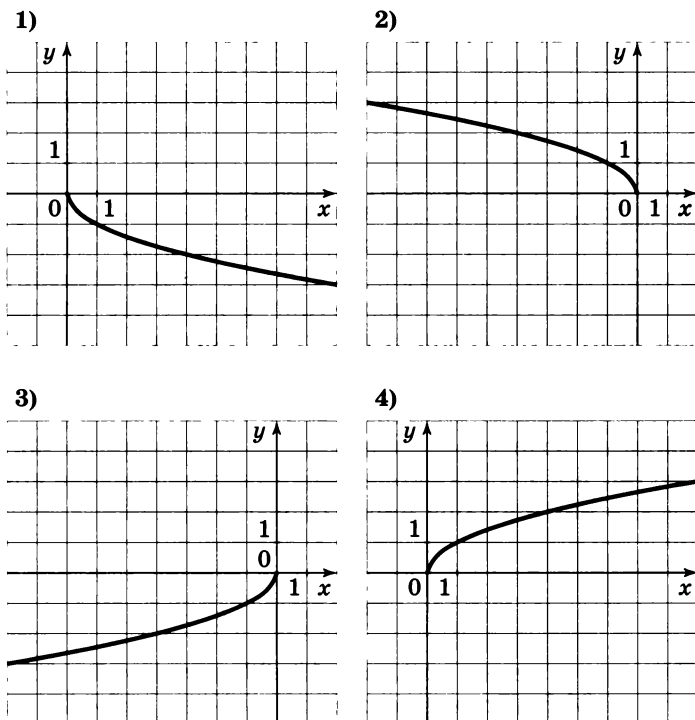
13. При каких значениях x выражение $\sqrt{11 - 5x}$ определено?

Ответ: _____

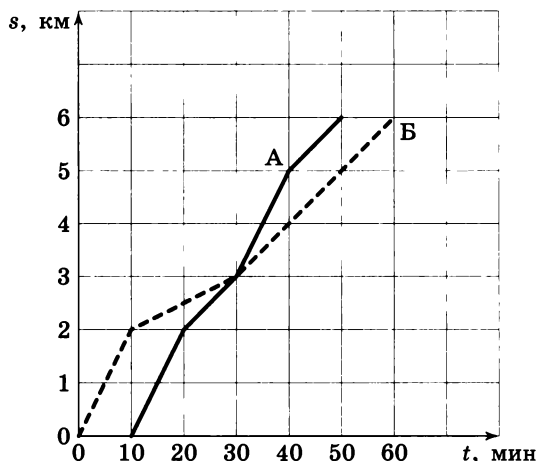
14. Укажите формулу, задающую числа, кратные пяти (n — натуральное число).

1) $a = 7n$ 2) $a = 5n$ 3) $a = n + 5$ 4) $a = \frac{n}{5}$

15. На одном из рисунков изображен график функции $y = \sqrt{-x}$. Укажите номер этого рисунка.



16. Антон (А) и Борис (Б) совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s , которое пробежал каждый из них, от времени бега t (Антон стартовал позже Бориса). Кто потратил больше времени на всю дистанцию и на сколько минут?



Ответ: _____

17. На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них 3 гимнастки из России, 2 гимнастки из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что последней будет выступать гимнастка или из России, или из Китая.

Ответ: _____

18. Записан возраст (в годах) семи сотрудников: 25, 37, 42, 24, 33, 50, 27. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

Часть 1

Для ответов на задания 19–23 используйте бланк ответов № 2. Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

19. Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.

20. Решите неравенство $(\sqrt{13} - 3,5)x < 7 - 2\sqrt{13}$.

21. Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

22. При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

23. Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно с ним из пункта А вышел катер. Дойдя до В, катер сразу же развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплывет плот к моменту встречи с катером, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Пример экзаменационного варианта 2009 года

Часть 1

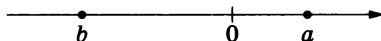
1. Площадь поверхности Земли равна 510 млн км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $5,10 \cdot 10^9$ км² 3) $5,10 \cdot 10^7$ км²
2) $5,10 \cdot 10^8$ км² 4) $5,10 \cdot 10^6$ км²

2. В девятых классах школы 62 учащихся. В школьных спортивных секциях занимаются 25 девятиклассников. Сколько примерно процентов девятиклассников занимаются в школьных спортивных секциях?

- 1) 0,4 % 2) 40 % 3) 25 % 4) 2,5 %

3. На координатной прямой отмечены числа a и b . Какое из приведенных утверждений *неверно*?



- 1) $a + b < 0$ 2) $a - b > 0$ 3) $ab < 0$ 4) $a^2b > 0$

4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{a}}{1 - \sqrt{c}}$ при $a = 0,36$, $c = 0,25$.

Ответ: _____

5. Из формулы частоты обращения $n = \frac{N}{t}$ выразите число полных оборотов N .

- 1) $N = nt$ 2) $N = \frac{n}{t}$ 3) $N = \frac{1}{nt}$ 4) $N = \frac{t}{n}$

6. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$ и 5.

- 1) $2\sqrt{6}$, 5, $\sqrt{26}$ 3) $\sqrt{26}$, 5, $2\sqrt{6}$
2) $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$, 5 4) 5, $2\sqrt{6}$, $\sqrt{26}$

7. Сократите дробь $\frac{2xy}{xy - x^2}$.

1) $\frac{2x}{y-x}$

2) $\frac{2}{1-x}$

3) $-\frac{2}{x^2}$

4) $\frac{2y}{y-x}$

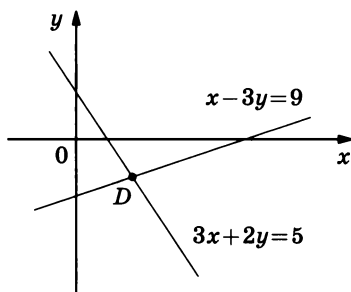
8. Преобразуйте в многочлен выражение: $(1-y)^2 - y(y+2)$.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

Ответ: _____

10. Вычислите координаты точки D .



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «В трех группах детского сада 65 детей. В младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней, а в старшей — на 10 детей меньше, чем в средней. Сколько детей в младшей группе?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначено число детей в младшей группе?

1) $x + \frac{x}{2} + (x - 10) = 65$

2) $x + (x - 10) + 2(x - 10) = 65$

3) $x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} - 10\right) = 65$

4) $x + 2x + (2x - 10) = 65$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} > 0$.

1) $a_n = -4n$

3) $a_n = -4n + 150$

2) $a_n = 4n - 100$

4) $a_n = 4n - 150$

13. Решите неравенство $8 - \frac{1}{8}x > 0$.

1) $x > 1$

2) $x > -1$

3) $x < 64$

4) $x < -64$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - 1 < 0$

1) \emptyset

Б) $x^2 + 1 < 0$

2) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

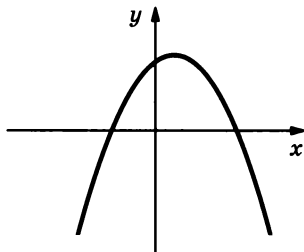
В) $x^2 - 1 > 0$

3) $(-1; 1)$

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

15. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D .



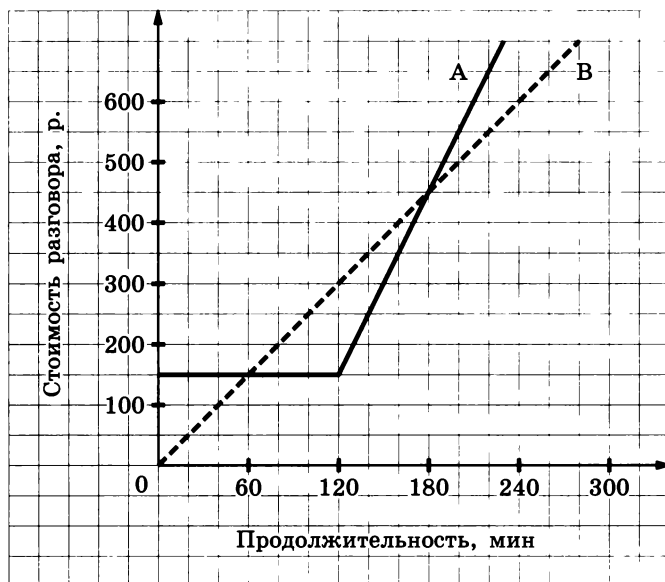
1) $a > 0, D > 0$

3) $a < 0, D > 0$

2) $a > 0, D < 0$

4) $a < 0, D < 0$

16. Компания предлагает на выбор два различных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 400 р., если используется тариф В?



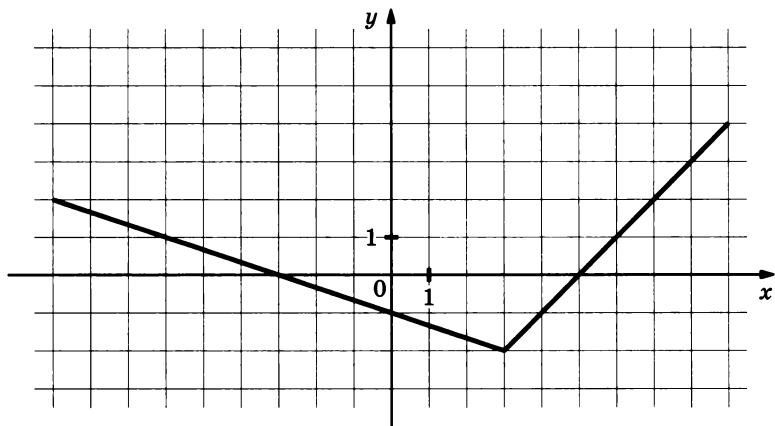
Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 17–21 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17. Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.
18. Решите неравенство $(2\sqrt{5} - 5)(4x - 7) > 0$.
19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 132, а сумма второго и третьего членов равна 110. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях m и n , связанных соотношением $m - n = 1$, выражение $m^2 - 6mn + 4n^2$ принимает наибольшее значение?
21. Задайте аналитически (т.е. с помощью формул) функцию, график которой изображен на рисунке.



Решение заданий первой части. Предостережения. Советы

1. Площадь поверхности Земли равна 510 млн км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $5,10 \cdot 10^9$ км²

3) $5,10 \cdot 10^7$ км²

2) $5,10 \cdot 10^8$ км²

4) $5,10 \cdot 10^6$ км²

Решение. Млн — это 1 000 000 (шесть нулей), тогда 510 млн = $510\,000\,000 = 5,1 \cdot 10^8$.

Стандартным видом положительного числа называется его запись в виде $a \cdot 10^n$ при условиях: $1 \leq a < 10$ и $n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: 2.

Другие решения. 1. Запишем каждое число в стандартном виде: $510 = 5,1 \cdot 10^2$; млн — это 10^6 , тогда 510 млн = $5,1 \cdot 10^2 \times 10^6 = 5,1 \cdot 10^8$.

2. 510 млн — это 510 000 000.

Первый ответ $5,10 \cdot 10^9 = 5\,100\,000\,000$ — не соответствует условию.

Второй ответ $5,10 \cdot 10^8 = 510\,000\,000$ — соответствует условию. Поскольку нужно выбрать один ответ, то мы его нашли: ответ под номером 2.

Предостережение. 22,1 % всех участников экзамена¹ не смогли решить это задание.

Есть опасность запутаться с количеством нулей.

При незнании определения стандартного вида числа можно попасть в ловушку (в этом варианте ее нет). Например, если бы варианты ответов были даны такими:

1) $51,0 \cdot 10^7$ км²

3) $0,51 \cdot 10^9$ км²

2) $5,10 \cdot 10^8$ км²

4) $5,10 \cdot 10^6$ км²

¹Эти данные приводятся по статистике выполнения заданий государственной итоговой аттестации по алгебре в г. Москве в 2009 году (участвовало 40 000 девятиклассников).

то три первых числа и есть $510\,000\,000 = 510$ млн, но только одно из них записано в стандартном виде. Если перебирать ответы «до первого правильного», то можно ошибиться.

Совет. Запишите число, которое получится умножением на степень 10. Если число умножается на 10^9 , то запятая переносится на 9 цифр вправо (справа к десятичной дроби можно приписать любое количество нулей).

Внимательно читайте задание, обращая внимание на особые требования к числу: стандартный вид.

2. В девятых классах школы 62 учащихся. В школьных спортивных секциях занимаются 25 девятиклассников. Сколько примерно процентов девятиклассников занимаются в школьных спортивных секциях?

1) 0,4 %

2) 40 %

3) 25 %

4) 2,5 %

Решение. Нужно найти, сколько процентов составляет 25 от 62. Для этого поделим 25 на 62 и умножим на 100.

$25 : 62 \cdot 100 \approx 0,40 \cdot 100 = 40$, т.е. правильный ответ 2).

Ответ: 2.

Другие решения. 1. Решим задачу «от ответа»:

Рассмотрим первый ответ. $0,4 \% = 0,004$, тогда $0,4 \%$ от 62 составляет $0,004 \cdot 62 = 0,248$ — менее одного человека — не соответствует условию задачи;

Рассмотрим второй ответ. $40 \% = 0,4$, тогда 40% от 62 составляет $0,4 \cdot 62 = 24,8$ — примерно 25 человек — соответствует условию задачи. Поскольку нужно выбрать один ответ, то мы его нашли: ответ под цифрой 2.

2. Попробуем решить задачу «оценкой».

25% от 62 — это четверть от 62, т.е. чуть больше 15, а так как в спортивных секциях занимается больше девятиклассников, то и число процентов должно быть больше, а такое число только одно — 40% — под номером 2.

Предостережение. $6,8 \%$ всех участников экзамена не смогли решить это задание.

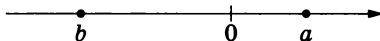
Важно не перепутать, что на что делить. Неверный ответ 4) получается, если сделать две ошибки: поделить 62 на 25

(во сколько раз 62 больше 25), а потом, получив примерно 2,5, просто дописать к «разам» знак процента.

Совет. Найдите в условии задачи то число, часть от которого нужно найти. Вычислите, какую часть составляет другое число по отношению к этому, запишите в процентах (умножением на 100), если нужно, округлите.

Все вычисления аккуратно выполняйте на черновике.

3. На координатной прямой отмечены числа a и b . Какое из приведенных утверждений неверно?



- 1) $a + b < 0$ 2) $a - b > 0$ 3) $ab < 0$ 4) $a^2b > 0$

Решение. Давайте посмотрим на рисунок: a — число положительное (правее нуля); b — число отрицательное (левее нуля); число b находится дальше от нуля, следовательно, модуль числа b больше модуля числа a .

Рассмотрим $a + b$: при сложении положительного числа с отрицательным знак суммы совпадает со знаком числа с большим модулем, т.е. $a + b < 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим $a - b$: при вычитании из положительного числа a отрицательного числа b нужно к положительному числу a прибавить противоположное число к числу b , т.е. к положительному числу нужно прибавить положительное — получится положительное число, следовательно, утверждение $a - b > 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим ab : при умножении положительного и отрицательного числа произведение отрицательно, т.е. $ab < 0$ — верное утверждение.

Получили верные утверждения под цифрами 1, 2 и 3. Так как в списке всех утверждений только одно неверное, следовательно, это утверждение под номером 4.

Действительно, a^2 — положительное число, b — отрицательное, произведение a^2b положительного и отрицательного чисел — отрицательное число, т.е. утверждение $a^2b > 0$ — неверное утверждение.

Ответ: 4.

Другое решение. Опишем рисунок: a — число положительное (правее нуля); b — число отрицательное (левее нуля); число b находится дальше от нуля, следовательно, модуль числа b больше модуля числа a .

Рассмотрим конкретные значения a и b (если для них мы сможем однозначно выбрать верный ответ, то он и будет правильным решением): $a = 1$, тогда $b = -2$.

Рассмотрим первое утверждение: $a + b = 1 + (-2) = -(2 - 1) = -1 < 0$, т.е. $a + b < 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим второе утверждение: $a - b = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3 > 0$, т.е. $a - b > 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим третье утверждение: $ab = 1 \cdot (-2) = -2 < 0$, т.е. $ab < 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим четвертое утверждение: $a^2b = 1^2 \cdot (-2) = -2 < 0$, т.е. утверждение $a^2b > 0$ — неверное утверждение.

Предостережение. 10,7 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

В этом задании есть еще и логическая сложность — какое из приведенных утверждений *неверно*. Неправильно прочитав (или не дочитав) условие и увидев, что первое утверждение верно, сдающие экзамен выбирали ответ под номером 1.

Совет. Внимательно прочитайте вопрос. Подчеркните слово «неверно». Прежде чем отметить выбранный ответ, перепроверьте: на тот ли вопрос собираетесь дать ответ.

Рисунок с координатной прямой и отмеченными точками дает представления о координатах точек, точнее, о модуле и знаке числа. С этих позиций и следует начинать анализировать задачу. При анализе данных утверждений нужно помнить правила выполнения арифметических действий с положительным и отрицательным числами.

При определении истинности утверждений обязательно нужно проговорить правила так же, как и в приведенном решении.

При выполнении таких заданий (с буквами) можно попробовать свести решение к выполнению действий с числовыми значениями так же, как и в приведенном другом решении. В этом случае все вычисления нужно аккуратно выполнить на черновике.

Не старайтесь выполнить это задание в уме.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{a}}{1-\sqrt{c}}$ при $a = 0,36$, $c = 0,25$.

Решение. Подставим значения переменных: $\sqrt{a} = \sqrt{0,36} = 0,6$; $\sqrt{c} = \sqrt{0,25} = 0,5$.

Осталось вычислить: $\frac{0,6}{1-0,5} \cdot \frac{0,6}{1-0,5} = \frac{0,6}{0,5} = \frac{0,6 \cdot 2}{0,5 \cdot 2} = \frac{1,2}{1} = 1,2$.

Ответ: 1,2.

Предостережение. 18,6 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

При выполнении этого задания есть опасность неправильного извлечения квадратного корня из числа и неверной подстановки значений переменных в исходное выражение.

Совет. При наличии в выражении квадратного корня сначала выполните действия с корнем.

При извлечении корня из числа обязательно записывайте действия, как в решении ($\sqrt{0,36} = 0,6$), для того чтобы можно было проверить правильность выполнения действия ($0,6^2 = 0,36$).

Аккуратно запишите полученные значения выражений в исходное выражение (не перепутайте значения a и c), после этого вычислите значение получившегося числового выражения, максимально подробно записывая все действия на черновике.

Задания с кратким ответом проверяются экспертами, а не компьютером, поэтому никаких особых требований к форме записи ответа в таких заданиях не предъявляется. Например, ответы $\frac{6}{5}$, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{2}{10}$, $\frac{12}{10}$ засчитывались как правильные.

5. Из формулы частоты обращения $n = \frac{N}{t}$ выразите число полных оборотов N .

1) $N = nt$

2) $N = \frac{n}{t}$

3) $N = \frac{1}{nt}$

4) $N = \frac{t}{n}$

Решение. Запишем выражение $n = \frac{N}{t}$ в виде $N : t = n$. Чтобы найти неизвестное делимое, нужно частное умножить на делитель, т.е. $N = nt$.

Ответ: 1.

Другие решения. 1. Запишем выражение $n = \frac{N}{t}$ в виде пропорции $\frac{n}{1} = \frac{N}{t}$. По основному свойству пропорции (произведение крайних членов равно произведению средних членов пропорции): $1 \cdot N = n \cdot t$, т.е. $N = nt$.

2. Умножим левую и правую части равенства на t : $n \cdot t = \frac{N}{t} \cdot t$, откуда $N = nt$.

3. Перейдем от буквенного выражения к числовому. Например, при $n = 50$, $N = 100$, $t = 2$ получим выражение $50 = \frac{100}{2}$, откуда $100 = 50 \cdot 2$. Вернувшись к буквенному выражению, получим $N = nt$.

4. Постараемся найти аналогию с известной формулой. Можно N считать расстоянием, тогда n — это скорость, t — время. Известная формула: расстояние равно произведению скорости и времени ($S = vt$). Тогда по аналогии $N = nt$.

Предостережение. 10,8 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Совет. При выполнении таких заданий (с буквами) нужно постараться свести решение к известным математическим моделям, например, как в приведенном решении, к уравнению (или к решению пропорции).

Можно попробовать свести буквенное выражение к числовому, как в приведенном другом решении.

Можно попытаться найти аналогии с известными формулами.

6. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$ и 5.

1) $2\sqrt{6}$, 5, $\sqrt{26}$

3) $\sqrt{26}$, 5, $2\sqrt{6}$

2) $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$, 5

4) 5, $2\sqrt{6}$, $\sqrt{26}$

Решение. Запишем все числа в одном виде: $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$; $5 = \sqrt{25}$. Так как $26 > 25 > 24$, то, по свойству квадратного корня, в порядке убывания данные числа будут расположены так: $\sqrt{26}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{24}$, т.е. $\sqrt{26}$; 5; $2\sqrt{6}$.

Ответ: 3.

Другое решение. Решим задание «от ответа», предварительно записав числа в одном виде: $\sqrt{26}$; $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$; $5 = \sqrt{25}$. Рассмотрим первый ответ: $\sqrt{24}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{26}$ — нет убывания. Рассмотрим второй ответ: $\sqrt{26}$; $\sqrt{24}$, $\sqrt{25}$ — нет убывания. Рассмотрим третий ответ: $\sqrt{26}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{24}$ — есть убывание.

Предостережение. 16 % всех участников экзамена не смогли решить это задание. Есть опасность вместо порядка убывания рассматривать порядок возрастания.

Совет. Для того чтобы сравнивать числа, нужно записать эти числа в одном виде: дроби с разными знаменателями привести к одному знаменателю, числа, в записи которых есть корень, — к виду корня из числа (так же, как и в решении).

Обязательно запишите все решения на черновике.

Особое внимание уделите вопросу задания: порядок возрастания или порядок убывания нужен?

7. Сократите дробь $\frac{2xy}{xy - x^2}$.

1) $\frac{2x}{y - x}$

2) $\frac{2}{1 - x}$

3) $-\frac{2}{x^2}$

4) $\frac{2y}{y - x}$

Решение. Разложим на множители числитель и знаменатель дроби, а потом поделим числитель и знаменатель дроби на один и тот же множитель: $\frac{2xy}{xy - x^2} = \frac{2 \cdot x \cdot y}{x(y - x)} = \frac{2y}{y - x}$.

(Формально это действие корректно при $x \neq 0$, но в заданиях такого типа предполагается, что все действия выполняются именно при допустимых значениях переменных, и отдельно оговаривать это не требуется. Важно не забывать об этом при решении других задач, например, при решении уравнений.

Поэтому не будет ошибкой, если записать условие на переменную в этом задании.)

Ответ: 4.

Другие решения. 1. Перейдем от буквенного выражения к числовому; пусть $x = 2$, $y = 3$.

$$\text{При } x = 2, y = 3 \text{ исходное выражение примет вид } \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 - 2^2} = \frac{12}{6 - 4} = \frac{12}{2} = 6.$$

Первое выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $\frac{2 \cdot 2}{3 - 2} = 4$ — не совпадает со значением исходного выражения.

Второе выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $\frac{2}{1 - 2} = -2$ — не совпадает со значением исходного выражения.

Третье выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $-\frac{2}{2^2} = -\frac{1}{2}$ — не совпадает со значением исходного выражения.

Четвертое выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $\frac{2 \cdot 3}{3 - 2} = 6$ — совпадает со значением исходного выражения.

2. Если взять $y = 0$, то исходное выражение равно нулю. Из четырех выражений при $y = 0$ только выражение под номером 4 принимает нулевое значение.

Предостережение. 11 % всех участников экзамена не смогли решить это задание. Есть соблазн «зачеркнуть» одинаковые выражения в числителе и знаменателе.

Совет. Для того чтобы сократить дробь, нужно числитель и знаменатель дроби разложить на множители. Сократить — это значит поделить числитель и знаменатель дроби на один и тот же множитель.

Все преобразования нужно аккуратно записывать на черновике.

В качестве проверки перейдите от буквенного выражения к числовому так же, как в приведенном другом решении, аккуратно записав все действия на черновике.

8. Преобразуйте в многочлен выражение:

$$(1 - y)^2 - y(y + 2).$$

Решение. $(1 - y)^2 - y(y + 2) = 1 - 2y + y^2 - (y^2 + 2y) = 1 - 2y + y^2 - y^2 - 2y = 1 - 4y.$

Ответ: $1 - 4y.$

Предостережение. 25,5 % всех участников экзамена не смогли решить это задание. В задании есть два момента, в которых допускается самое большое количество ошибок: применение формул сокращенного умножения и раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «минус».

Если в этом выражении были просто раскрыты скобки и не приведены подобные члены, то ответ засчитывался как неправильный.

Совет. Решив задание, не торопитесь переходить к следующему номеру — проверьте правильность ответа, перейдя к числовому выражению.

Получилось, что выражение $(1 - y)^2 - y(y + 2)$ равно $1 - 4y$ при всех значениях переменной. Проверим, например, при $y = 2$. Первое выражение принимает значение -7 , второе — такое же. Если, взяв еще одно-два значения переменной, получим значения, то можно сделать вывод: ответ правильный.

Если же хотя бы при одном значении переменной получаются неравные значения выражений, то явно допущена ошибка в преобразовании буквенного выражения. Предположим, получилось, что исходное выражение равно $3 - y^2$ (были и такие ответы). Тогда при том же значении $y = 2$ исходное выражение и полученное принимают разные значения. Следовательно, допущена ошибка и ответ неверный.

Забыв формулу сокращенного умножения «квадрат разности», выведите ее, записав $(1 - y)^2 = (1 - y)(1 - y)$ и перемножив двучлены.

Ни в коем случае не выполняйте одновременно два действия: умножение одночлена на двучлен и раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «минус». Сначала выполните умножение, а потом раскрытие скобок (как в приведенном решении). Аккуратно все запишите на черновике.

Не забывайте приводить подобные члены при преобразовании буквенного выражения в многочлен.

9. Решите уравнение $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

Решение. Решим квадратное уравнение: $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

По формуле $D = b^2 - 4ac$ вычисляем дискриминант $D = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49 - 40 = 9$.

По формуле корней $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ находим корни: $x_1 = \frac{7-3}{10} = 0,4$; $x_2 = \frac{7+3}{10} = 1$.

Ответ: 0,4; 1.

Другое решение. Угадаем корень. Заметим, что сумма коэффициентов равна нулю, следовательно, 1 — корень уравнения. Подставим $x = 1$ в уравнение и убедимся в том, что это корень. По теореме Виета произведение корней этого уравнения равно $\frac{2}{5}$, значит, второй корень равен 0,4.

Можно поискать целые корни уравнения среди делителей свободного члена: $-1, 1, -2, 2$; подстановкой в исходное уравнение найдем корень 1.

Предостережение. 22 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Кроме «обычных» вычислительных ошибок и незнания формул для решения квадратного уравнения встречаются ошибки: не извлечен корень из дискриминанта, забыт коэффициент при x^2 .

Совет. Решайте уравнение так, как вы привыкли (умее-те). Обязательно проверьте корни подстановкой в уравнение.

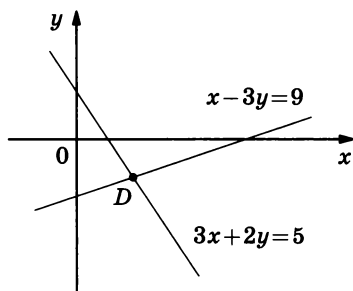
Корень из дискриминанта в таких заданиях всегда извлекается.

Ответ можно записывать в любом виде: 0,4; 1 или $x_1 = \frac{2}{5}$, $x_2 = 1$.

Формулу дискриминанта и формулу корней нужно знать.

Аккуратно и подробно записывайте решение уравнения на черновике.

10. Вычислите координаты точки D .



Решение. Для того чтобы найти координаты точки D — общей точки прямых, заданных уравнениями $x - 3y = 9$ и $3x + 2y = 5$, нужно решить систему этих уравнений.

$$\begin{cases} x - 3y = 9, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + 9y = -27, \\ 3x + 2y = 5. \end{cases}$$

При сложении уравнений получаем: $11y = -22$, откуда $y = -2$. Подставив найденное значение y в первое уравнение системы, получаем $x = 9 + 3 \cdot (-2)$, откуда $x = 3$.

Ответ: $D(3; -2)$.

Другие решения. Иногда в задачах такого типа можно подобрать координаты общей точки прямых (если координаты — целые числа). В этом задании этот «способ решения» приведет к правильному ответу.

Выразим y через x : $y = \frac{x-9}{3}$ и $y = \frac{-3x+5}{2}$.

Для удобства подбор запишем в таблице:

x	0	1	2	3
$y = \frac{x-9}{3}$	-3	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{3}$	-2
$y = \frac{-3x+5}{2}$	2,5	1	-0,5	-2

Получилось, что при $x = 3$ обе функции принимают одно и то же значение, следовательно, координаты точки D удалось подобрать.

Предостережение. 18,3 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Не во всех заданиях такого типа подбор приведет к ответу.

Если в ответе была указана только абсцисса ($x = 3$) точки D , или только ордината ($y = -2$) — такие ответы засчитывались как неправильные.

При записи координат точки D важно не перепутать x и y .

Совет. Такие задания нужно выполнять решением системы уравнений. Получив решения системы, обязательно проверьте правильность полученных значений переменных подстановкой в систему уравнений.

Систему уравнений можно решать любым способом: сложением (как в решении), подстановкой.

Иногда в таких заданиях бывает результативным подбор целочисленных координат (как в другом решении).

Получив ответ, обратите внимание на знаки x и y : из рисунка видно, что x должен быть положительным, а y — отрицательным.

11. Прочитайте задачу: «В трех группах детского сада 65 детей. В младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней, а в старшей — на 10 детей меньше, чем в средней. Сколько детей в младшей группе?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначено число детей в младшей группе?

1) $x + \frac{x}{2} + (x - 10) = 65$

2) $x + (x - 10) + 2(x - 10) = 65$

3) $x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} - 10\right) = 65$

4) $x + 2x + (2x - 10) = 65$

Решение. Пусть x детей в младшей группе.

Так как в младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней, то в средней группе в 2 раза больше, чем в младшей, т.е. $2x$ детей.

В старшей группе на 10 детей меньше, чем в средней, т.е. $2x - 10$.

В трех группах 65 детей, следовательно, $x + 2x + (2x - 10) = 65$.

Ответ: 4.

Другие решения. Можно решить каждое уравнение и проверить на соответствие полученных значений x условию задачи.

Решив первое уравнение, получим $x = 30$. Если в младшей группе 30 детей, то в средней в 2 раза больше, т.е. 60, тогда уже в двух группах 90 детей, а по условию во всех трех группах только 65 — уравнение не соответствует условию задачи.

Решив второе уравнение, получим $x = 23,75$. В младшей группе не может быть нецелое количество детей, следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

Решив третье уравнение, получим $x = 37,5$. В младшей группе не может быть нецелое количество детей, следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

Осталось только четвертое уравнение. Поскольку три варианта не подходят, то остался только вариант под номером 4 (в задании должен быть только один правильный ответ).

Если решить четвертое уравнение, то получится $x = 15$. В младшей группе 15 детей, в средней (в 2 раза больше, чем в младшей) — 30 детей, в старшей (на 10 меньше, чем в средней) — 20 детей, во всех трех группах: $15 + 30 + 20 = 65$ (детей). Все условия задачи при найденном значении x выполняются, следовательно, четвертое уравнение соответствует условию задачи.

Предостережение. 22,9 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Типичной ошибкой было то, что в средней группе получали $\frac{x}{2}$ детей. Невнимательное прочтение условия «в младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней» только как «в 2 раза меньше», без учета в какой группе «меньше», привело к неправильному ответу (под номером 3).

Совет. Самый надежный способ выполнения таких заданий — аккуратное решение задачи с записью условия задачи в виде уравнения.

Желательно полученное уравнение решить, проверить корень, а после этого проверить на соответствие условию задачи (в этом случае ошибки исключены).

Если такой подход покажется трудоемким, решите данные уравнения с последующей проверкой на соответствие условию задачи (в этом задании в двух уравнениях получаются дробные корни — что явно не может соответствовать условию задачи).

Все решения нужно аккуратно записать на черновике.

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} > 0$.

1) $a_n = -4n$

3) $a_n = -4n + 150$

2) $a_n = 4n - 100$

4) $a_n = 4n - 150$

Решение. Найдем a_{25} в каждом случае.

1) $a_{25} = -4 \cdot 25 = -100$ — не удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

2) $a_{25} = 4 \cdot 25 - 100 = 0$ — не удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

3) $a_{25} = -4 \cdot 25 + 150 = 50$ — удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

Учитывая, что только один ответ правильный, можем сказать, что он найден.

На всякий случай проверим и четвертый ответ: $a_{25} = 4 \cdot 25 - 150 = -50$ — не удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

Ответ: 3.

Предостережение. 13,6 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Совет. В этом задании требуется только знание обозначения двадцать пятого члена последовательности и умение находить этот член последовательности по формуле n -го члена (условие, что эта последовательность является арифметической прогрессией, в данном задании не является важным).

То, что нужно просто подставить в формулу вместо n число 25, явно записано в индексе a . Задание было бы интереснее, если бы в задаче «двадцать пятый член прогрессии» было написано словами.

13. Решите неравенство $8 - \frac{1}{8}x > 0$.

1) $x > 1$

2) $x > -1$

3) $x < 64$

4) $x < -64$

Решение. Решим неравенство $8 - \frac{1}{8}x > 0$ (умножим обе части неравенства на 8), $64 - x > 0$, $x < 64$.

Ответ: 3.

Другое решение. Попробуем «угадать» ответ.

Возьмем значение $x = 0$. При $x = 0$ неравенство $8 - \frac{1}{8}x > 0$ обращается в верное числовое: $8 > 0$.

1) $x = 0$ не удовлетворяет неравенству $x > 1$.

2) $x = 0$ удовлетворяет неравенству $x > -1$.

3) $x = 0$ удовлетворяет неравенству $x < 64$.

4) $x = 0$ не удовлетворяет неравенству $x < -64$.

Значение $x = 0$ обращает в верное числовое неравенство неравенства под номерами 2 и 3, а также исходное, но не неравенства под номерами 1 и 4, поэтому 1 и 4 не являются ответами.

Возьмем какое-нибудь значение x , которое удовлетворяет только одному из неравенств $x > -1$ и $x < 64$, например, $x = -8$.

При $x = -8$ неравенство $8 - \frac{1}{8}x > 0$ обращается в верное числовое: $9 > 0$.

2) $x = -8$ не удовлетворяет неравенству $x > -1$.

3) $x = -8$ удовлетворяет неравенству $x < 64$.

Значение $x = -8$ обращает в верное числовое неравенство исходное и третье неравенство. Значит, верный ответ: 3.

Предостережение. 17,7% всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Есть опасность при решении исходного неравенства (при переносе 8 в правую часть) ошибиться при делении на отрицательный коэффициент при x .

Совет. Неравенства такого типа проще решить, нежели пытаться угадать ответ.

Правильно выполняйте правило решения линейного неравенства:

1) выражение с переменной оставьте в левой части, число перенесите в правую (не забудьте поменять знак перед числом);

2) разделите обе части неравенства на коэффициент при переменной, помня, что при делении на положительное число знак неравенства сохраняется, а при делении на отрицательное — знак меняется.

Аккуратно пишите решение на черновике.

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - 1 < 0$

1) \emptyset

Б) $x^2 + 1 < 0$

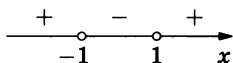
2) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

В) $x^2 - 1 > 0$

3) $(-1; 1)$

Решение. Решим каждое неравенство.

А) $x^2 - 1 < 0$, $(x - 1)(x + 1) < 0$.

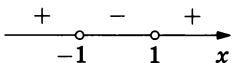


$x \in (-1; 1)$ — ответ под номером 3. Получили соответствие: А — 3.

Б) У неравенства $x^2 + 1 < 0$ нет решений ($x \in \emptyset$), так как $x^2 \geq 0$ при всех значениях x , тогда $x^2 + 1 > 0$ при всех значениях x . Неравенству Б соответствует ответ под номером 1. Получили соответствие: Б — 1.

Остался последний вариант: В — 2.

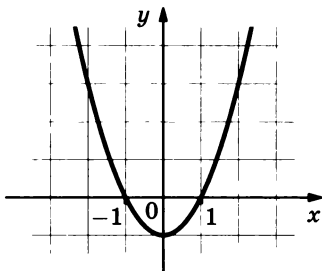
Можно проверить и решение последнего неравенства: $x^2 - 1 > 0$, $(x - 1)(x + 1) > 0$.



$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ — неравенству В соответствует ответ под номером 2.

Ответ: 312.

Другие решения. 1. Если построить график функции $y = x^2 - 1$, то сразу можно будет двум неравенствам поставить в соответствие решения.



Графиком функции $y = x^2 - 1$ является парабола, ветви которой направлены вверх, нули функции: $x = -1$; $x = 1$.

$y < 0$ (точки графика функции находятся ниже оси Ox) при $x \in (-1; 1)$;

$y > 0$ (точки графика функции находятся выше оси Ox) при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

2. Рассмотрим конкретные значения x (если для них мы сможем однозначно выбрать верный ответ, то он и будет правильным решением).

Возьмем значение $x = 0$, оно принадлежит только одному из трех множеств — $(-1; 1)$.

А) $x^2 - 1 < 0$ при $x = 0$ обращается в верное числовое неравенство: $-1 < 0$, т.е. одну пару соответствий нашли: А — 3.

Возьмем значение $x = 2$, оно принадлежит только одному из оставшихся двух множеств — $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Б) $x^2 + 1 < 0$ при $x = 2$ обращается в неверное числовое неравенство: $5 < 0$.

В) $x^2 - 1 > 0$ при $x = 2$ обращается в верное числовое неравенство: $3 > 0$. Нашли еще одну пару соответствий: В — 2.

Осталась еще одна пара: Б — 1.

Предостережение. 22,2% всех участников экзамена не смогли решить это задание.

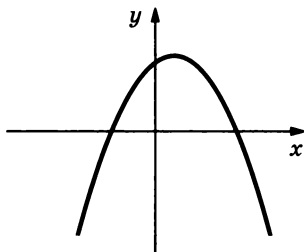
Не пытайтесь выполнять это задание в уме.

Совет. Решите каждое неравенство, сначала записав букву этого неравенства. Получив решение, запишите цифру ответа. Зафиксируйте полученное соответствие так же, как в решении.

Решайте квадратное неравенство удобным для вас способом: разложением на множители, графическим методом.

Получив ответ, не поленитесь взять контрольную точку из полученного множества и подставить в исходное неравенство — это позволит избежать ошибки в выборе нужного промежутка на координатной прямой.

15. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$.
Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D .



1) $a > 0, D > 0$

3) $a < 0, D > 0$

2) $a > 0, D < 0$

4) $a < 0, D < 0$

Решение. Ветви параболы направлены вниз, следовательно, старший коэффициент отрицательный.

Парабола имеет две точки пересечения с осью Ox , следовательно, квадратное уравнение имеет два корня, т. е. $D > 0$.

Осталось выбрать ответ, в котором указано: $a < 0, D > 0$.

Ответ: 3.

Предостережение. 19 % всех участников экзамена не смогли решить это задание, наверное, испугавшись отсутствия чисел.

Совет. Рассуждений, приведенных в решении, достаточно для получения ответа.

При выполнении таких задач нужно знать, как расположение параболы зависит от коэффициентов и дискриминанта квадратного трехчлена.

От коэффициента a зависит направление ветвей параболы: $a < 0$ — ветви направлены вниз, $a > 0$ — ветви направлены вверх.

Если $D > 0$, то есть две точки пересечения с осью Ox ; если $D < 0$, то нет точек пересечения с осью Ox ; если $D = 0$, то парабола имеет одну общую точку с осью Ox (парабола касается оси Ox).

Коэффициент c — это значение функции при $x = 0$, т.е. ордината точки пересечения параболы с осью Oy .

Сложнее вопрос про знак коэффициента b — его можно выразить через абсциссу вершины и старший коэффициент, используя формулу $x_v = -\frac{b}{2a}$.

16. Компания предлагает на выбор два различных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 400 р., если используется тариф В?



Решение. Решение заключается в том, чтобы на оси ординат найти число 400, через эту точку провести прямую параллельно оси Ox до пересечения с графиком тарифа В (пунктирная линия), из точки пересечения провести прямую па-

параллельно оси Oy , рассчитать абсциссу точки пересечения. Сложность (мнимая) заключается в том, что трем делениям соответствует значение 60, т.е. одному делению соответствует 20 (минут). Получаем ответ: 400 рублей хватит на 160 минут разговора.



Ответ: 160.

Предостережение. 14,6 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Для многих оказалось неожиданностью, что задание на прочтение графика линейной функции оказалось на 16 позиции первой части — ожидалось, что это задание должно быть самым сложным в этой части.

Совет. Чтобы не запутаться в осях, не перепутать графики (в нужной области график тарифа B идет выше графика тарифа A), начертите нужные линии так же, как в решении.

Внимательно прочитайте условие несколько раз (в этой задаче много избыточной информации), постарайтесь отвечать только на поставленный вопрос — не придумывайте свою задачу.

Решение заданий второй части. Предостережения. Советы

Общее замечание. Критерии проверки второй части ГИА максимально приближены к проверке традиционной работы. Поэтому при формировании стратегии подготовки необходимо рекомендовать учащимся «не разбрасываться» — лучше полностью и без ошибок решить меньшее число заданий, чем по чуть-чуть продвинуться во всех (во втором случае, скорее всего, будет выставлено 0 баллов по второй части).

17. Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.

Решение. Разложим на множители левую часть уравнения.

$$\begin{aligned}x^3 - 5x^2 - 9x + 45 &= 0, \\x^2(x - 5) - 9(x - 5) &= 0, \\(x - 5)(x^2 - 9) &= 0, \\(x - 5)(x - 3)(x + 3) &= 0.\end{aligned}$$

Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю (а другие определены, но здесь это условие несущественно): $x - 5 = 0$, или $x - 3 = 0$, или $x + 3 = 0$. Значит, уравнение имеет корни: -3 ; 3 ; 5 .

Ответ: -3 ; 3 ; 5 .

Другие решения. 1. Перечислив делители числа 45: -1 , 1 , -3 , 3 , -5 , 5 , -9 , 9 , -15 , 15 , -45 , 45 , подстановкой в исходное уравнение найдем какой-нибудь корень, например, $x = 3$. Поделим «уголком» $x^3 - 5x^2 - 9x + 45$ на $x - 3$, получим $x^2 - 2x - 15$. Получили: $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = (x - 3)(x^2 - 2x - 15)$. Найдем корни квадратного трехчлена, решив квадратное уравнение. Исходное уравнение имеет корни: -3 ; 3 ; 5 .

2. Можно поискать целые корни уравнения, зная, что это делитель свободного члена. Перечислив делители числа 45: -1 , 1 , -3 , 3 , -5 , 5 , -9 , 9 , -15 , 15 , -45 , 45 , подстановкой в исходное уравнение найдем корни: -3 ; 3 ; 5 . Зная, что многочлен третьей степени имеет не более трех различных действительных корней, делаем вывод, что все корни найдены.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнено разложение левой части уравнения на множители, правильно применено условие равенства нулю произведения, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом есть ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 9$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 37 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили 56 % участников экзамена).

Высока опасность ошибиться в знаках.

Возможны арифметические ошибки.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке. Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

Если есть возможность проверить правильность вычисления корня — аккуратно запишите все вычисления на черновике.

Обратите внимание на последнее приведенное решение — это решение самое сложное для выставления баллов экспертами в соответствии с критериями.

Разумеется, не надо пытаться запомнить формулу корней кубического уравнения.

18. Решите неравенство $(2\sqrt{5} - 5)(4x - 7) > 0$.

Решение. Обратим внимание на первый множитель: $2\sqrt{5} - 5$ — это число. Определим знак этого числа: так как $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ и $\sqrt{20} < \sqrt{25}$, $\sqrt{20} < 5$, то $2\sqrt{5} - 5 < 0$.

Получаем неравенство: $4x - 7 < 0$. Отсюда $x < 1,75$.

Ответ: $x < 1,75$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 61 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили 34 % участников экзамена).

Не «отбрасывайте» числовой множитель, не выяснив его знак — это ловушка, в которую попались многие. (Если Вы не можете определить знак этого числового множителя, решите задачу, считая множитель отрицательным — почти наверняка так и будет.)

Возможны арифметические ошибки.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 132, а сумма второго и третьего членов равна 110. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Решение. Пусть (b_n) — данная геометрическая прогрессия. По формуле n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, где b_1 — первый член прогрессии, q — ее знаменатель, выразим данные члены прогрессии: $b_2 = b_1 q$, $b_3 = b_1 q^2$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 132, \\ b_2 + b_3 = 110; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 + b_1 q = 132, \\ b_1 q + b_1 q^2 = 110; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(1 + q) = 132, \\ b_1 q(1 + q) = 110; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1(1 + q) = 132, \\ q \cdot 132 = 110; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 72, \\ q = \frac{5}{6}. \end{cases}$$

$$b_2 = 72 \cdot \frac{5}{6} = 60, b_3 = 60 \cdot \frac{5}{6} = 50.$$

Ответ: 72; 60; 50.

Другие решения. Пусть (b_n) — данная геометрическая прогрессия.

По свойству геометрической прогрессии $b_1 b_3 = b_2^2$. По условию задачи $\begin{cases} b_1 + b_2 = 132, \\ b_2 + b_3 = 110, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} b_1 = 132 - b_2, \\ b_3 = 110 - b_2. \end{cases}$

Перемножив, получаем: $b_1 b_3 = (132 - b_2)(110 - b_2)$.

Полученное уравнение перепишем в виде: $b_2^2 = (132 - b_2) \times (110 - b_2)$ или $b_2^2 = 14520 - 242b_2 + b_2^2$, откуда $b_2 = 60$. Тогда $b_1 = 72, b_3 = 50$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 74 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили 23 % участников экзамена).

Записав в ответ только два члена прогрессии, можно потерять один балл.

Обратите внимание на критерии проверки: одна арифметическая ошибка — потеря одного балла, а две и более арифметических ошибки — потеря всех баллов за это задание.

Совет. Формулы для геометрической прогрессии, используемые для решения, обязательно записывайте и в бланке, и на черновике.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания. Если остается время, проверьте лишний раз, что выписанные числа образуют геометрическую прогрессию, которая удовлетворяет условию задачи.

20. При каких значениях m и n , связанных соотношением $m - n = 1$, выражение $m^2 - 6mn + 4n^2$ принимает наибольшее значение?

Решение. Выразим из равенства $m - n = 1$ одну переменную через другую, например, переменную m через n : $m = 1 + n$. Подставив $1 + n$ вместо переменной m в выражение $m^2 - 6mn + 4n^2$, получим: $(1 + n)^2 - 6n(1 + n) + 4n^2 = -n^2 - 4n + 1$.

Выделим в полученном трехчлене $-n^2 - 4n + 1$ квадрат двучлена: $-n^2 - 4n + 1 = -(n + 2)^2 + 5$. Значит, наибольшее значение трехчлен принимает при $n = -2$.

Из равенства $m = 1 + n$ найдем соответствующее значение m : $m = 1 - 2 = -1$.

Ответ: $m = -1$, $n = -2$.

Другое решение. Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойство квадратичной функции: функция $y = ax^2 + bx + c$, где $a < 0$, принимает наибольшее значение при $x = -\frac{b}{2a}$. Воспользовавшись этой формулой, получим: $n = -\frac{-4}{-2} = -2$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

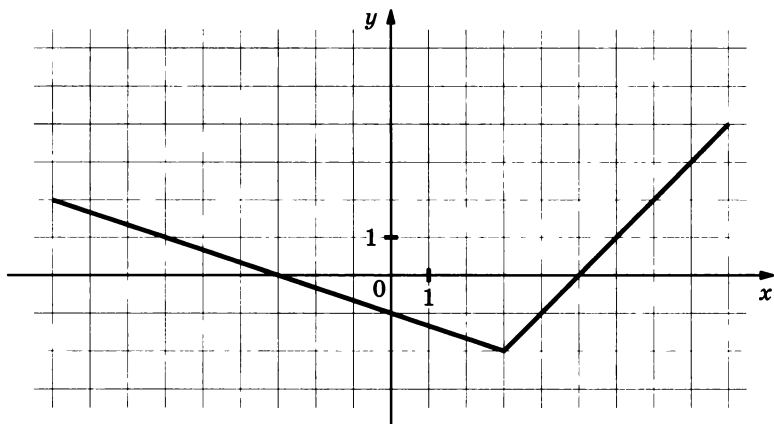
Предостережение. 90 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили только 8 % участников экзамена).

Обратите внимание на критерии проверки: одна вычислительная ошибка — потеря одного балла, а две и более — потеря всех баллов за это задание.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

21. Задайте аналитически (т.е. с помощью формул) функцию, график которой изображен на рисунке.



Решение. По рисунку видно, что график функции состоит из двух лучей с общим началом в точке $(3; -2)$.

Составим уравнение прямой, проходящей через точки $(-3; 0)$ и $(3; -2)$. Подставив координаты точек в уравнение

прямой $y = kx + b$, получим систему уравнений
$$\begin{cases} 0 = -3k + b, \\ -2 = 3k + b. \end{cases}$$

Отсюда $k = -\frac{1}{3}$, $b = -1$. Значит, при $x < 3$ функция задается формулой $y = -\frac{1}{3}x - 1$.

Составим уравнение прямой, проходящей через точки $(5; 0)$ и $(3; -2)$. Подставив координаты точек в уравнение

прямой $y = kx + b$, получим систему уравнений
$$\begin{cases} 0 = 5k + b, \\ -2 = 3k + b. \end{cases}$$

Отсюда $k = 1$, $b = -5$. Значит, при $x \geq 3$ функция задается формулой $y = x - 5$.

Таким образом,
$$y = \begin{cases} -\frac{1}{3}x - 1, & \text{если } x < 3, \\ x - 5, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } y = \begin{cases} -\frac{1}{3}x - 1, & \text{если } x < 3, \\ x - 5, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

Другое решение. Те, кто уверенно чувствует себя в задачах с модулем, могут решить эту задачу следующим образом.

Общий вид функции, график которой состоит из двух лучей с общим началом в точке с абсциссой, равной 3, имеет вид: $y = a(x - 3) + b|x - 3| + c$. Далее геометрически или подстановкой трех значений x (например, 0, 3, 5) находим коэффициенты: $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{2}{3}$, $c = -2$, получается: $y = \frac{2}{3}|x - 3| + \frac{1}{3}x - 3$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка. Или: Ход решения верный, все его шаги выполнены, но оба промежутка, на которые распадается область определения функции, заданы строгими неравенствами. Или: уравнения прямых составлены верно, но не указаны соответствующие им промежутки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 83 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили только 11 % участников экзамена).

Обратите внимание на критерии проверки: одна вычислительная ошибка — потеря одного балла, а две и более — потеря всех баллов за это задание.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

Все вычисления аккуратно записывайте на черновике.

Ответы

Вариант 2010 года

1. 2. 2. 4. 3. 3. 4. -2. 5. 312. 6. 1. 7. $\frac{a+b}{8a}$. 8. 2. 9. 1,4.
10. $x(x-14)=120$. 11. 3. 12. -0,5. 13. (0; 4). 14. 3. 15. 1. 16. А,
на 1 ч. 17. 0,94. 18. На 1. 19. 3. 20. $y=0,2x-2$; (0; -2). 21. $b-a$.
22. 3,5. 23. $-4 < p < 0$.

Демонстрационный вариант 2011 года

1. 4. 2. 3. 3. 1. 4. $-\frac{5}{12}$. 5. $t=NT$. 6. 2. 7. $\frac{3-m^2}{m}$. 8. 4.
9. -9; 2. 10. 231. 11. 1. 12. $x < -1$. 13. (-3; 1). 14. 4. 15. 2.
16. 220. 17. 0,995. 18. На 10 см. 19. -2; 2; 6. 20. $x > 1\frac{2}{3}$. 21. 48;
60; 75. 22. $c=-12$. 23. $\frac{2}{5}$.

Диагностическая работа №1

1. 3. 2. 2. 3. 3. 4. 1,6. 5. 19 км/ч. 6. 2. 7. 2. 8. 800. 9. 1,2.
10. (2; 8). 11. 3. 12. 2. 13. 1. 14. 213. 15. 1. 16. А, на 5000 штук.

Тематические задания

- Задача 1. 1. $4 \cdot 10^4$. 2. $2 \cdot 10^5$. 3. $3,7 \cdot 10^5$. 4. $1,4 \cdot 10^6$. 5. $2,03 \cdot 10^7$.
6. 8260. 7. $2,7 \cdot 10^4$. 8. 3. 9. 4. 10. 2.

- Задача 2. 1. 13,6. 2. 8,7. 3. 5. 4. 30. 5. 221. 6. 25. 7. 20. 8. 4.
9. 1. 10. 2.

- Задача 3. 1. -0,4. 2. 0,75. 3. 3. 4. 3; 4. 5. 3. 6. 3. 7. 2. 8. 3.
9. 3. 10. 1.

- Задача 4. 1. -2. 2. -0,5. 3. 0. 4. 3. 5. -2. 6. 1,5. 7. 0,5. 8. $\frac{3}{4}$.
9. $-\frac{41}{20}$. 10. $\frac{23}{6}$.

- Задача 5. 1. $t=\frac{S}{v}$. 2. $U=I \cdot R$. 3. $l=\frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$. 4. $h_a=\frac{2S}{a}$. 5. $I=\sqrt{\frac{Q}{R \cdot \Delta t}}$.
6. $p=\frac{\nu \cdot R \cdot T}{V}$. 7. $T=\frac{p \cdot V}{\nu \cdot R}$. 8. $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. 9. $h=\frac{E}{mg} - \frac{v^2}{2g}$.
10. $v=\sqrt{\frac{2E}{m}}$.

- Задача 6. 1. 5. 2. 2. 3. 3. 4. 3. 5. 1. 6. 4. 7. 1. 8. 1. 9. 4. 10. 3.

Задача 7. 1. 2. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 1. 6. 1. 7. 4. 8. $\frac{m^2+1}{m}$.
 9. $\frac{4-7m^2}{m}$. 10. $\frac{4-2m^2}{m}$.

Задача 8. 1. a^2-4a+4 . 2. $a^2+2ab+b^2$. 3. $ab-3a-2b+9$. 4. 5.
 5. -9. 6. 2. 7. 4. 8. 1. 9. 3. 10. 1.

Задача 9. 1. -2; 2. 0. 3. 1. 4. 2. 5. 1; 2. 6. $\frac{1}{3}$. 7. $\frac{1}{3}$; 1. 8. 2.
 9. $-\frac{4}{3}$; 2. 10. (6; 7).

Задача 10. 1. 2,6. 2. (-5,2; -19,4). 3. (2,4; 2,2). 4. -4; 3.
 5. (-5; -7), (2; 7). 6. (1; 3). 7. (-1; -5), (3; 23). 8. 231. 9. 123.
 10. 321.

Задача 11. 1. 3. 2. 3. 3. 12. 4. 4. 5. 2. 6. 8. 7. 6. 8. 3. 9. 4.
 10. 3.

Задача 12. 1. 3. 2. 2. 3. 4. 4. 4. 5. 2. 6. 3. 7. 1. 8. 2. 9. 1.
 10. 4.

Задача 13. 1. 3. 2. 4. 3. 1. 4. 4. 5. 2. 6. 3. 7. 213. 8. 1. 9. 4.
 10. 3.

Задача 14. 1. 22. 2. 3. 3. 24. 4. 192. 5. 321. 6. 3. 7. -3. 8. 4.
 9. 2. 10. 1.

Задача 15. 1. 3. 2. -3. 3. 342. 4. -4. 5. 2. 6. 314. 7. 321. 8. 4.
 9. 2. 10. 3.

Задача 16. 1. 50. 2. 100. 3. 1,5. 4. 3. 5. 2,5 часа. 6. 4. 7. 2.
 8. 3. 9. 12,5. 10. В 2006-м на 500000.

Задача 17. 1. $\frac{1}{3}$. 2. 4. 3. 0,25. 4. $\frac{1}{36}$. 5. 1,4; 2,3; 3,2; 4,1. 6. $\frac{1}{3}$.
 7. $\frac{5}{36}$. 8. 0,8. 9. 0,97. 10. $\frac{2}{3}$.

Задача 18. 1. 58. 2. 33. 3. 25. 4. 33, 35, 37, 38, 42, 51, 58. 5. 38.
 6. 42. 7. 4. 8. 1. 9. 1. 10. 6.

Диагностическая работа №2

1. 4. 2. 3. 3. 2. 4. -0,4. 5. 500 кг/м³. 6. 3. 7. 1. 8. 1,1. 9. -6,5.
 10. (-1; 1). 11. 2. 12. 4. 13. 4. 14. 312. 15. 1. 16. А, на 5000 штук.

Диагностическая работа №3

1. 3. 2. 1. 3. 1. 4. 0,75. 5. 30. 6. 1. 7. 4. 8. 2100. 9. -4.
 10. (2; 3). 11. 1. 12. 3. 13. 3. 14. 231. 15. 2. 16. 50000 штук.

Диагностическая работа №4

1. 3. 2. 2. 3. 4. 4. 11,25. 5. 9 мин. 6. 3. 7. 1. 8. 700. 9. -5.
10. (2; -1). 11. 3. 12. 4. 13. 3. 14. 231. 15. 4. 16. 100000 штук.

Диагностическая работа №5

1. 2. 2. 4. 3. 1. 4. 0,08. 5. 2 кг. 6. 4. 7. 4. 8. 0,19. 9. 0.
10. (-1; -1). 11. 4. 12. 1. 13. 3. 14. 132. 15. 3. 16. 55000 штук.

Комплекты заданий второй части экзамена

Комплект 1. 17. -1. 18. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. 19. 82500. 20. 0, при $x = -\frac{1}{3}$;
 $y = \frac{2}{3}$. 21. $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

Комплект 2. 17. 1. 18. Не имеет. 19. 1605. 20. -4, при $x = -\frac{7}{3}$;
 $y = \frac{4}{3}$. 21. 1.

Диагностическая работа №6

1. 1. 2. 2. 3. 4. 4. -6,7. 5. 1050 р. 6. 4. 7. 2. 8. 0,029.
9. 5. 10. (0,5; 4). 11. 3. 12. 1. 13. 1. 14. 213. 15. 4. 16. 110000
штук. 17. -1,5. 18. Не имеет. 19. 1620. 20. 3, при $x = 1$; $y = 3$.
21. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Диагностическая работа №7

1. 1. 2. 3. 3. 1. 4. -1,25. 5. 32 ч. 6. 1. 7. 3. 8. 2. 9. 0,8.
10. (-0,5; -2). 11. 2. 12. 2. 13. 2. 14. 123. 15. 3. 16. 50000
штук. 17. 1,5. 18. Не имеет. 19. 1243. 20. 4, при $x = 1$; $y = 4$.
21. $(-\infty; -2) \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$.

Диагностическая работа №8

1. 2. 2. 3. 3. 3. 4. 2,75. 5. 5,4 км. 6. 3. 7. 2. 8. 60. 9. -0,5.
10. (-1; 5). 11. 4. 12. 2. 13. 2. 14. 321. 15. 3. 16. 100000
штук. 17. 1,5. 18. Не имеет. 19. 1620. 20. 6, при $x = 2$; $y = 4$.
21. $(-\infty; -3) \cup \{1,5\} \cup [3; +\infty)$.

Пример экзаменационного варианта 2008 года

1. -1,6. 2. 1. 3. 4. 4. 3. 5. $\frac{b+a}{ab}$. 6. 2. 7. 4. 8. 3. 9. $\frac{1}{3}$.
10. $x = 1$; $y = -3$. 11. 2. 12. 1. 13. 132. 14. $a_1 = -5$; $d = 0,5$. 15. 2.

16. 1. 17. $(a+1)(c-1)(c+1)$. 18. $[-4; -3,5) \cup (-3,5; 3,5]$. 19. 9600.
 20. $(3; -2)$, $(3; 3)$, $(-7,5; -0,5)$. 21. $\frac{2}{3} < k < 2$.

Вариант 1 диагностической работы 2010 года

1. 4. 2. 2. 3. 3. 4. -2 . 5. $\sqrt{\frac{S}{\pi}}$. 6. 3. 7. $\frac{1}{a-b}$. 8. 1. 9. 0; 4.
 10. 231. 11. 3. 12. $x > 5,8$. 13. $x \leq 0,6$. 14. 3. 15. 1. 16. 4. 17. $\frac{1}{6}$.
 18. 0. 19. $x=0$, $x=2$. 20. $x > -2$. 21. 8. 22. $p=3$. 23. $\frac{1}{2}$.

Вариант 2 диагностической работы 2010 года

1. 2. 2. 33 120. 3. 1. 4. 7,5. 5. $\frac{U}{I}$. 6. 2. 7. $\frac{2m^2-5}{2m}$. 8. 4. 9. 1; 3.
 10. 231. 11. 1. 12. $x > 2$. 13. $x \leq 2,2$. 14. 2. 15. 2. 16. 16 Борис, на
 20 минут. 17. $\frac{5}{18}$. 18. 1. 19. $x=-3$, $x=0$, $x=3$. 20. $x < -2$. 21. 9.
 22. $p=5$. 23. $\frac{1}{2}$.

Пример экзаменационного варианта 2009 года

1. 2. 2. 2. 3. 4. 4. 1,2. 5. 1. 6. 3. 7. 4. 8. $1-4y$. 9. 0,4;
 1. 10. $D(3; -2)$. 11. 4. 12. 3. 13. 3. 14. 312. 15. 3. 16. 160.
 17. $-3; 3; 5$. 18. $x < 1,75$. 19. 72; 60; 50. 20. $m=-1$; $n=-2$.
 21. $y = \begin{cases} -\frac{1}{3}x - 1, & \text{если } x < 3, \\ x - 5, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$

Оглавление

Введение	3
Итоговая аттестации по математике за курс основной школы (9 класс) в новой форме (ГИА 9)	8
Вариант 2010 года	10
Анализ выполнения заданий экзаменационной работы	15
Демонстрационный вариант 2011 года	20
Решение заданий первой части. Предостережения. Советы	26
Решение заданий второй части. Предостережения. Советы	44
Диагностическая работа №1	47
Тематические задания	51
Задача 1	52
Задача 2	54
Задача 3	56
Задача 4	58
Задача 5	60
Задача 6	62
Задача 7	64
Задача 8	66
Задача 9	68
Задача 10	70
Задача 11	74
Задача 12	77
Задача 13	79
Задача 14	82
Задача 15	84
Задача 16	88
Задача 17	91
Задача 18	93
Диагностическая работа №2	95
Диагностическая работа №3	99
Диагностическая работа №4	103
Диагностическая работа №5	107

ОГЛАВЛЕНИЕ	205
Комплекты заданий второй части экзамена	111
Диагностическая работа №6	113
Диагностическая работа №7	118
Диагностическая работа №8	123
Пример экзаменационного варианта 2008 года	128
Решение заданий первой части. Предостережения. Советы	133
Решение заданий второй части. Предостережения. Советы	150
Вариант 1 диагностической работы 2010 года	157
Вариант 2 диагностической работы 2010 года	163
Пример экзаменационного варианта 2009 года	168
Решение заданий первой части. Предостережения. Советы	173
Решение заданий второй части. Предостережения. Советы	193
Ответы	200

*Иван Валериевич Яценко
Андрей Викторович Семенов
Петр Игоревич Захаров*

**ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ
ГИА 9 В 2011 ГОДУ.
Методические рекомендации**

Подписано в печать 9.11.2010 г. Гарнитура Школьная.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная №1. Печать офсетная.
Печ. л. 13. Тираж 20 000 экз. Заказ № 1853

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Бол. Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-74-83, (495) 745-80-31.

Отпечатано с готовых диапозитивов в ППП «Типография „Наука“».
121099, Москва, Шубинский пер., 6.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»
по адресу: Бол. Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mccme.ru

ГИА 9 2011



Книга написана по материалам лекций в Московском институте открытого образования Департамента образования г. Москвы. Авторский подход успешно используется при подготовке к экзамену с 2008 года во многих регионах РФ.

Книга содержит материалы, которые помогут учителям организовать итоговое повторение и подготовку к экзамену по математике за курс основной школы (9 класс).

Также книга является эффективным средством самоподготовки к экзамену.

ISBN 978-5-94057-697-6



9 785940 576976 >