ГИА-9

ГИА-9

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

ПОДГОТОВКА к ГИА-2013

ЛЕГИОН ™

9 КЛАСС

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
«МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ГИА-9»

Учебные пособия издательства «Легион» допущены к использованию в образовательном процессе приказом Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009

Учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ГИА-9»

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

9 класс

ПОДГОТОВКА К ГИА-2013

ТМ

ЛЕГИОН

Ростов-на-Дону

2012

ББК 22.14
М 34

Рецензенты: *Л. Л. Иванова* — заслуженный учитель России,
С. О. Иванов — аспирант кафедры АДМ ЮФУ

Авторский коллектив:
Безуглова Г. С., Войта Е. А., Горбачёв А. В, Евич Л. Н., Казьмин И. А., Коннова Е. Г., Максимчук О. М., Нужа Г. Л., Ольховая Л. С., Резникова Н. М., Сапожников О. В.

А 45 **Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2013**: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2012. — 288 с. — (ГИА-9)

ISBN 978-5-9966-0202-5

В настоящее время государственная итоговая аттестация в новой форме проводится во всех регионах России, поэтому предлагаемое пособие будет полезным для учащихся, готовящихся к ГИА **по математике**, а также для учителей, осуществляющих эту подготовку.

Предлагаемое пособие включает **30 авторских учебно-тренировочных тестов**, составленных по актуальной спецификации государственной итоговой аттестации за курс основной школы, и **сборник, содержащий около 700 задач**, которые иллюстрируют основные идеи тестов итоговой аттестации по математике прошлых лет. К двум вариантам тестов и к некоторым задачам сборника приведены **решения**, ко всем задачам и тестам — **ответы**.

Пособие является частью учебно-методического комплекса **«Математика. Подготовка к ГИА-9»**, включающего такие книги, как «Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013», «Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2013», «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013. Учебно-тренировочные тесты» и др.

ББК 22.14

ISBN 978-5-9966-0202-5

Оглавление

От авторов

С 2005/2006 года государственная итоговая аттестация (ГИА-9) по алгебре проходит в новой форме, которая, несмотря на очевидную связь с ЕГЭ, обладает некоторыми особенностями.

С учетом целей обучения в основной школе контрольно-измерительные материалы экзамена в новой форме проверяют сформированность комплекса умений, связанных с информационно-коммуникативной деятельностью, с получением, анализом, а также применением эмпирических данных.

В связи с тем, что ЕГЭ по математике с 2009 года является обязательным для всех выпускников школ, государственная итоговая аттестация за курс основной школы выдержана в идеологии единого подхода к общей математической подготовке обучающихся.

Экзаменационная работа ГИА-9, по спецификации которой составлены варианты предлагаемого пособия, состоит из двух частей.

Первая часть предусматривает выполнение тестовых заданий, при этом ответы фиксируются учениками непосредственно на бланке теста. Эта часть предполагает проверку уровня обязательной подготовки учащихся (владение понятиями, знание свойств и алгоритмов, решение стандартных задач) и включает задания по следующим разделам школьной программы по математике: числа, буквенные выражения, преобразования выражений, уравнения, неравенства, функции и графики, последовательности и прогрессии, элементы теории вероятностей и статистика, планиметрия.

Вторая часть имеет вид традиционной контрольной работы и состоит из пяти заданий, в которых в соответствии со спецификацией представлены следующие разделы программного материала: выражения и их преобразования, уравнения и системы уравнений, текстовые задачи, неравенства, функции, координаты и графики, последовательности и прогрессии, планиметрия. Эта часть работы направлена на дифференцированную проверку повышенного уровня математической подготовки учащихся: владение формально-оперативным аппаратом, интеграция знаний из различных тем школьного курса, исследовательские навыки. При выполнении второй части работы учащиеся должны продемонстрировать умение математически грамотно записывать решение (оно должно включать необходимые пояснения и обоснования, из которых должен быть понятен ход рассуждений).

Обсудить пособия, оставить свои замечания и предложения, задать вопросы можно на официальном форуме издательства `http://legionr.rossite.org`.

Следите за бесплатными дополнениями и методическими рекомендациями на сайте издательства `http://legionr.ru` в связи с возможными изменениями спецификаций экзаменационных работ, разрабатываемых ФИПИ.

Комплекс «Математика. Подготовка к ГИА»

Перечислим книги, входящие в комплекс «Математика. Подготовка к ГИА-9», выпускаемый издательством «Легион»:

- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013.
- Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013.
  Книга содержит решения всех тестовых заданий повышенного уровня сложности и всех задач из раздела «Задачник» пособия «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013»
- Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2013. Алгебра, геометрия, теория вероятностей и статистика.
  Сборник тестов, каждый из которых предназначен для проверки уровня усвоения определённого раздела программы по математике. Сборник охватывает все темы, отражённые в спецификации ГИА.
- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013. Учебно-тренировочные тесты.
  Сборник авторских тестов, составленных по последней спецификации ГИА, дополняет книгу «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2013».

- Математика. Базовый уровень ГИА-9. Пособие для «чайников». Часть 1.
  Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности и включает темы «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Теория вероятностей», «Числовые последовательности».
- Математика. Базовый уровень ГИА-9. Пособие для «чайников». Часть 2.
  Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности, не вошедших в первую часть, и содержит темы «Функции и графики», «Планиметрия», «Статистика».

Авторы благодарят рецензентов за полезные замечания и пожелания, связанные с данным изданием. Замечания и пожелания просим направлять по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550, тел. (863) 303-05-50, 248-14-03, e-mail: legionrus@legionrus.com.

В 2007–2008 годах Экспертным советом Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) изданиям «Алгебра. 9 класс. Подготовка к итоговой аттестации — 2008» и «Алгебра. 9 класс. Подготовка к итоговой аттестации — 2009» были присвоены грифы «Допущено к использованию в образовательных учреждениях Российской Федерации в качестве учебного пособия». С 2009 года допуск учебных пособий к использованию в образовательном процессе осуществляет Минобрнауки РФ. Издательство «Легион» Приказом Минобрнауки РФ №729 от 14.12.2009 г. включено в перечень организаций, осуществляющих издание пособий для учащихся.

Краткий теоретический справочник

Предлагаемый справочник содержит теоретические сведения и формулы, предусмотренные программой по математике для общеобразовательных учреждений. Надеемся, что его содержательная часть поможет школьнику при подготовке к ГИА-9.

§ 1. Приближённые значения. Округление чисел. Стандартный вид числа

Правила округления. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя из сохраняющихся цифр увеличивается на 1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя из сохраняемых цифр остаётся неизменной.

Если число округляют до какого-нибудь разряда, то все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.

Стандартным видом положительного числа a называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где $1 \leqslant a_0 < 10$, а m — целое число; число m называют **порядком числа** a, число a_0 — **мантиссой**.

Погрешностью приближения (абсолютной погрешностью) называют модуль разности между точным значением величины x и её приближённым значением a.

Если a — приближённое значение числа x и $|x - a| \leqslant h$, то говорят, что число x равно числу a с точностью до h, и пишут $\boldsymbol{x = a \pm h}$.

Неравенство $|x-a| \leqslant h$ можно записать в виде $a-h \leqslant x \leqslant a+h$. Числа $a-h$ и $a+h$ являются приближёнными значениями числа x **с недостатком** и **с избытком** соответственно.

Относительной погрешностью приближённого значения a называют отношение абсолютной погрешности $|x - a|$ к модулю приближённого значения.

Относительную погрешность выражают в процентах $\dfrac{|x-a|}{|a|} \cdot 100\%$.

§ 2. Отношения. Пропорции

Отношение двух чисел — это частное от деления одного из них на другое. Отношение показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.

Взаимно обратными называют числа, произведение которых равно 1 $\left(\dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{b}{a} = 1, \text{где } a \neq 0,\ b \neq 0\right)$.

Отношение $\dfrac{b}{a}$ называют обратным отношению $\dfrac{a}{b}$.

Обратное отношение — это отношение, взятое в обратном порядке по отношению к данному.

Пропорция — это равенство двух отношений.

В пропорции $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ (или $a : b = c : d$) числа a и d называют **крайними**, а числа b и c — **средними** членами пропорции.

Основное свойство пропорции. В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению её средних членов.

Если для двух отношений $\boldsymbol{a : b}$ и $\boldsymbol{c : d}$ выполняется равенство $\boldsymbol{ad = bc}$, то $\boldsymbol{a : b = c : d}$ — верная пропорция.

Если в верной пропорции поменять местами средние или крайние члены, то получившиеся новые пропорции верны.

§ 3. Проценты

1% — это $\boldsymbol{\dfrac{1}{100}}$ часть от целого.

Если $\begin{array}{l} a - 100\% \\ b - p\%, \end{array}$ то

- процент от числа $b = \dfrac{a \cdot p}{100}$;

- число по проценту $a = \dfrac{b \cdot 100}{p}$;
- количество процентов, которое составляет число b от числа a

$p = \dfrac{b \cdot 100}{a}$.

Формула простого процентного роста (формула простых процентов):

$$S_n = S\left(1 + \frac{pn}{100}\right),$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

Формула сложного процентного роста (формула сложных процентов):

$$S_n = S\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

§ 4. Арифметические действия. Сравнение чисел

Если умножить числитель и знаменатель дроби на одинаковую величину, отличную от 0, то значение дроби останется прежним.

Если числитель и знаменатель заданной дроби имеют общий делитель, то обе части можно разделить на него; такая операция называется **сокращением дроби**.

Сравнение дробей. Для сравнения, сложения и вычитания обыкновенных дробей их следует привести к одному и тому же знаменателю.

Чтобы сравнить две обыкновенные дроби, следует привести их к общему знаменателю и сравнить числители получившихся дробей. Дробь с бóльшим числителем будет больше.

На координатном луче точка, имеющая меньшую координату, лежит левее от точки, имеющей бóльшую координату.

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Умножение дробей. Чтобы умножить две обыкновенные дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить тем же: $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$.

Деление дробей. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо умножить первую на дробь, обратную второй:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Чтобы разделить дробь на натуральное число, надо знаменатель умножить на это число, а числитель оставить тем же: $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$.

Чтобы получить дробь, обратную данной, следует поменять местами числитель и знаменатель.

Преобразование между разными форматами записи дробей. Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в дробь десятичную, следует разделить числитель на знаменатель. При этом не всегда можно получить конечную десятичную дробь.

Несократимую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби, если в разложении её знаменателя на простые множители присутствуют только множители 2 и 5.

Чтобы преобразовать десятичную дробь в дробь обыкновенную, следует представить её дробную часть в виде натурального числа, делённого на соответствующую степень числа 10. Затем к результату справа приписать целую часть, формируя смешанную дробь.

§ 5. Алгебраические выражения

Алгебраическим (буквенным) выражением называется одна или несколько алгебраических величин (чисел и букв), соединённых между собой знаками алгебраических действий: сложения, вычитания, умножения и деления, извлечения корня и возведения в целую степень, а также скобки, определяющие порядок выполнения действий. Количество величин, входящих в алгебраическое выражение, должно быть конечным.

Если вместо всех букв, входящих в алгебраическое выражение, подставить некоторые числа и выполнить действия, то полученное в результате число называется **значением алгебраического выражения**.

Значения переменных, при которых алгебраическое выражение имеет смысл, называют **допустимыми значениями** переменных. Множество всех допустимых значений переменных называют **областью определения** алгебраического выражения.

Тождеством называют равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

§ 6. Степень с целым показателем

Свойства степени с целым показателем.

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$.

$a^n : a^k = a^{n-k}$, если $n > k$.

$(a^n)^k = a^{nk}$.

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$.

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, $b \neq 0$.

По определению полагают, что $a^0 = 1$ для любого $a \neq 0$.

Если $a \neq 0$, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где n — натуральное число.

Справедливо равенство $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

§ 7. Многочлены. Преобразование выражений

Одночленом называют выражение, которое содержит числа, натуральные степени переменных и их произведения.

Одночлен называется представленным в **стандартном виде**, если он записан в виде произведения числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных.

Числовой множитель у одночлена стандартного вида называется **коэффициентом одночлена**, сумму показателей степеней переменных называют **степенью одночлена**.

Многочленом называется алгебраическая сумма одночленов.

Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду, то говорят, что это многочлен **стандартного вида**.

Формулы преобразования многочленов.

Для любых a, b и c верны следующие равенства:

1. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;
2. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
3. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
5. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$;
7. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$;
8. $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

§ 8. Алгебраические дроби

Основное свойство дроби: $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

Действия с дробями (предполагается, что знаменатели дробей отличны от нуля):

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \qquad -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \qquad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

§ 9. Квадратные корни

Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a, то есть выполняются условия:

- $\sqrt{a} \geqslant 0$,
- $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

при любом $a \geqslant 0$.

Свойства арифметического квадратного корня.

1) Квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению квадратных корней из этих множителей, то есть если $a \geqslant 0,\ b \geqslant 0,$ то $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}.$

2) Квадратный корень из дроби с неотрицательным числителем и положительным знаменателем равен частному от деления квадратного корня из числителя на квадратный корень из знаменателя, то есть если $a \geqslant 0,$ $b > 0,$ то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$

3) При любом значении a и натуральном k верно равенство

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k|.$$

§ 10. Линейные и квадратные уравнения

Линейное уравнение. Уравнение вида $ax + b = 0$, где a и b — некоторые числа, x — переменная, называется линейным. Корни линейного уравнения

- при $a \neq 0,\ b \in R\ x = -\frac{b}{a}$;
- при $a = 0,\ b = 0\ x \in R$;
- при $a = 0,\ b \neq 0\ x \in \varnothing$.

Квадратное уравнение.

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ называется квадратным уравнением.

Дискриминант $D = b^2 - 4ac$.

Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных корня:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a},\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}.$$

Если $D > 0$ и b — чётное, то корни квадратного уравнения могут быть вычислены по формуле:

$$x_1 = \frac{-b/2 - \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a},\ x_2 = \frac{-b/2 + \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}.$$

В этом случае $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \frac{D}{4}$.

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет два кратных корня $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ (также иногда говорят, что квадратное уравнение в этом случае имеет один корень).

Если $D < 0$, то действительных корней нет.

Уравнение вида $x^2 + px + q = 0$ называется **приведённым квадратным уравнением**. Дискриминант $D = p^2 - 4q$. При $D > 0$ корни этого уравнения можно найти по формулам: $x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$, $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. При $D = 0$ $x = -\frac{p}{2}$.

Неполные квадратные уравнения.

1) $ax^2 + bx = 0, b \neq 0;$ $x_1 = 0,$ $x_2 = -\frac{b}{a}$.

2) $ax^2 + c = 0$. Если $ac < 0$, то $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$, $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$. Если $ac > 0$, то действительных корней нет.

3) $ax^2 = 0;$ $x = 0$.

Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения.

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1,$ $x_2 = \frac{c}{a}$.

Если $a + c = b$ (или, что то же самое, $a - b + c = 0$), то $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a}$.

Формулы Виета.

Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},\ x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для уравнения вида $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 + x_2 = -p,\ x_1x_2 = q.$$

Разложение квадратного трёхчлена на множители.

Если $D > 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, ($x_1, x_2$ — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

Если $D = 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, ($x_1$ — корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

§ 11. Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Система двух уравнений с двумя неизвестными имеет вид:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных $(x; y)$, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство. **Решить систему** уравнений — значит найти все её решения или установить, что их нет.

- Система имеет единственное решение, если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.
- Система не имеет решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.
- Система имеет бесконечно много решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

§ 12. Неравенства с одной переменной и системы неравенств

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Неравенства, множества решений которых совпадают, называются **равносильными**.

Областью определения неравенства с одной переменной называется множество значений переменной, при которых обе части неравенства имеют смысл.

Из данного неравенства получается равносильное ему неравенство, если

1) из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком;

2) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число;

3) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив знак неравенства на противоположный;

4) в какой-либо части неравенства или в обеих его частях выполнить тождественное преобразование, не меняющее области определения неравенства.

Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы. Множеством решений системы является пересечение множеств решений неравенств, входящих в эту систему.

§ 13. Решение квадратных неравенств. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Системы неравенств

Квадратным неравенством с одной переменной x называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a, b, c — действительные числа, $a \neq 0$.

Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства).

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, положительное **при всех значениях** x, и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, отрицательное **при всех значениях** x, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ с отрицательным дискриминантом при всех значениях x имеет знак старшего коэффициента a.

Модуль вещественного аргумента $|x| = \left[\begin{array}{ll} x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x < 0. \end{array}\right.$

Основные свойства модуля.

$|a| \geqslant 0$

$|a| = |-a|$ $\qquad$ $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$, $b \neq 0$

$|ab| = |a| \cdot |b|$ $\qquad$ $|a + b| \leqslant |a| + |b|$

$|a|^2 = a^2$ $\qquad$ $|a - b| \geqslant |a| - |b|$

Решением неравенства $|x| < b$ являются значения x, удовлетворяющие неравенству $-b < x < b$.

Решением неравенства $|x| > b$ являются значения x удовлетворяющие совокупности неравенств $\left[\begin{array}{l} x < -b, \\ x > b. \end{array}\right.$

Некоторые **методы решения** уравнений и неравенств, содержащих модуль:

1) **Общий метод**. Разобьём числовую ось точками, в которых обращаются в нуль выражения, стоящие под знаком модуля. Решаем неравенства на каждом из полученных промежутков.

2) **Метод возведения в квадрат**. $|f(x)| = g(x)$ равносильно системе $\left\{\begin{array}{l} f^2(x) = g^2(x), \\ g(x) \geqslant 0. \end{array}\right.$

3) **Метод замены**. $af^2(x)+b|f(x)|+c = 0 \Rightarrow a|f(x)|^2+b|f(x)|+c = 0$. Замена: $t = |f(x)|, t \geqslant 0, \Rightarrow at^2 + bt + c = 0$.

§ 14. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметическая прогрессия.

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом. Это число называют **разностью арифметической прогрессии** и обычно обозначают буквой **d**.

1. Если a_n есть n-й член, d — разность и S_n — сумма n первых членов арифметической прогрессии, то

$$d = a_{n+1} - a_n, \qquad a_n = a_1 + d(n-1),$$
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \text{ или } S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}.$$

Арифметическая прогрессия возрастает, если $d > 0$, и убывает, если $d < 0$.

2. Если a_k, a_l, a_m, a_n — члены арифметической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $a_k + a_l = a_m + a_n$.

3. Каждый член арифметической прогрессии, отличный от первого и последнего, равен среднему арифметическому соседних с ним членов:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

Геометрическая прогрессия.

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число. Это число называют **знаменателем геометрической прогрессии** и обычно обозначают буквой q.

1. Если b_n есть n-й член, q — знаменатель и S_n — сумма n первых членов геометрической прогрессии, то

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \qquad b_n = b_1 q^{n-1},$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1.$$

2. Если b_k, b_l, b_m, b_n — члены геометрической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $b_k \cdot b_l = b_m \cdot b_n$.

3. Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, отличного от первого и последнего, равен произведению соседних с ним членов:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}.$$

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Геометрическая прогрессия бесконечно убывающая, если $|q| < 1$.

Если S есть сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, то $S = \dfrac{b_1}{1 - q}$.

§ 15. Исследование функции и построение графика

Область определения функции.

Областью определения $D(y)$ *функции* $y = f(x)$ называется множество всех значений аргумента x, для которых выражение $f(x)$ определено (имеет смысл).

Области определения основных элементарных функций. Область определения любого многочлена — R.

$$D\left(\frac{1}{x}\right) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$$

$$D\left(\sqrt[2k]{x}\right) = [0;\ +\infty)$$
$$D\left(\sqrt[2k+1]{x}\right) = R$$

Множество значений функции.

Множеством (областью) значений $E(y)$ *функции* $y = f(x)$ называется множество всех таких чисел y_0, для каждого из которых найдется такое число x_0, что $f(x_0) = y_0$.

Области значений основных элементарных функций.

Областью значений всякого многочлена чётной степени является промежуток $[m;\ +\infty)$, где m — наименьшее значение этого многочлена, либо промежуток $[-\infty;\ n]$, где n — наибольшее значение этого многочлена.

Областью значений всякого многочлена нечётной степени является R.

Чётность и нечётность функции.

Функция $y = f(x)$ называется *чётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = f(x)$. График чётной функции симметричен относительно оси Oy.

Функция $y = f(x)$ называется *нечётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Графики элементарных функций. На рисунках 1 – 2 изображены графики некоторых элементарных функций.

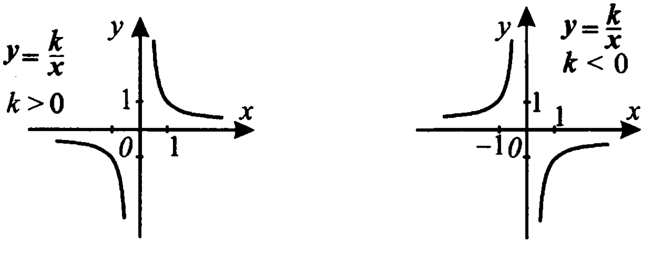


Рис. 1

Построение графиков функций «механическими» преобразованиями.

График функции $y = -f(x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Ox (см. рис. 3).

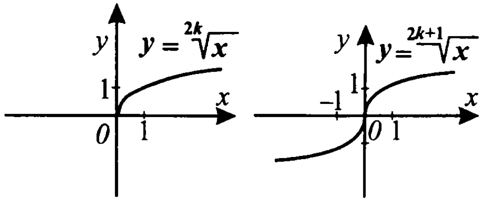


Рис. 2

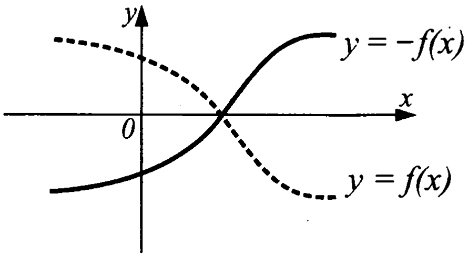


Рис. 3

График функции $y = f(-x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Oy (см. рис. 4).

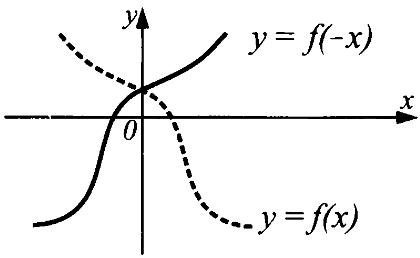


Рис. 4

График функции $y = m \cdot f(x)$, $m > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в m раз вдоль оси Oy от оси Ox (см. рис. 5).

График функции $y = m \cdot f(x)$, $0 < m < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в $\frac{1}{m}$ раз вдоль оси Oy к оси Ox (см. рис. 6).

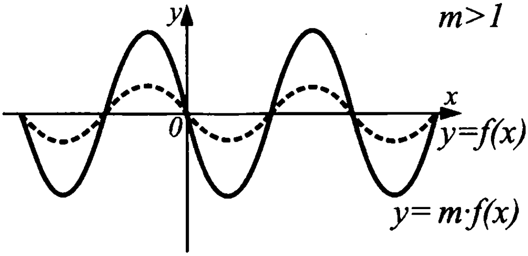


Рис. 5

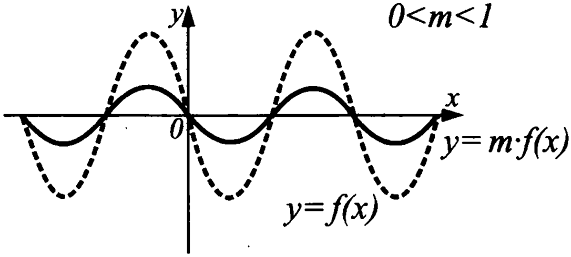


Рис. 6

График функции $y = f(kx)$, $k > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в k раз к оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 7).

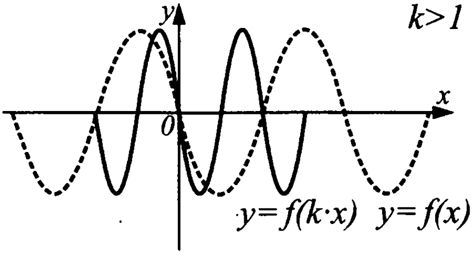


Рис. 7

График функции $y = f(kx)$, $0 < k < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в $\frac{1}{k}$ раз от оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 8).

График функции $y = f(x) + b$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вверх на число b при $b > 0$ и сдвигом вниз на число $(-b)$ при $b < 0$ (см. рис. 9).

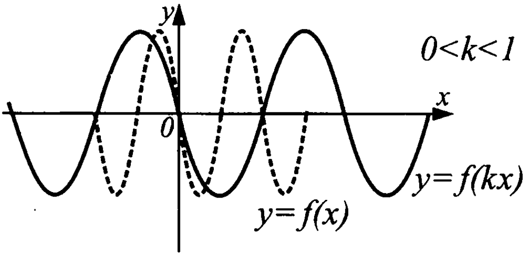


Рис. 8

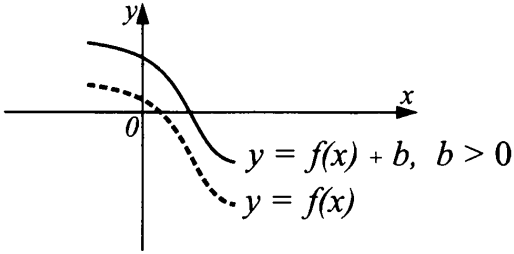


Рис. 9

График функции $y = f(x + a)$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вправо на число $-a$ при $a < 0$ и сдвигом влево на число a при $a > 0$ (см. рис. 10).

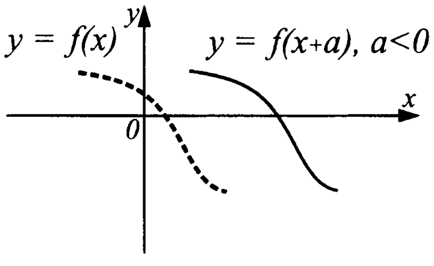


Рис. 10

График функции $y = |f(x)|$ (рис. 12, *а*) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 11) отражением относительно оси Ox части этого графика, лежащей ниже оси Ox.

График функции $y = f(|x|)$ (см. рис. 12, *б*) получен из графика функции $y = f(x)$ (рис. 11) объединением части этого графика, лежащей правее оси Oy, с её отражением относительно оси Oy и удалением части, лежащей левее оси Oy.

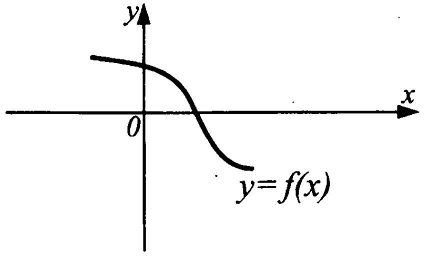


Рис. 11

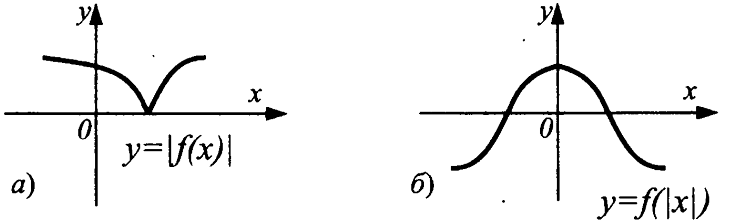


Рис. 12

§ 16. Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений

Многочленом n-й степени называется многочлен вида

$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n,$
где $a_0, a_1, \dots, a_n$ — заданные числа, $a_0 \neq 0$, $n \in N$,

a_0x^n — старший член многочлена $P_n(x)$,

n — степень многочлена,

a_n — свободный член многочлена.

Алгебраическим уравнением n-й степени называется уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$.

Если уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$

с целыми коэффициентами $a_0, a_1, \dots, a_n$, где $a_n \neq 0$, имеет целый корень, то этот корень является делителем числа a_n (свободного члена уравнения).

Основная теорема высшей алгебры. На множестве комплексных чисел любое алгебраическое уравнение имеет хотя бы один корень.

§ 17. Решение иррациональных уравнений и уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня.

К простейшим иррациональным уравнениям относятся уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = g(x)$ и $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.

Основные способы решения иррационального уравнения.

I. Переход к рациональному алгебраическому уравнению, которое либо равносильно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием.

1) По определению $\sqrt{f(x)} = a,\ f(x) = a^2$.

2) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ можно перейти к равносильной ему системе:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geqslant 0. \end{cases}$$

3) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ можно перейти к одной из равносильных ему систем:

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geqslant 0 \end{cases}$$

или

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geqslant 0. \end{cases}$$

Неравенство $g(x) \geqslant 0$ (или $f(x) \geqslant 0$) в этих системах выражает условие, при котором уравнение можно возводить в чётную степень, отсекает посторонние решения и позволяет обходиться без проверки.

II. Введение новой переменной.

Если в уравнении неоднократно встречается некоторое выражение, зависящее от неизвестной величины, то имеет смысл обозначить это выражение какой-нибудь новой переменной и попытаться решить уравнение сначала относительно введённой неизвестной, а затем уже найти исходную неизвестную.

Например, $af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0$. Обозначим $\sqrt{f(x)} = t$, тогда уравнение равносильно системе уравнений $\begin{cases} at^2 + bt + c = 0, \\ t \geqslant 0. \end{cases}$

III. Метод сведения к эквивалентным системам рациональных уравнений.

Уравнения вида $\sqrt{ax+b} \pm \sqrt{cx+d} = p$, где a, b, c, d — некоторые числа, часто удаётся решить при помощи введения двух вспомогательных неизвестных $y = \sqrt{ax+b}$ и $z = \sqrt{cx+d}$, где $y, z \geqslant 0$ и последующего перехода к эквивалентной системе рациональных уравнений. Полученное уравнение будет содержать две неизвестных, которые зависят одна от другой посредством старой переменной x. С помощью преобразований можно получить систему двух уравнений относительно двух неизвестных y и z.

IV. Использование свойства монотонности функций.

Если уравнение имеет вид

$$f(x) = 0,$$

где $f(x)$ возрастает (убывает), или

$$f(x) = g(x),$$

где $f(x)$ и $g(x)$ «встречно монотонны», то есть $f(x)$ возрастает, а $g(x)$ убывает или наоборот, то такое уравнение имеет не более одного корня. Если удаётся привести уравнение к такому виду и найти корень, то он и будет решением данного уравнения. Во многих случаях корень такого уравнения удобно находить подбором.

§ 18. Задания, содержащие параметр

Пусть дано уравнение вида $f(a, x) = g(a, x)$, где a, x — переменные величины.

Переменная a, которая при решении этого уравнения считается постоянной, называется **параметром**, а само уравнение — **уравнением, содержащим параметр**.

Решить уравнение (с переменной x и параметром a) — значит на множестве действительных чисел решить семейство уравнений, получаемых из данного при всех допустимых значениях параметра a.

Многие уравнения с параметром могут быть решены с помощью следующего алгоритма.

1) Определить ограничения, налагаемые на значения неизвестного x и параметра a, исходя из того, что функции $f(a, x)$ и $g(a, x)$ имеют смысл.

2) Определить формальные решения уравнения, записываемые без учёта ограничений. Если при решении возникают контрольные значения параметра, то их наносят на числовую ось Oa. Эти значения разбивают область допустимых значений параметра на подмножества. На каждом из подмножеств решают заданное уравнение.

3) Исключить те значения параметра, при которых формальные решения не удовлетворяют полученным ограничениям.

4) На числовую ось Oa добавить значения параметра, найденные в п.3). Для каждого из промежутков на оси Oa записать все полученные решения в зависимости от значений параметра a.

5) Записать ответ, то есть решения в зависимости от значений параметра a.

При решении заданий с параметрами часто встречаются задачи (или приводящие к ним) о расположении корней квадратного уравнения.

Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена ($x_1 < x_2$) $f(x) = ax^2 + bx + c$, у которого $D = b^2 - 4ac$, $a \neq 0$, $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ и даны некоторые точки A и B оси Ox.

Утверждение 1. Оба корня меньше числа A, то есть $x_1 < A$ и $x_2 < A$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \text{(см. рис. 13).}$$

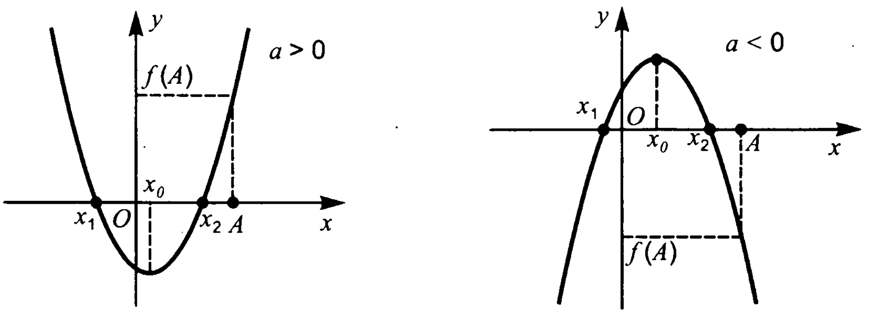


Рис. 13

Утверждение 2. Корни лежат по разные стороны от числа A, то есть $x_1 < A < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 3. Оба корня больше числа A, то есть $x_1 > A$ и $x_2 > A$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) < 0 \text{ (см. рис. 14).} \end{cases}$$

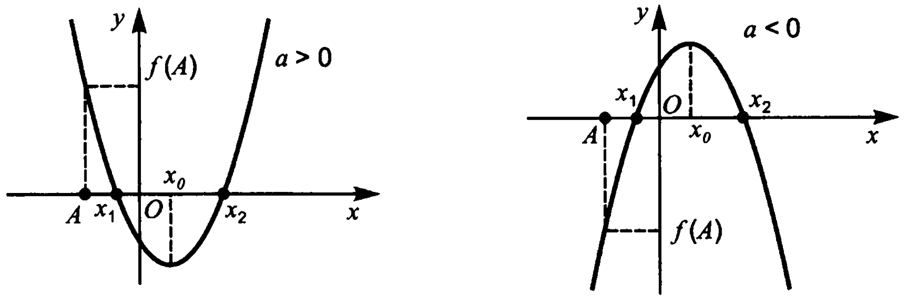


Рис. 14

Утверждение 4. Оба корня лежат между точками A и B, то есть $A < x_1 < B$ и $A < x_2 < B$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \text{ (см. рис. 15).} \end{cases}$$

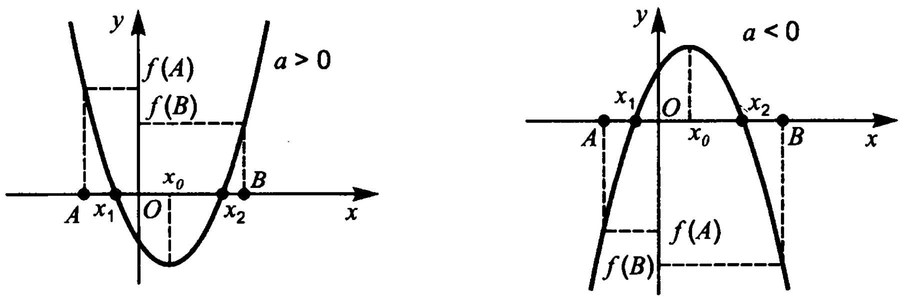


Рис. 15

Утверждение 5. Корни лежат по разные стороны от отрезка $[A; B]$, то есть $x_1 < A < B < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases}$$ (см. рис. 16).

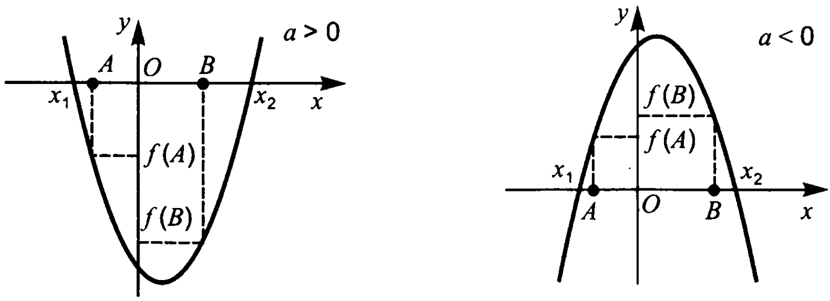


Рис. 16

§ 19. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики.

Множество (совокупность элементов) называется занумерованным, если каждому элементу этого множества сопоставлено своё натуральное число (номер) от 1 до n. Для краткости занумерованные множества также будут называться далее **наборами**.

Число перестановок. Отличающиеся друг от друга порядком наборы, составленные из всех элементов данного конечного множества, называются **перестановками** этого множества.

Число всех перестановок множества из n элементов обозначается P_n и определяется по формуле $P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Число размещений. Упорядоченные наборы, состоящие из k различных элементов, выбранных из данных n элементов, называются размещениями из n элементов по k. Размещения могут отличаться друг от друга как элементами, так и порядком.

Число всех размещений из n элементов по k обозначается A_n^k и определяется по формуле

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Число сочетаний. Неупорядоченные наборы, состоящие из k элементов, взятых из данных n элементов, называются сочетаниями из n элементов по k. Сочетания отличаются друг от друга только элементами.

Число сочетаний из n элементов по k обозначается C_n^k и определяется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Случайные события и их вероятности.

Опытом, или испытанием, называют всякое осуществление комплекса условий или действий, при которых наблюдается соответствующее явление. Возможный результат опыта называют **событием**.

Случайным называется событие, которое в данном опыте может произойти, а может и не произойти.

Событие называют **достоверным** в данном опыте, если оно обязательно произойдёт в этом опыте. Событие называется **невозможным** в данном опыте, если оно в этом опыте произойти не может.

Два события называются **совместными** в данном опыте, если появление одного из них не исключает появления другого в этом опыте, и **несовместными**, если они не могут произойти вместе при одном и том же испытании.

Два события называются **противоположными**, если появление одного из них равносильно непоявлению другого.

События считают **равновозможными**, если нет оснований полагать, что одно событие является более возможным, чем другие.

Суммой, или **объединением**, двух событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Сумма двух событий A и B обозначается $A+B$. Аналогично определяется и обозначается сумма n событий

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = A_1 + A_2 + \ldots + A_n.$$

Эта сумма означает событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из них.

Произведением, или **пересечением**, двух событий называется событие, состоящее в одновременном их появлении. Произведение двух событий A и B обозначается через AB. Произведение n событий

$$\prod_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n$$

означает событие, состоящее в появлении всех событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

Разностью событий A и B называется событие C, которое означает, что наступает событие A и не происходит событие B. Разность событий принято обозначать $A - B$.

Если при каждом осуществлении комплекса условий, при котором происходит событие A, происходит и событие B, то говорят, что A влечёт за собой B, или A является частным случаем B, и обозначается $A \subset B$. Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то говорят, что A и B равносильны: $A \equiv B$.

Вероятность события.

Классическое определение вероятности. **Вероятность события** A определяется формулой

$$P(A) = m/n,$$

где n — число всех равновозможных элементарных исходов опыта, m — число элементарных исходов, благоприятствующих событию A.

Статистическое определение вероятности. Относительная частота события A (или просто частота) определяется формулой

$$W(A) = m/n,$$

где m — число опытов, в которых появилось событие A, n — число всех проведенных опытов.

Вероятность $P(C)$ наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей:

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность $P(\bar{A})$ противоположного события $\bar{A}$ событию A:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Элементы статистики.

Математическая статистика — наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов.

Мода — значение признака, имеющее наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.

Среднее арифметическое (или просто среднее) набора чисел — это сумма всех чисел в этом наборе, делённая на их количество.

Медиана — это такое значение признака, которое разделяет ранжированный (упорядоченный) ряд распределения на две равные части. Для нахождения медианы нужно отыскать значение признака, которое находится на середине упорядоченного ряда.

§ 20. Геометрия

Параллельные прямые.

Свойства и признаки параллельных прямых.

1. **Аксиома параллельных.** Через данную точку можно провести не более одной прямой, параллельной данной.

2. Если две прямые параллельны одной и той же прямой, то они параллельны между собой.

3. Две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны.

4. Если две параллельные прямые пересечь третьей, то образованные при этом внутренние накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны, односторонние углы в сумме составляют 180°.

5. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные внутренние накрест лежащие углы, то прямые параллельны.

6. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные соответственные углы, то прямые параллельны.

7. Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

Теорема Фалеса.

Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую сторону угла, то на второй стороне угла отложатся также равные отрезки.

Теорема о пропорциональных отрезках.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, высекают на них пропорциональные отрезки.

Треугольник.

Признаки равенства треугольников.

1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то треугольники равны.

2. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то треугольники равны.

3. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то треугольники равны.

Признаки равенства прямоугольных треугольников.

1. По двум катетам.
2. По катету и гипотенузе.
3. По гипотенузе и острому углу.
4. По катету и острому углу.

Теорема о сумме углов треугольника и следствия из неё.

1. Сумма углов треугольника равна $180°$.

2. Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

3. Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180°(n-2)$.

4. Углы со взаимно перпендикулярными сторонами равны, если они оба острые или оба тупые (на рис. 17 $\angle 1 = \angle 2$).

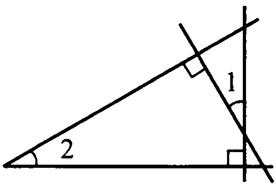


Рис. 17

5. Угол между биссектрисами смежных углов равен $90°$.

6. Биссектрисы внутренних односторонних углов при параллельных прямых и секущей перпендикулярны (на рис. 18 прямые $a \parallel b$, $m \perp n$).

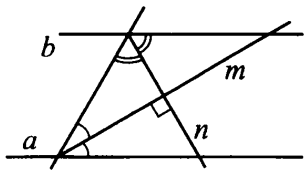


Рис. 18

Основные свойства и признаки равнобедренного треугольника.

1. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

2. Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.

3. В равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведённые к основанию, совпадают.

4. Если в треугольнике совпадает любая пара отрезков из тройки: медиана, биссектриса, высота, то он является равнобедренным.

Неравенство треугольника и следствия из него.

1. Сумма двух сторон треугольника больше третьей стороны.

2. Сумма звеньев ломаной больше отрезка, соединяющего начало первого звена с концом последнего.

3. Против большего угла треугольника лежит бóльшая сторона.

4. Против большей стороны треугольника лежит больший угол.

5. Гипотенуза прямоугольного треугольника больше катета.

6. Если из одной точки проведены к прямой перпендикуляр и наклонные, то

1) перпендикуляр короче наклонных;

2) большей наклонной соответствует бóльшая проекция и наоборот.

Средняя линия треугольника.

Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется средней линией треугольника.

Теорема о средней линии треугольника. Средняя линия треугольника параллельна стороне треугольника и равна её половине.

Теоремы о медианах треугольника.

1. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины.

2. Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.

3. Медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Свойство серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.

Теорема о высотах треугольника.

Прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.

Теорема о биссектрисах треугольника.

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.

Свойство биссектрисы треугольника.

Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам (на рис. 19 выполняется $\frac{AK}{AB} = \frac{KC}{BC}$).

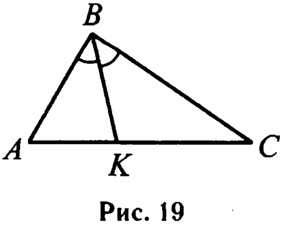


Рис. 19

Признаки подобия треугольников.

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то треугольники подобны.

2. Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы, заключённые между этими сторонами, равны, то треугольники подобны.

3. Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого, то треугольники подобны.

Площади подобных треугольников.

1. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

2. Если два треугольника имеют равные углы, то их площади относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.

Прямоугольный треугольник.

1. В прямоугольном треугольнике (см. рис. 20) тригонометрические функции задаются следующим образом:

$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB}$, $\cos\angle A = \dfrac{AC}{AB}$, $\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BC}{AC}$.

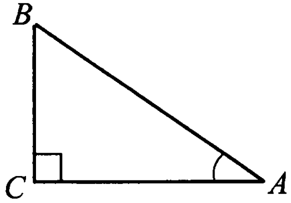


Рис. 20

2. Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего или на косинус прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 20, $BC = AB \cdot \sin\angle A$, $BC = AB \cdot \cos\angle B$).

3. Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего или котангенс прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 20, $BC = AC \cdot \operatorname{tg}\angle A$, $BC = AC \cdot \operatorname{ctg}\angle B$).

4. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в $30°$, равен половине гипотенузы.

5. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, противолежащий этому катету, равен $30°$.

6. $R = \dfrac{c}{2}$; $r = \dfrac{a+b-c}{2} = p - c$, где a, b — катеты, а c — гипотенуза прямоугольного треугольника; r и R — радиусы вписанной и описанной окружности соответственно.

Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора.

1. Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов.

2. Если квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон, то треугольник — прямоугольный.

Средние пропорциональные в прямоугольном треугольнике.

Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу, а каждый катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и своей проекции на гипотенузу.

Метрические соотношения в треугольнике.

1. **Теорема синусов** (см. рис. 21).

$$\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C} = 2R.$$

2. **Теорема косинусов** (см. рис. 21).

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos\angle A.$$

3. **Следствие из теоремы косинусов.** Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

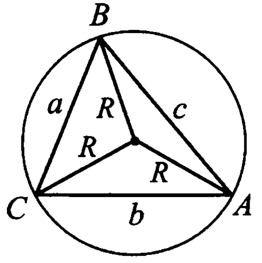


Рис. 21

Формулы площади треугольника.

Пусть дан треугольник (см. рис. 22), r и R — радиусы его вписанной и описанной окружностей (соответственно), $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ — полупериметр.

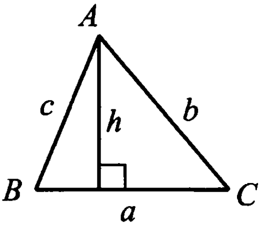


Рис. 22

1. $S = \frac{1}{2}ah$. **2.** $S = \frac{1}{2}ab\cdot\sin\angle C$.

3. $S = pr$. **4.** $S = \dfrac{abc}{4R}$.

5. Формула Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Элементы равностороннего треугольника. Пусть h, S, r, R — высота, площадь, радиусы вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника со стороной a. Тогда

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2};\qquad r = \frac{a\sqrt{3}}{6};\qquad R = \frac{a\sqrt{3}}{3};\qquad R = 2r;\qquad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Параллелограмм.

Параллелограммом называется четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Свойства и признаки параллелограмма.

1. Диагональ разбивает параллелограмм на два равных треугольника.
2. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.

3. Противоположные углы параллелограмма попарно равны.

4. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

5. Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

6. Если две противоположные стороны четырёхугольника равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

7. Если диагонали четырёхугольника делятся точкой пересечения пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Свойство середин сторон четырёхугольника.

Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, площадь которого равна половине площади четырёхугольника.

Прямоугольник.

Прямоугольником называется параллелограмм с прямым углом.

Свойства и признаки прямоугольника.

1. Диагонали прямоугольника равны.

2. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Квадрат.

Квадратом называется прямоугольник, все стороны которого равны.

Ромб.

Ромбом называется четырёхугольник, все стороны которого равны.

Свойства и признаки ромба.

1. Диагонали ромба перпендикулярны.

2. Диагонали ромба делят его углы пополам.

3. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.

4. Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.

Трапеция.

Трапецией называется четырёхугольник, у которого только две противоположные стороны (основания) параллельны. Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины непараллельных сторон (боковых сторон).

1. **Теорема о средней линии трапеции.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности её оснований.

Замечательное свойство трапеции.

Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

Равнобедренная трапеция.

Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

Свойства и признаки равнобедренной трапеции.

1. Углы при основании равнобедренной трапеции равны.
2. Диагонали равнобедренной трапеции равны.
3. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.
4. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.
5. Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали — полусумме оснований.

Формулы площади четырёхугольника.

1. Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.
2. Площадь параллелограмма равна произведению его соседних сторон на синус угла между ними.
3. Площадь прямоугольника равна произведению двух его соседних сторон.
4. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.
5. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
6. Площадь четырёхугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.
7. Формула Герона для четырёхугольника, около которого можно описать окружность:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

где a, b, c, d — стороны этого четырёхугольника, p — полупериметр, а S — площадь.

Подобные фигуры.

1. Отношение соответствующих линейных элементов подобных фигур равно коэффициенту подобия.

2. Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия.

Правильный многоугольник.

Пусть a_n — сторона правильного n-угольника, а r_n и R_n — радиусы вписанной и описанной окружностей. Тогда:

$$a_n = 2R_n \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}; \quad a_n = 2\operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \cdot r_n; \quad r_n = R_n \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}.$$

Окружность.

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, удалённых от данной точки, называемой центром окружности, на одно и то же положительное расстояние.

Основные свойства окружности.

1. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит хорду и стягиваемые ею дуги пополам.

2. Диаметр, проходящий через середину хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен этой хорде.

3. Серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности.

4. Равные хорды удалены от центра окружности на равные расстояния.

5. Хорды окружности, удалённые от центра на равные расстояния, равны.

6. Окружность симметрична относительно любого своего диаметра.

7. Дуги окружности, заключённые между параллельными хордами, равны.

8. Из двух хорд больше та, которая менее удалена от центра.

9. Диаметр есть наибольшая хорда окружности.

Замечательные свойства окружности.

1. Геометрическое место точек M, из которых отрезок AB виден под прямым углом ($\angle AMB = 90^\circ$), есть окружность с диаметром AB без точек A и B.

2. Геометрическое место точек M, из которых отрезок AB виден под острым углом ($\angle AMB < 90^\circ$), есть внешность круга с диаметром AB без точек прямой AB.

3. Геометрическое место точек M, из которых отрезок AB виден под тупым углом ($\angle AMB > 90^\circ$), есть внутренность круга с диаметром AB без точек отрезка AB.

4. Геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом, есть две дуги равных окружностей (без концов этих дуг).

Касательная к окружности.

Прямая, имеющая с окружностью единственную общую точку, называется касательной к окружности.

1. Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

2. Если прямая a, проходящая через точку на окружности, перпендикулярна радиусу, проведённому в эту точку, то прямая a — касательная к окружности.

3. Если прямые, проходящие через точку M, касаются окружности в точках A и B, то $MA = MB$ и $\angle AMO = \angle BMO$, где точка O — центр окружности (см. рис. 23).

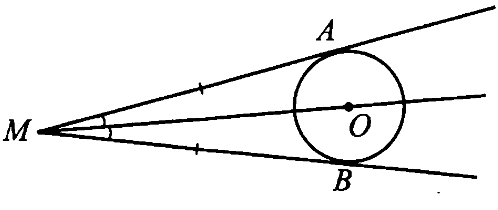


Рис. 23

4. Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла.

Касающиеся окружности.

Говорят, что две окружности касаются, если они имеют единственную общую точку (точку касания).

1. Точка касания двух окружностей лежит на их линии центров.

2. Окружности радиусов r и R с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом тогда и только тогда, когда $R + r = O_1O_2$.

3. Окружности радиусов r и R ($r < R$) с центрами O_1 и O_2 касаются внутренним образом тогда и только тогда, когда $R - r = O_1O_2$.

4. Окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K (см. рис. 24). Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B и пересекается с общей касательной, проходящей через точку K, в точке C. Тогда $\angle AKB = 90°$ и $\angle O_1CO_2 = 90°$.

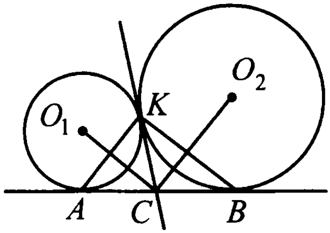


Рис. 24

5. Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен отрезку общей внутренней касательной, заключённому между общими внешними. Оба эти отрезка равны $2\sqrt{Rr}$ (см. рис. 25: $AC = BD = MN = 2\sqrt{Rr}$).

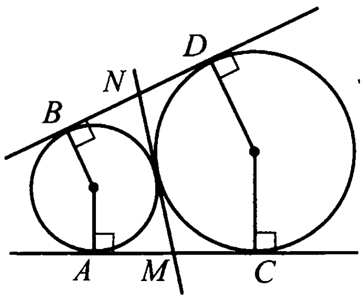


Рис. 25

Углы, связанные с окружностью.

1. Величина дуги окружности равна величине центрального угла, на неё опирающегося.

2. Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

3. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

4. Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами (см. рис. 26: $\angle ANC = \dfrac{\smile AC + \smile BD}{2}$).

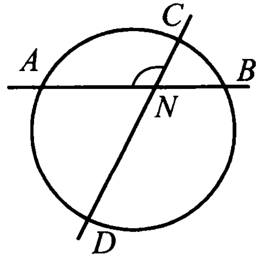


Рис. 26

5. Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности (см. рис. 27: $\angle ABC = \frac{\smile AC - \smile DE}{2}$).

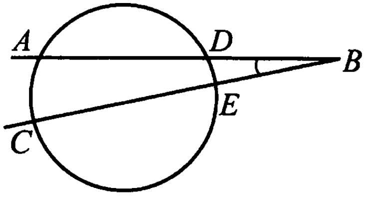


Рис. 27

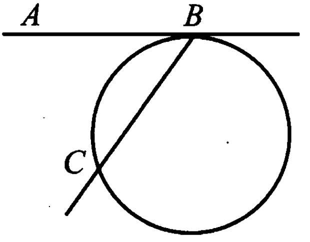


Рис. 28

6. Угол между касательной и хордой, проведённой из точки касания, равен половине угловой величины дуги, высекаемой на окружности этой хордой (см. рис. 28: $\angle ABC = \frac{1}{2}\smile BC$).

Свойства хорд окружности.

1. Линия центров двух пересекающихся окружностей перпендикулярна их общей хорде.

2. Произведения длин отрезков хорд AB и CD окружности, пересекающихся в точке E, равны, то есть $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ (см. рис. 29).

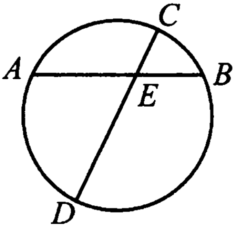


Рис. 29

Вписанные и описанные окружности.

1. Центры вписанной и описанной окружностей правильного треугольника совпадают.

2. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, — это середина гипотенузы.

3. Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.

4. Если четырёхугольник можно вписать в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180°.

5. Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180°, то около него можно описать окружность.

6. Если в трапецию можно вписать окружность, то боковая сторона трапеции видна из центра окружности под прямым углом.

7. Если в трапецию можно вписать окружность, то радиус окружности есть среднее пропорциональное отрезков, на которые точка касания делит боковую сторону.

8. Если в многоугольник можно вписать окружность, то его площадь равна произведению полупериметра многоугольника на радиус этой окружности.

Теорема о касательной и секущей и следствие из неё.

1. Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной (см. рис. 30: $AB^2 = AD \cdot AC$).

2. Произведение всей секущей на её внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.

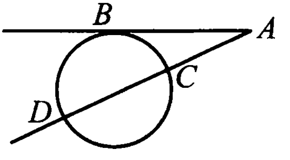


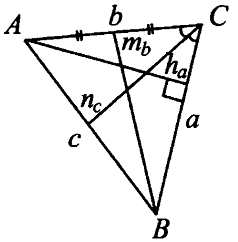
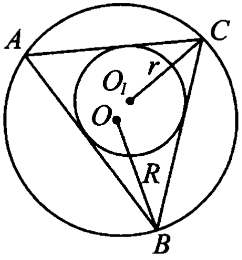
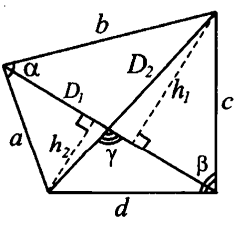
Рис. 30

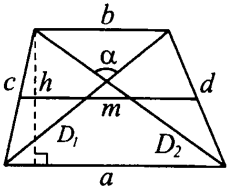
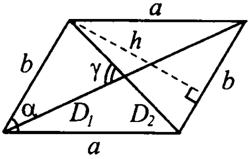
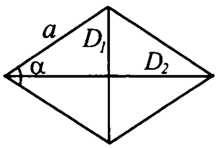
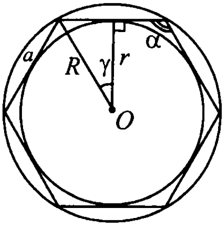
Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$.

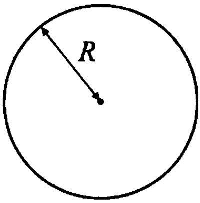
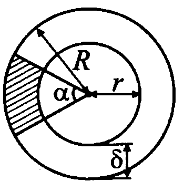
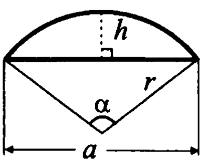
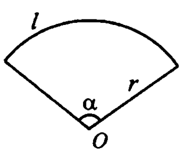
Площадь круга радиуса R равна πR^2.

Основные формулы

Далее S — площадь фигуры, P — периметр, p — полупериметр.

Чертежи	Обозначения	Формулы
Треугольник  	a, b, c — стороны; A, B, C — противолежащие им углы; h_a, h_b, h_c — высоты, проведённые к соответствующим сторонам; n_a, n_b, n_c — биссектрисы, проведённые к соответствующим сторонам; b_a и b_c — отрезки, на которые делится биссектрисой сторона b; m_a, m_b, m_c — медианы, проведённые к соответствующим сторонам; $\mu = \dfrac{(m_a+m_b+m_c)}{2}$ — полусумма медиан; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности.	$h_b = \dfrac{2S}{b}$ $m_b = \dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$ $n_b = \dfrac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)}$ $n_b = \sqrt{ac - b_a b_c}$ $S = \dfrac{1}{2}ah_a = \dfrac{1}{2}ab\sin C$ $S = \dfrac{a^2\sin B\sin C}{2\sin A}$ $S = 2R^2\sin A\sin B\sin C$ $S = r^2\operatorname{ctg}\dfrac{A}{2}\operatorname{ctg}\dfrac{B}{2}\operatorname{ctg}\dfrac{C}{2}$ $S = pr = \dfrac{abc}{4R}$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S = \dfrac{4}{3}\sqrt{\mu}\times$ $\times\sqrt{(\mu-m_a)(\mu-m_b)(\mu-m_c)}$
Четырёхугольник 	a, b, c, d — стороны; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями; h_1, h_2 — длины перпендикуляров, опущенных на диагональ D_1; α, β — два противолежащих угла четырёхугольника.	$S = \dfrac{h_1+h_2}{2}D_1$ $S = \dfrac{1}{2}D_1D_2\sin\gamma$ $S = \dfrac{1}{2}(ab\sin\alpha + cd\sin\beta)$ $D_1^2 + D_2^2 = a^2+b^2+c^2+d^2$

Чертежи	Обозначения	Формулы
Трапеция  	a, b — основания; c, d — боковые стороны; D_1, D_2 — диагонали; α — угол между диагоналями; m — средняя линия; h — высота.	$m = \frac{1}{2}(a+b)$ $P = 2m + c + d$ $S = \frac{1}{2}(a+b)h = mh$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin\alpha$
Параллелограмм  	a, b — стороны; h — расстояние между сторонами b (высота); α — угол параллелограмма; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями.	$S = bh$ $S = ab\sin\alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin\gamma$
Ромб  	a — сторона; α — угол ромба; D_1, D_2 — диагонали.	$S = a^2 \sin\alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2$
Правильный многоугольник  	n — число сторон; a — сторона; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности; $\alpha = 180° - 2\gamma$ — угол многоугольника $\left(\gamma = \frac{180°}{n}\right)$.	$a = 2\sqrt{R^2 - r^2}$ $P = na$ $P = 2nR\sin\gamma = 2nr\,\mathrm{tg}\,\gamma$ $S = \frac{1}{4}na^2\,\mathrm{ctg}\,\gamma$ $S = nr^2\,\mathrm{tg}\,\gamma$ $S = \frac{1}{2}nR^2 \sin 2\gamma$ $S = \frac{1}{2}nar$

Чертежи	Обозначения	Формулы
Круг 	R — радиус; l — длина окружности.	$S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$
Кольцо 	r — внутренний радиус; R — наружный радиус; d — внутренний диаметр; D — наружный диаметр; $\varrho = \frac{r+R}{2}$ — средний радиус; $\delta = R - r$ — ширина кольца; α — центральный угол части кольца (в градусах).	$S = \pi(R^2 - r^2)$ $S = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$ $S = 2\pi\rho\delta$ Площадь части кольца $S = \frac{\pi\alpha}{360}(R^2 - r^2)$ $S = \frac{\pi\alpha}{90}(D^2 - d^2)$ $S = \frac{\pi\alpha}{180}\rho\delta$
Сегмент 	r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \frac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги; a — длина хорды; h — высота.	$P = l + a$ $S = \frac{1}{2}r^2\left(\frac{\pi\alpha}{180} - \sin\alpha\right)$ $S = \frac{r(l-a)+ah}{2}$
Сектор 	r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \frac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги.	$P = l + 2r$ $S = \frac{lr}{2}$ $S = \frac{\pi r^2\alpha}{360}$

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй — 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных и одно задание на соотнесение.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в экзаменационной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать на отдельном листе.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Глава I. Учебно-тренировочные тесты

Вариант № 1

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{0{,}7 \cdot 3{,}6}{0{,}9}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 1 показан график зависимости объёма опары для дрожжевого теста от времени. По горизонтальной оси откладывается время в часах, по вертикальной — объём в см^3. Опара готова, когда она увеличится в объёме хотя бы в 2,5 раза. Через какое наименьшее время опара будет готова? (Ответ дайте в часах.)

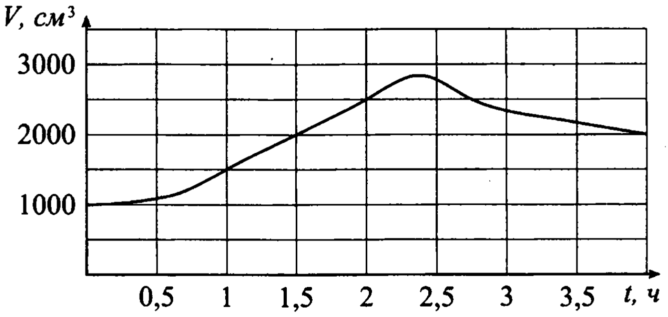


Рис. 1

Ответ: ________________.

3. Билет на экскурсию стоит 200 руб. Учащимся предоставляется скидка 25%. Сколько рублей нужно заплатить за экскурсию группе из 3-х взрослых и 15-ти учащихся?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечено число b (см. рис. 2).

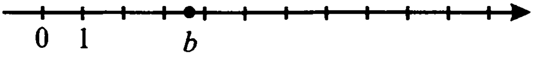


Рис. 2

Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

1) $b+7<0$ 2) $10-b<0$ 3) $b-2>0$ 4) $b-4>0$

5. Укажите наибольшее из чисел.

1) $2\sqrt{5}$ 2) $4\sqrt{3}$ 3) $\sqrt{32}$ 4) $2\sqrt{7}$

6. Найдите длину солнечной тени от здания высотой 16 м, если солнечная тень от человека ростом 1 м 80 см равна 2 м 70 см (см. рис. 3).

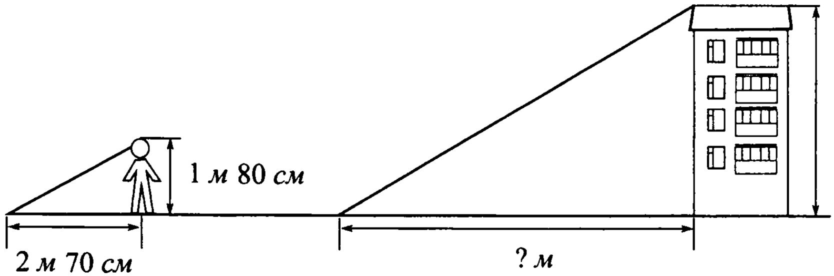


Рис. 3

Ответ: __________________.

7. Решите уравнение $12x - 5 = 3 + 5(6x - 7)$.

Ответ: __________________.

8. В окружность с центром O вписан равносторонний треугольник (см. рис. 4). Найдите градусную меру угла AOB.

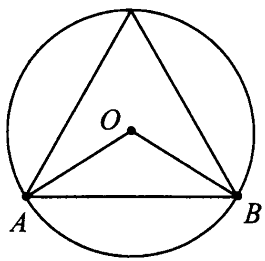


Рис. 4

Ответ: __________________.

9. Упростите выражение $\frac{6x^2y^2}{x+y} \cdot \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}\right)$ и найдите его значение при $x = \sqrt{7} + 2, y = \sqrt{7}$.

Ответ: __________________.

10. На рисунке 5 показана круговая диаграмма, отражающая процентное соотношение книг по жанрам в некотором магазине.

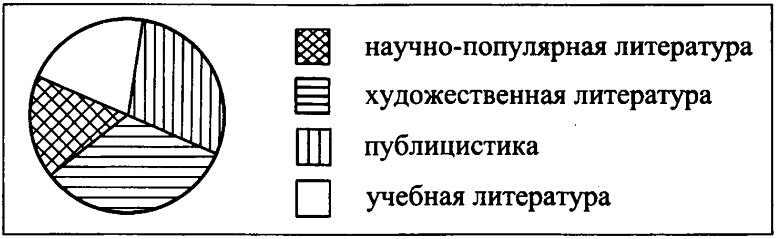


Рис. 5

Сколько примерно экземпляров учебной литературы в этом магазине, если всего в нём 2400 книг?

1) менее 600 2) около 700 3) около 1200 4) более 1300

11. В закрытой коробке лежат 10 карандашей: 3 красных, 4 синих и 3 зелёных. Найдите вероятность того, что случайно вынутый из коробки карандаш окажется синего цвета.

Ответ: ________________.

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 6).

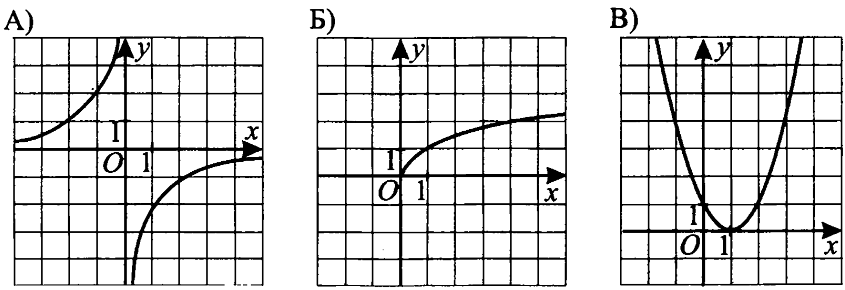


Рис. 6

1) $y = -\dfrac{2}{x}$ 2) $y = \dfrac{2}{x}$ 3) $y = x^2 - 2x + 1$ 4) $y = \sqrt{x}$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана арифметическая прогрессия 1, 7, 13, … . Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 7.

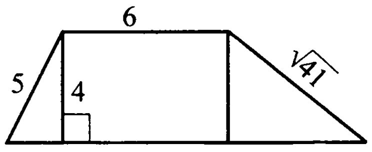


Рис. 7

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Сумма соответственных углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей, равна 180°.

2) Сходственные стороны подобных треугольников пропорциональны.

3) Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

4) Синус острого угла прямоугольного треугольника равен единице.

5) Диагонали прямоугольника равны.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 8 изображены графики функций $y = -x^2 + 2$ и $y = -x$. Вычислите координаты точки A.

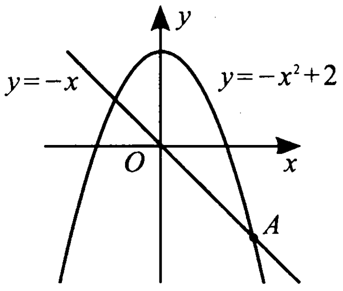


Рис. 8

17. Из теоремы синусов $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$ выразите синус угла α.

18. Решите неравенство $36x^2 - 81 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{56^{n+1}}{2^{3n+2} \cdot 7^{n+1}}$.

20. Докажите, что середины сторон выпуклого четырёхугольника являются вершинами некоторого параллелограмма (см. рис. 9).

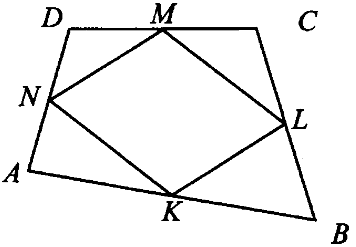


Рис. 9

21. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 25 км, спортсмен во время тренировки планировал добраться за определённое время. Пройдя 5 км, он сделал остановку на 30 минут, а затем, увеличив скорость на 2 км/ч, продолжил движение и прибыл в пункт B вовремя. Определите начальную скорость туриста (в км/ч).

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 25x^2 + 144}{(x+3)(x-4)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Дана равнобедренная трапеция с острым углом 60° и бо́льшим основанием, равным 24. Прямая, проходящая через вершину острого угла и центр вписанной окружности, делит трапецию на четырёхугольник и треугольник. Найдите площадь полученного треугольника.

Вариант № 2

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{0{,}6 \cdot 1{,}4}{2{,}1}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 10 показан график зависимости высоты пирога от времени его нахождения в духовке. По горизонтальной оси откладывается время в часах, по вертикальной — высота в см. Пока пирог не поднимется хотя бы в 1,5 раза, духовку открывать нельзя. Определите по графику, через какое минимальное время можно будет открыть духовку (ответ дайте в часах).

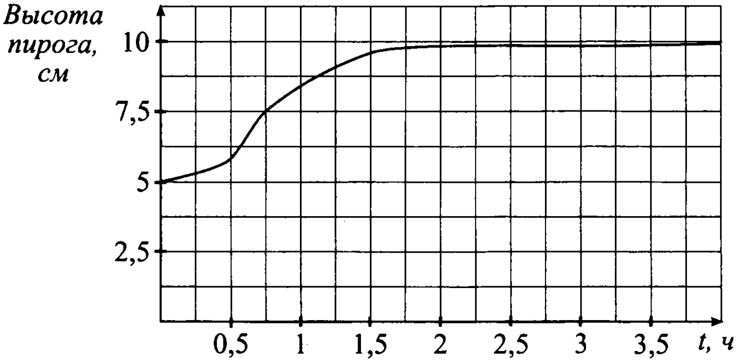


Рис. 10

Ответ: ________________.

3. Билет в музей стоит 50 рублей. Учащимся предоставляется скидка 12%. Сколько рублей стоит поход в музей для 2-х взрослых и 19-ти учащихся?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечено число a (см. рис. 11).

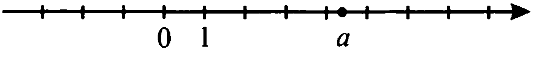


Рис. 11

Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

1) $5 - a > 0$ 2) $3 - a > 0$ 3) $a - 3 < 0$ 4) $7 - a < 0$

5. Укажите наибольшее из чисел.

1) 9 2) $\sqrt{53}$ 3) $7\sqrt{2}$ 4) $4\sqrt{3}$

6. Найдите высоту здания (в метрах), если длина солнечной тени которого равна 27 м, а солнечная тень человека ростом 1 м 60 см равна 2 м 40 см (см. рис. 12).

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $3 - 35x = 20 - 2(1 + 15x)$.

Ответ: ________________.

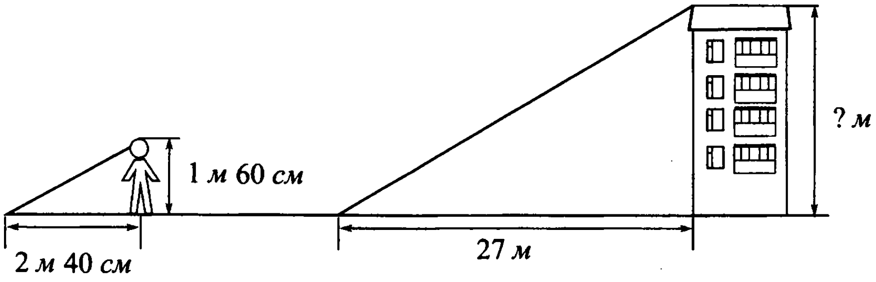


Рис. 12

8. Вершины A, B, C четырёхугольника $OABC$ расположены на окружности с центром в точке O, причём $\angle AOC = 90^\circ$ (см. рис. 13). Найдите величину (в градусах) угла ABC.

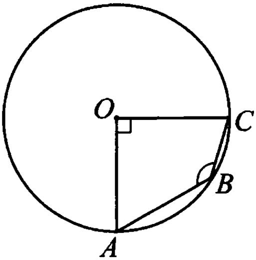


Рис. 13

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \frac{(x+y)^2}{xy}$ и найдите его значение при $x = 1 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$.

Ответ: ________________.

10. Результаты районной контрольной работы по алгебре в 10-х классах представлены в виде круговой диаграммы (см. рис. 14).

Сколько примерно учащихся получили отметку «4» и «5», если всего в 10-х классах района 360 учащихся?

1) более 200 2) около 300 3) около 150 4) менее 60

11. В коробке 24 разноцветные ленты: 5 белых, 12 красных и 7 синих. Найдите вероятность того, что наугад выбранная из этой коробки лента окажется красного цвета.

Ответ: ________________.

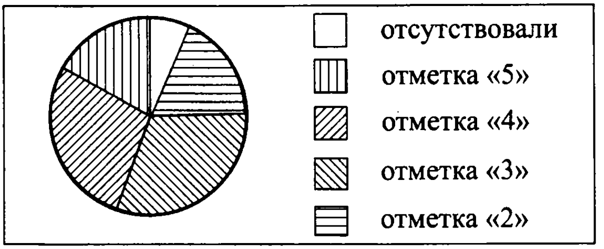


Рис. 14

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 15).

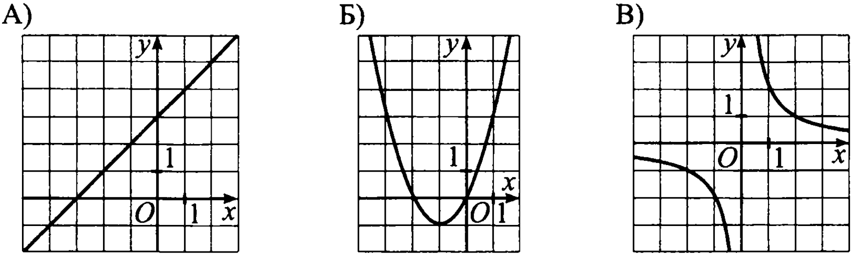


Рис. 15

1) $y = x^2 + 2x$ 2) $y = \dfrac{2}{x}$ 3) $y = -\dfrac{x}{4}$ 4) $y = x + 3$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана геометрическая прогрессия $4,\ 2,\ 1\ \ldots$. Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 16.

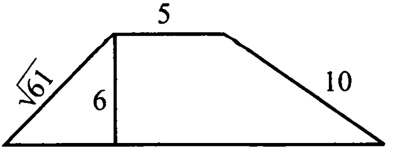


Рис. 16

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Сумма противоположных углов вписанного четырёхугольника равна 180°.

2) Сходственные стороны подобных треугольников равны.

3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

4) Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению катета, противолежащего этому углу, к гипотенузе.

5) Диагонали ромба пересекаются под прямым углом.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 17 изображены графики функций $y = 2x$, $y = -x^2 + 3$. Найдите координаты точки A.

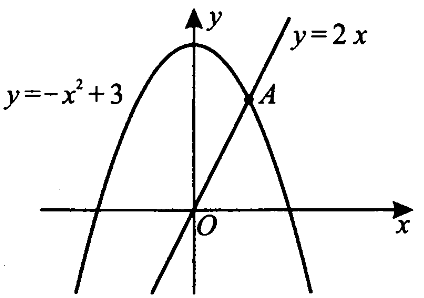


Рис. 17

Ответ: ________________.

17. Из формулы площади треугольника $S = \frac{1}{2}ab\sin\angle C$ выразите сторону a.

18. Решите неравенство $100x^2 - 9 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{54^{n+1}}{2^{n-1} \cdot 3^{3n+1}}$.

20. Докажите, что в правильном шестиугольнике $ABCDEF$ диагональ AD в 2 раза больше стороны AB (см. рис. 18).

21. Мотоциклист планировал проехать расстояние 120 км за определённое время. Проехав 64 км, он был вынужден остановиться у закрытого

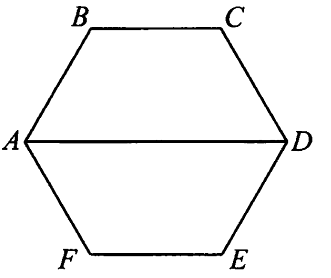


Рис. 18

шлагбаума на 10 мин. Продолжив движение, он увеличил скорость на 8 км/ч и прибыл в конечный пункт в запланированное время. Найдите, с какой скоростью двигался мотоциклист до остановки у шлагбаума.

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 41x^2 + 400}{(x+5)(x-4)}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Найдите площадь круга, вписанного в равнобедренную трапецию с бóльшим основанием, равным 18, и острым углом 60°.

Вариант № 3

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{0{,}7 \cdot 2{,}2}{2{,}8}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 19 показано, как изменялась температура воздуха в деревне Васильково на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры за этот период. Ответ укажите в градусах Цельсия.

Ответ: ________________.

3. Стоимость полного билета на выставку составляет 210 рублей. Школьникам предоставляется скидка в размере 40%. Сколько рублей придётся заплатить группе, состоящей из двух взрослых и семерых школьников?

Ответ: ________________.

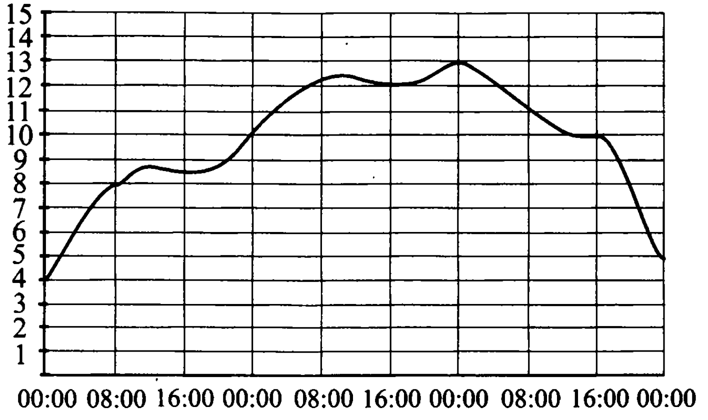


Рис. 19

4. На координатной прямой отмечено число a (см. рис. 20). Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

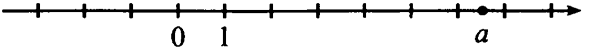


Рис. 20

1) $a-8>0$ 2) $7-a>0$ 3) $a-5<0$ 4) $6-a=0$

5. Укажите наименьшее из чисел.

1) 7 2) $\sqrt{39}$ 3) $2\sqrt{19}$ 4) $3\sqrt{5}$

6. Проектор полностью освещает экран A высотой 1 м, расположенный на расстоянии 2 м от проектора (см. рис. 21). Какой наибольшей высоты (в метрах) может быть экран B, чтобы его можно было расположить на расстоянии 5 м от проектора и он был полностью освещён, если экран A расположен на наименьшем возможном расстоянии от проектора, таком, что он полностью освещён? Настройки проектора не меняются.

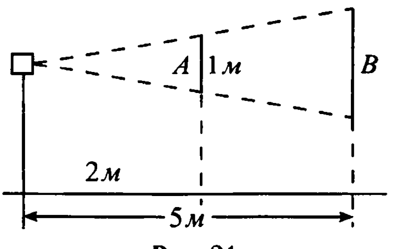


Рис. 21

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $19x + 16 = 23(x - 2) + 26$.

Ответ: ________________.

8. Вершины A, B, C четырёхугольника $OABC$ расположены на окружности с центром в точке O, причём $\angle ABC = 130°$ (см. рис. 22). Найдите величину (в градусах) угла AOC.

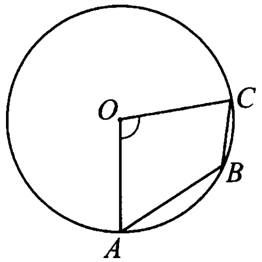


Рис. 22

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ и найдите его значение при $a = 3 + \sqrt{7}$, $b = 9 - \sqrt{7}$.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 23) представлено процентное соотношение различных компонентов в 80 килограммах пятикомпонентного сплава.

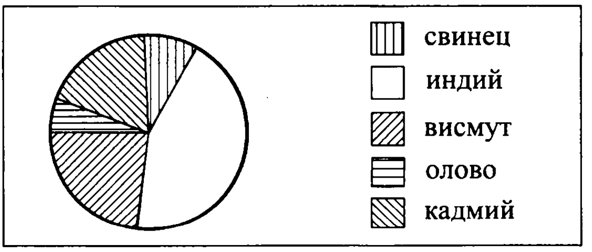


Рис. 23

Сколько примерно килограммов свинца в этом сплаве?

1) более 50 2) около 40 3) около 30 4) менее 20

11. В магазине с системой самообслуживания на витрине лежат 30 пирожков, из них 9 — с сыром, 3 — с мясом, а остальные — с печенью. Алексей наудачу взял один пирожок. Какова вероятность того, что выбранный им пирожок оказался с печенью?

Ответ: ________________.

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 24).

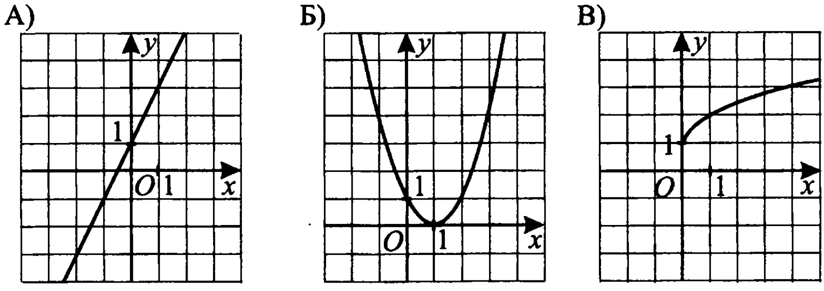


Рис. 24

1) $y = x^2 + 1$ 2) $y = \sqrt{x} + 1$ 3) $y = (x - 1)^2$ 4) $y = 2x + 1$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана геометрическая прогрессия 2, 6, 18, $\ldots$. Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 25.

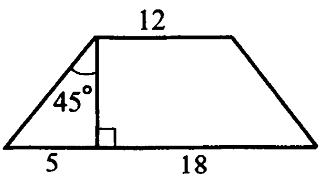


Рис. 25

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Диагонали ромба пересекаются под углом 90°.

2) Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке.

3) Любые две прямые имеют не менее одной общей точки.

4) Площадь трапеции равна произведению высоты на сумму оснований.

5) Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к противолежащему.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 26 изображены графики функций $y = x^2 + 2x - 3$ и $y = 2x + 1$. Вычислите координаты точки A.

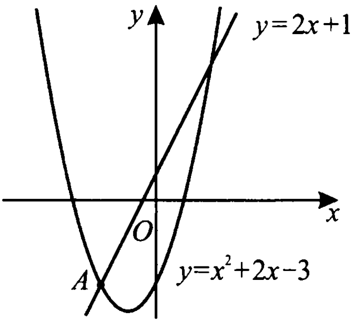


Рис. 26

Ответ: ________________.

17. Из формулы площади трапеции $S = \frac{1}{2}(a + b)h$ выразите h.

18. Решите неравенство $7x^2 - 343 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{28^{2n-1}}{2^{4n-2} \cdot 7^{2n-2}}$.

20. На сторонах AB и CD прямоугольника $ABCD$ ($AB > AD$) выбраны соответственно точки E и F так, что $AE = EF = FD$. На лучах DA и CB выбрали соответственно точки M и K так, что четырёхугольник $AMKB$ — квадрат. Отрезок BD является стороной квадрата $BDLN$ (см. рис. 27). Докажите, что площадь четырёхугольника $CKMD$ равна сумме площадей четырёхугольников $BDLN$ и $BCFE$.

21. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 110 км, велосипедист планировал добраться за определённое время. Проехав 50 км, он сделал незапланированную остановку на 15 минут, а затем, увеличив

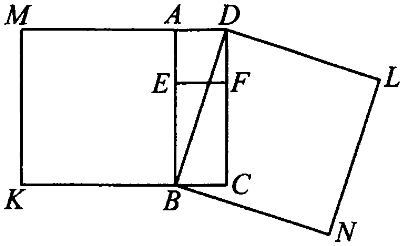


Рис. 27

скорость на 8 км/ч, продолжил движение и прибыл в пункт B вовремя. Определите скорость велосипедиста (в км/ч) после остановки.

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 5x^2 + 4}{(x+1)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 8, а угол между диагоналями 30°.

Вариант № 4

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{0{,}2 \cdot 3{,}3}{1{,}2}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 28 показано, как изменялась влажность воздуха в деревне Колбаскино на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение относительной влажности воздуха в процентах. Найдите наибольшее значение относительной влажности воздуха (в процентах) в период с 6:00 до 18:00 этих суток.

Ответ: ________________.

3. Цена одного билета в цирк для взрослого зрителя составляет 240 рублей. Детям предоставляется скидка 60%. Сколько рублей придётся заплатить за поход в цирк восемнадцати школьников и двух учителей?

Ответ: ________________.

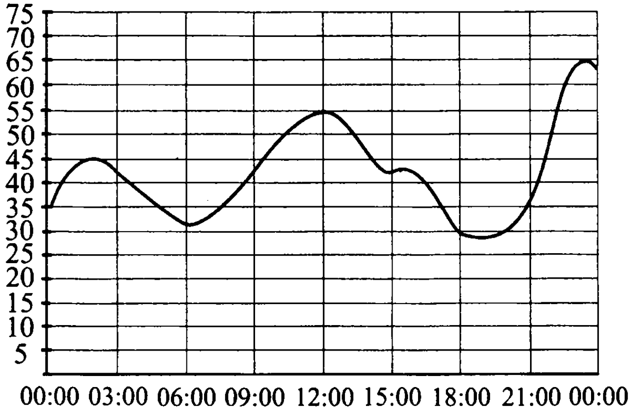


Рис. 28

4. На координатной прямой отмечено число a (см. рис. 29). Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

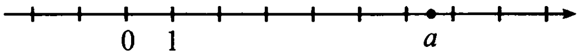


Рис. 29

1) $a - 8 > 0$ 2) $9 - a < 0$ 3) $a - 5 < 0$ 4) $4 - a < 0$

5. Укажите наименьшее из чисел.

1) 11 2) $2\sqrt{30}$ 3) $5\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{124}$

6. Проектор полностью освещает экран B высотой 1 м, расположенный на расстоянии 3 м от проектора (см. рис. 30), при этом 3 м — минимальное расстояние, на котором можно расположить экран B, чтобы он был полностью освещён. На каком наименьшем расстоянии (в метрах) от проектора нужно расположить экран A высотой 60 см, чтобы он был полностью освещён? Настройки проектора не меняются.

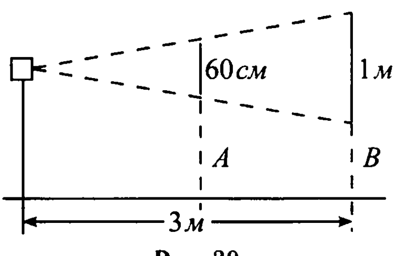


Рис. 30

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $6 - 3x = 12 - 5(x + 2)$.

Ответ: ________________.

8. Найдите величину (в градусах) вписанного угла α, опирающегося на дугу CD, величина которой равна $\frac{1}{6}$ дуги всей окружности (см. рис. 31).

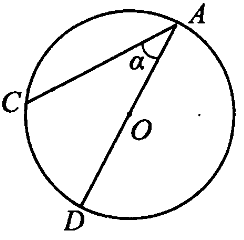


Рис. 31

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right) : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$ и найдите его значение при $a = \sqrt{11} - 2$, $b = \sqrt{11} - 5$.

Ответ: ________________.

10. В некоторой школе в 5-х – 9-х классах учатся 726 человек. Данные о количестве учащихся в различных классах (с 5-го по 9-й) представлены в виде круговой диаграммы (см. рис. 32).

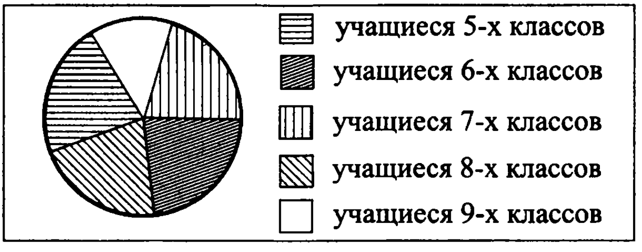


Рис. 32

Сколько примерно учащихся учатся в 5-х и в 9-х классах?

1) менее 100 2) около 250 3) около 300 4) более 400

11. В закрытую коробку помещены 20 шаров: 8 из них — белые, 5 — чёрные, остальные — красные. Какова вероятность того, что, вытаскивая шары из коробки вслепую, первым мы извлечём из неё красный шар?

Ответ: ________________.

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 33).

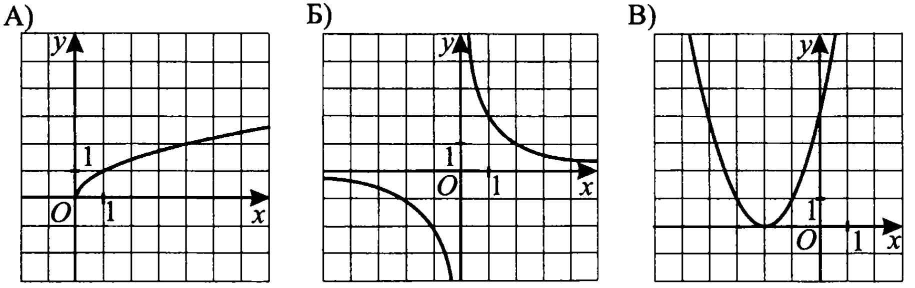


Рис. 33

1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = \dfrac{2}{x}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = (x+2)^2$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана арифметическая прогрессия $-8, -4, 0, \ldots$. Найдите сумму первых семи её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 34.

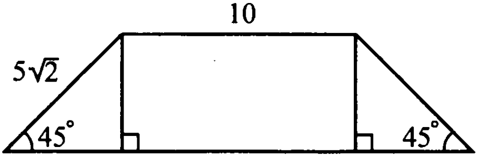


Рис. 34

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Вписанный угол равен угловой величине дуги, на которую он опирается.

2) Если в треугольнике один угол равен 30°, то сумма двух других углов равна 150°.

3) Около любого параллелограмма можно описать окружность.

4) Против большей стороны треугольника лежит меньший угол.

5) Сумма двух противоположных углов вписанного в окружность четырёхугольника равна 180°.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 35 изображены графики функций $y = x + 1$ и $y = x^2 + 4x + 1$. Вычислите координаты точки B.

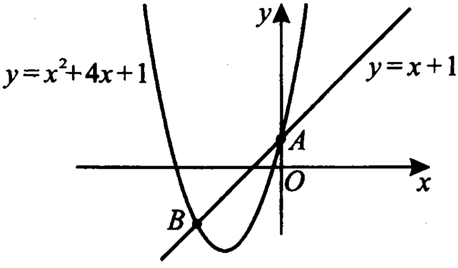


Рис. 35

Ответ: ________________.

17. Из формулы площади треугольника $S = \dfrac{a+b+c}{2} \cdot r$ выразите длину стороны c.

18. Решите неравенство $25x^2 - 121 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{15^{2n+1}}{9^{n-1} \cdot 5^{2n+1}}$.

20. В окружности проведены хорды AB, BC, CD, причём $AB = BC = CD$ (см. рис. 36). Докажите, что если отрезок AD является диаметром окружности, то отрезок AB равен радиусу этой окружности.

21. Из пункта A в направлении пункта B вышел поезд. Пройдя 450 км, что составляет половину пути из A в B, он остановился из-за снежного заноса. Через 1 ч 15 мин поезд продолжил движение, увеличив скорость на 12 км/ч, и прибыл в пункт B без опоздания. Найдите, с какой скоростью (в км/ч) двигался поезд до непредвиденной остановки.

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 5x^2 + 4}{(x-1)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

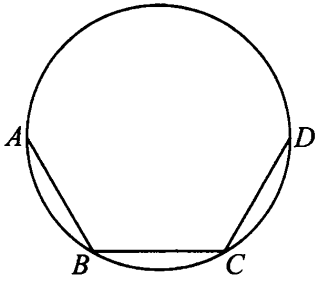


Рис. 36

23. Найдите площадь треугольника ABC, если $\angle A = 30°$, а высоты, проведённые из вершин B и C, соответственно равны 5 и 8.

Вариант № 5

Часть 1

1. Значение какого из приведённых ниже выражений положительно?

1) $(-0{,}4)^3 \cdot (0{,}2)$ 2) $-(-1{,}5) \cdot (-2{,}5)$ 3) $\dfrac{0{,}3-2}{2-0{,}3}$ 4) $-\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{2}$

2. По графику зависимости скорости тела от времени (см. рис. 37) определите, за сколько секунд скорость тела уменьшилась в 2 раза.

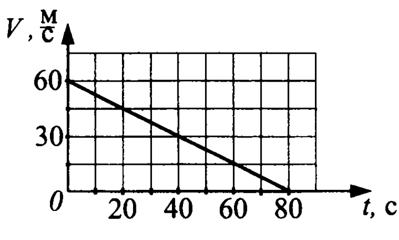


Рис. 37

Ответ: ________________.

3. Юбка в магазине стоила 1800 руб. Во время первой распродажи её цену уменьшили в два раза. Во время второй — ещё на 25%. Сколько рублей она стала стоить?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены два числа a и b (см. рис. 38). Какое из утверждений является верным?

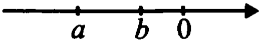


Рис. 38

1) $a + b < 0$ 2) $a^2b > 0$ 3) $a > b$ 4) $a - b > 0$

5. Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^3)^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}$.

1) 600 2) 6000 3) 60 4) 60 000

6. У стены под углом $\alpha = 60°$ к горизонту стоит лестница (см. рис. 39). Её нижний конец отстоит от стены на 0,9 метра. Чему равна длина лестницы? Ответ выразите в метрах.

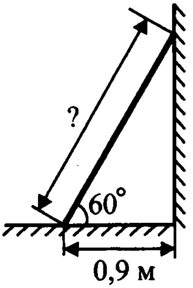


Рис. 39

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 6$.

Ответ: ________________.

8. Один угол равнобедренной трапеции на 30° больше второго. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $b \cdot \dfrac{b^2 - 16}{2b^2 + 8b}$ и найдите его значение при $b = 26$.

В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На диаграмме (см. рис. 40) приведены результаты учащихся, сдававших экзамен в 2010 г. и в 2011 г. По вертикальной оси отложено число учащихся (в %), по горизонтальной — полученные оценки. Определите (в %) на сколько больше учащихся получили в 2010 г. оценку «4», чем «5».

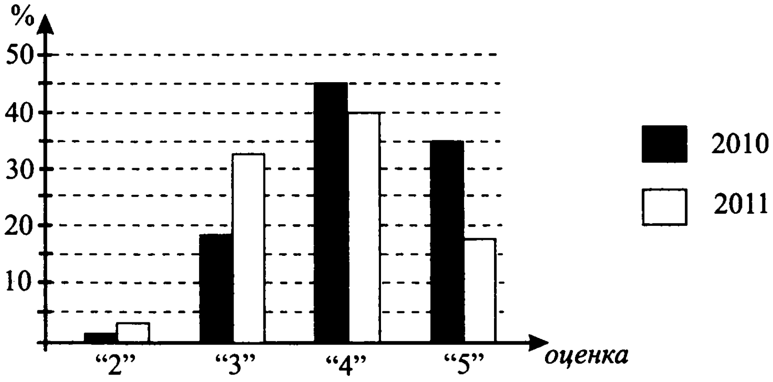


Рис. 40

1) на 11% 2) на 15% 3) на 5% 4) на 10%

11. Студент выучил ответы только на 6 экзаменационных билетов. Всего билетов 24. Какова вероятность, что тот билет, который вытянет студент, будет ему знаком?

Ответ: ________________.

12. На графиках (см. рис. 41) изображены графики функций $y = a \cdot x + b$. Соотнесите графики со значениями параметров a и b.

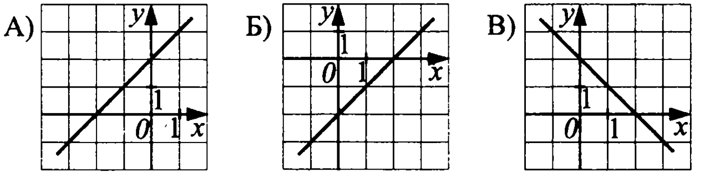


Рис. 41

1) $a = 1;\ b = 2$ 2) $a = -1;\ b = -2$

3) $a = -1;\ b = 2$ 4) $a = 1;\ b = -2$

Ответ:

А	Б	В

13. Последовательность задана формулой $c_n = (-1)^n \cdot (n-1)^2$. Найдите 4-й член последовательности.

Ответ: ________________.

14. Найдите длину диагонали равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке 42.

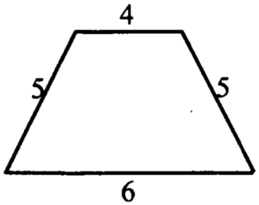


Рис. 42

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1. В прямоугольном треугольнике косинус одного из углов равен 1.

2. В любой треугольник можно вписать окружность.

3. Если в треугольнике два угла равны, то этот треугольник равнобедренный.

4. В любом параллелограмме диагонали равны.

5. Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Ответ: ________________.

16. Окружность, изображённая на рисунке 43, задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 8$, а парабола — уравнением $y = -x^2 + 2$. Вычислите координаты точки A.

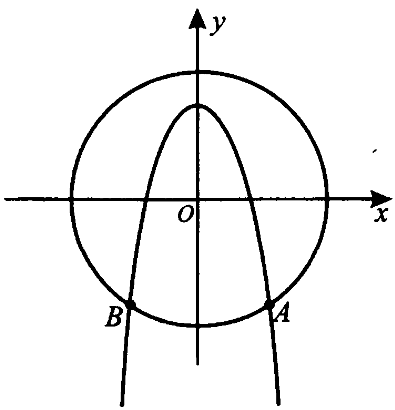


Рис. 43

Ответ: ________________.

17. Из формулы периода колебаний математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ выразите длину подвеса l.

18. Решите неравенство $x^2 - 5x + 16 \leqslant 10$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{45^5}{3^{10} \cdot 25^3}$.

20. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов ADC и DAB пересекаются в точке O. Докажите, что $\angle AOD = 90^\circ$.

21. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобилиста. Проехав 120 км, первый водитель приехал в пункт B на 30 минут раньше второго. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она на 20 км/ч больше скорости второго.

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^3 - 4x}{x - 2}$ и определите при каких значениях k прямая $y = k$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. В треугольнике ABC проведена прямая, параллельная основанию AC и пересекающая стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите периметр четырёхугольника $AKMC$, если известно, что $BM = 2$, $MC = 6$, $\cos C = \frac{1}{3}$, $KM = 3$.

Вариант № 6

Часть 1

1. Значение какого из приведённых ниже выражений отрицательно?

1) $(-0{,}5)^2 \cdot (0{,}1)^2$ 2) $-(0{,}8) \cdot (-0{,}3)$ 3) $\dfrac{1}{1 - \frac{4}{5}}$ 4) $-\frac{2}{3} - 0{,}8$

2. На рис. 44 изображены зависимости скоростей движения двух автомобилей от времени. Определите, на сколько на 30-ой секунде скорость одного автомобиля больше скорости второго? Ответ дайте в м/с.

Ответ: ________________.

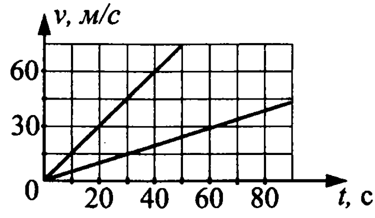


Рис. 44

3. Оптовая цена товара на складе 750 рублей. Надбавка магазина составляет 14%. Сколько стоит этот товар в магазине?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены два числа a и b (см. рис. 45). Какое из утверждений является верным?

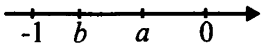


Рис. 45

1) $0 < a \cdot b < 1$ 2) $\frac{b}{a} - 1 < 0$ 3) $a - b < 0$ 4) $a^2 \cdot b > 0$

5. Найдите значение выражения $\frac{5 \cdot 10^2}{(2 \cdot 10)^3} \cdot 10$.

1) 0,0625 2) 62,5 3) 0,625 4) 625

6. Лестница длиной 1,7 м приставлена к стене так, что её верхний конец находится на высоте 1,5 м от земли (см. рис. 46). На сколько сантиметров отстоит от стены нижний конец лестницы?

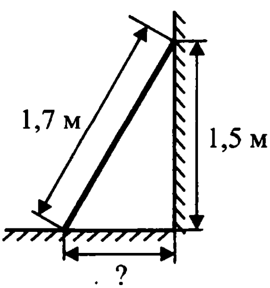


Рис. 46

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $\dfrac{x-5}{3}+\dfrac{2x}{6}=1.$

Ответ: ________________.

8. Вписанный угол на 25° меньше центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите градусную меру вписанного угла.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\dfrac{a^2}{a^2+ba}\cdot\left(a+2b+\dfrac{b^2}{a}\right)$ и найдите его значение при $b=1+\sqrt{2},\ a=3-\sqrt{2}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На диаграмме (см. рис. 47) приведены результаты учащихся, сдававших экзамен в 2010 г. и в 2011 г. По вертикальной оси отложено число учащихся (в %), по горизонтальной — полученные оценки.

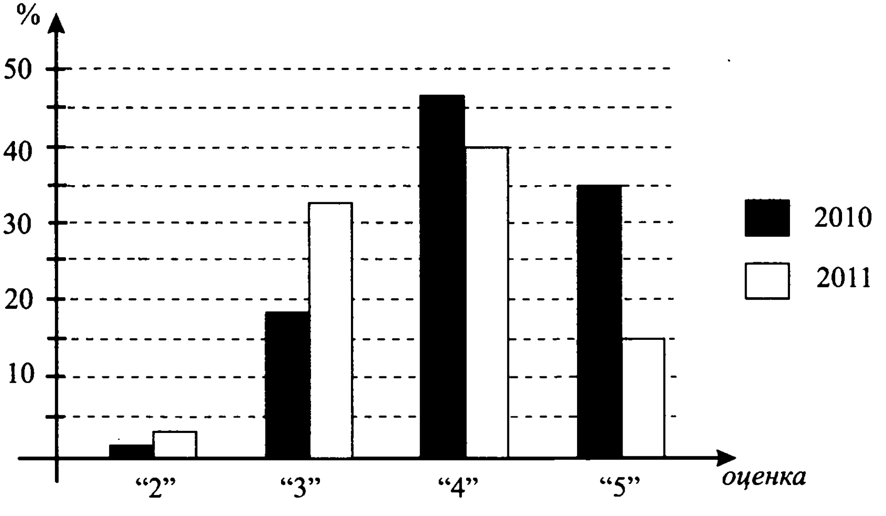


Рис. 47

На сколько процентов стало меньше учащихся, получивших оценку «5» в 2011 году по сравнению с 2010 годом?

1) на 17% 2) на 20% 3) на 11% 4) на 5%

11. Мальчик бросает игральный кубик. Какова вероятность, что число выпавших очков будет чётным.

Ответ: ________________.

12. На графиках (см. рис. 48) изображены графики функции $y = a \cdot x + b$. Соотнесите графики со значениями параметров a и b.

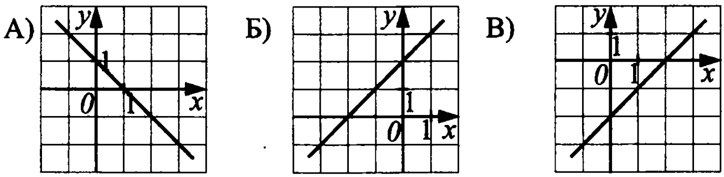


Рис. 48

1) $a > 0,\ b > 0$

2) $a < 0,\ b > 0$

3) $a > 0,\ b < 0$

4) $a < 0,\ b < 0$

Ответ:

А	Б	В

13. Последовательность задана формулой $c_n = (-1)^{n+1} \cdot (n-1)n$. Найдите 3-й член последовательности.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке 49.

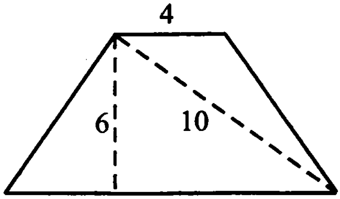


Рис. 49

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1. В равностороннем треугольнике все углы равны 45°.

2. Если в параллелограмме диагонали равны, то это квадрат.

3. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам второго треугольника, то такие треугольники подобны.

4. Высоты треугольников (или их продолжения) пересекаются в одной точке.

5. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Ответ: ________________.

16. Окружность, изображённая на рисунке 50, задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 25$, а парабола — уравнением $y = x^2 - 5$. Вычислите координаты точки A.

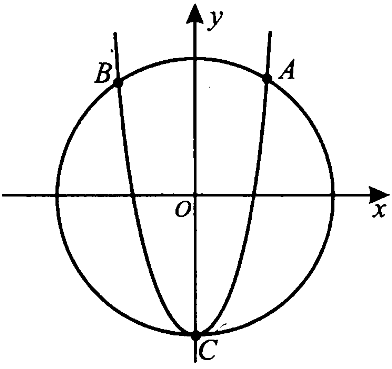


Рис. 50

Ответ: ________________.

17. Из формулы периода колебаний груза на пружине $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ выразите жёсткость пружины k.

18. Решите неравенство $-x^2 - 3x + 4 \geqslant 6$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{(24 \cdot 3)^4}{6^8}$.

20. В прямоугольном треугольнике ABC из прямого угла B проведена высота BD. Докажите, что $BD = \dfrac{AB \cdot BC}{AC}$.

21. Из пункта A в пункт B ведут две дороги. По первой дороге длиной 40 км поехал велосипедист. Вторая дорога на 50 км длиннее, и по ней поехал автомобилист. В пункт B автомобилист приехал на 30 минут раньше велосипедиста. Определите скорость велосипедиста, если известно, что она на 40 км/ч меньше скорости автомобилиста.

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^3 - 3x^2 - 4x}{2x + 2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. В треугольнике ABC проведена прямая, параллельная основанию AC и пересекающая стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите площадь треугольника AMC, если известно, что $KM = 2$, $AC = 10$, $\cos C = \dfrac{3}{5}$, $S_{BMK} = 0{,}8$.

Вариант № 7

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{2{,}1 \cdot 1{,}1}{0{,}4 \cdot 1{,}5}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 51 представлен график зависимости числа слушателей радио (в % от всех жителей города) от времени (в среднем за неделю). Чему равен наибольший процент слушателей на интервале от 17 до 24 часов?

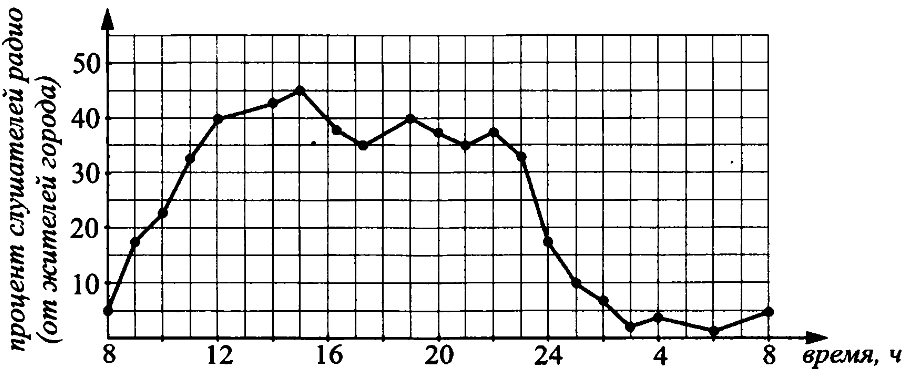


Рис. 51

Ответ: ________________.

3. Билет на спектакль стоит 350 р. На балконе цена на 30% меньше. Сколько будет стоить поход в театр для группы из 11 человек, если трое из них собираются взять билеты на балкон?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (см. рис. 52) отмечены числа a и b.

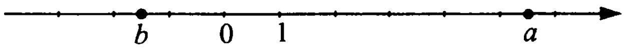


Рис. 52

Какое из утверждений относительно a и b является верным?

1) $a - 4 < 0$ 2) $-b + a - 10 > 0$ 3) $-a + b > 0$ 4) $-b + a > 0$

5. Укажите наибольшее из чисел:

1) 5 2) $\sqrt{21}$ 3) $4 \cdot \sqrt{3}$ 4) $3 \cdot \sqrt{4}$

6. Мальчик решил оценить высоту дома, не имея с собой никаких измерительных приборов. Он замерил длину своей тени. Она была равна примерно трём шагам. Потом он замерил длину тени от дома. Она составила примерно 24 шага. Какова высота здания, если рост мальчика 160 см. Ответ выразите в метрах.

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $2x - 3 + 4(x - 1) = 5$.

Ответ: ________________.

8. Радиус окружности равен 10. Найдите длину медианы вписанного в неё правильного треугольника.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\left(\dfrac{a^2}{a+b} - \dfrac{a^3}{a^2 + b^2 + 2ab}\right) \cdot (a + b)^5$ и найдите его значение при $a = -2{,}5$, $b = 0{,}5$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. Мальчики 9-х классов пошли на экскурсию. Перед этим им предложили взять в школьной столовой один из фруктов на выбор: апельсин, банан, грушу, киви или яблоко. Результаты их выбора представлены на круговой диаграмме (см. рис. 53).

Сколько примерно мальчиков выбрали яблоко, если всего на экскурсию пошло 180 человек?

1) 100 2) 15 3) 60 4) 30

11. В саду решили посадить саженцы груш, абрикосов и яблонь, соответственно 5, 7 и 3 штуки. Чему равна вероятность выбрать наугад саженец яблони?

Ответ: ________________.

Рис. 53

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 54).

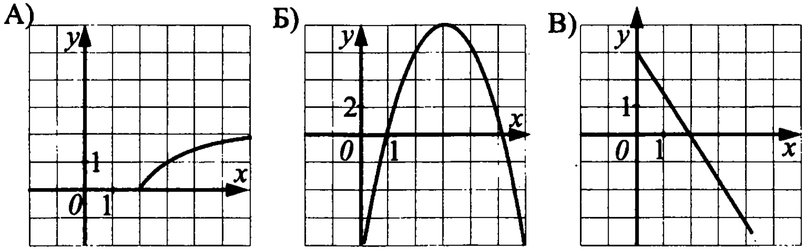


Рис. 54

1) $3x + 2y = 6$

2) $y = \dfrac{-6}{x-2}$

3) $y = -x^2 + 6x - 5$

4) $y = \sqrt{x-2}$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана геометрическая прогрессия 2, −6, 18, ... Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке 55.

Ответ: ________________.

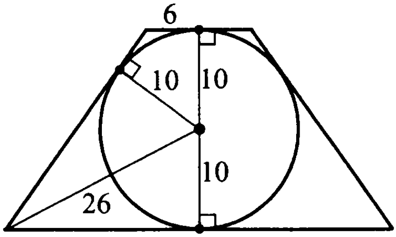


Рис. 55

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Диагонали ромба перпендикулярны.

2) Величина дуги окружности равна величине центрального угла, на неё опирающегося.

3) Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

4) Площадь треугольника равна произведению основания на высоту.

5) Вписанный угол равен угловой величине дуги, на которую он опирается.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 56 изображены графики функций $\begin{cases} y = -x^2 + 10x - 22; \\ 3y + 2x = 3. \end{cases}$

Вычислите координаты точки A.

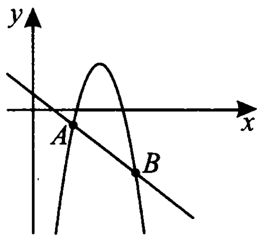


Рис. 56

Ответ: ________________.

17. Из формулы для кинетической энергии тела $E = \frac{mv^2}{2}$ выразите скорость v.

18. Решите неравенство $36 - x^2 \geqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{10^{2n} \cdot 3^2}{25^n \cdot 2^{2(n+1)}}$.

20. В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AB, BC, CD, DA отмечены точки E, F, P, Q, причём $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{BF}{BC} = \dfrac{CP}{CD} = \dfrac{DQ}{DA} = \dfrac{1}{3}$. Докажите, что $EFPQ$ — параллелограмм.

21. Рыболов возвращался домой с озера, расстояние от которого до дома 12 км. В середине пути он встретил знакомого, с которым задержался на 12 минут, но, увеличив скорость на 1 км/ч, дошёл домой вовремя. С какой скоростью он прошёл вторую половину пути?

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 65x^2 + 64}{8 - x^2 - 7x}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Из точки A, взятой на окружности, проведены диаметр $AB = 10$ и хорда AC. Из точки B проведены к хорде перпендикуляр длиной 6 и касательная, пересекающая продолжение хорды в точке D. Найдите длину касательной.

Вариант № 8

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{2{,}2 \cdot 2{,}1}{0{,}15 \cdot 11}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 57 показано, как менялась перегрузка космонавта в зависимости от времени после старта при запуске ракеты в космос. Определите по графику, через сколько секунд после старта перегрузка первый раз достигла $3g$.

Ответ: ________________.

3. Билет в кино стоит 250 р., для студентов предоставляется скидка 35%. Сколько будут стоить все билеты для компании друзей из 9 человек, если четверо из них — студенты?

Ответ: ________________.

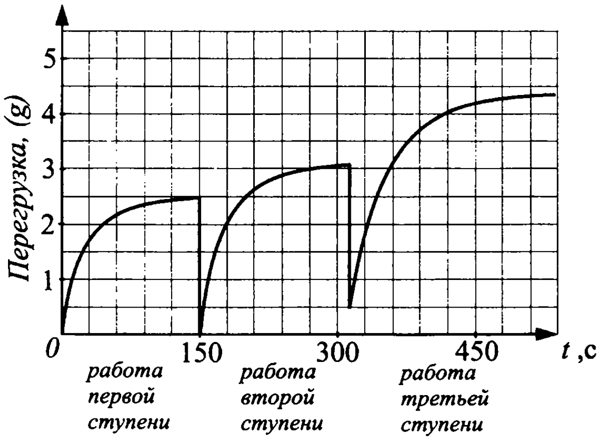


Рис. 57

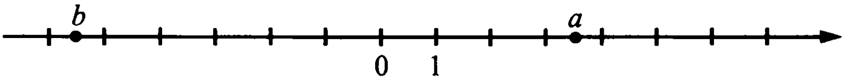


Рис. 58

4. На координатной прямой (см. рис. 58) отмечены числа a и b.

Какое из утверждений относительно a и b является верным?

1) $a + b > 0$ 2) $a - 3 < 0$ 3) $-a + b < 0$ 4) $-b + a < 0$

5. Укажите наибольшее из чисел.

1) 7 2) $\sqrt{35}$ 3) $4 \cdot \sqrt{3}$ 4) $3 \cdot \sqrt{6}$

6. Мальчик решил оценить высоту дома, не имея с собой никаких измерительных приборов. Он замерил длину своей тени. Она была равна примерно двум шагам. Потом он замерил длину тени от дома. Она составила примерно 16 шагов. Какова высота здания, если рост мальчика — 160 см. Ответ выразите в метрах.

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $2x - 3 + 2(x - 1) = 4(x - 1) - 7$.

1) 1 2) 2 3) 3 4) корней нет

8. Один из смежных углов в 8 раз меньше другого. Найдите градусную меру большего угла.

1) 120 2) 140 3) 160 4) 165

9. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt{(b+2)^2-8b}}{\sqrt{b}-\dfrac{2}{\sqrt{b}}}$ и найдите его значение при $b = 0{,}0025$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. Девочки 9-х классов пошли на экскурсию. Перед этим им предложили взять в школьной столовой один из фруктов на выбор: апельсин, банан, грушу, киви или яблоко. Результаты их выбора представлены на круговой диаграмме (см. рис. 59).

Рис. 59

Сколько примерно девочек выбрали киви, если всего на экскурсию пошло 240 девочек?

1) 90 2) 15 3) 40 4) 60

11. В клетке сидело 2 белых, 6 серых и 7 чёрных хомячков. Какова вероятность вытащить наугад серого хомячка?

Ответ: ________________.

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 60).

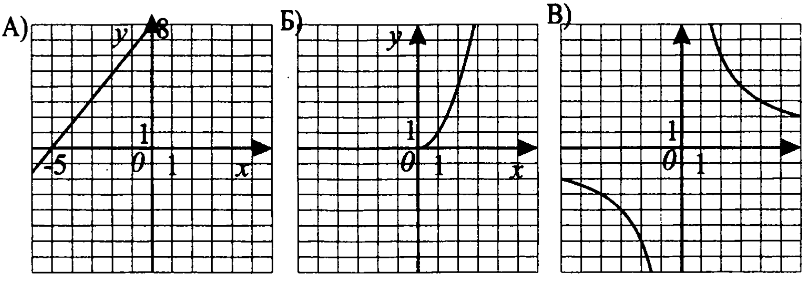


Рис. 60

1) $y = x^2 + 4x - 5$ 2) $y = \dfrac{12}{x}$

3) $x = \sqrt{y}$ 4) $-8x + 5y = 40$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана геометрическая прогрессия $-2, 6, -18, \ldots$. Найдите модуль разности пятого и первого членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 61.

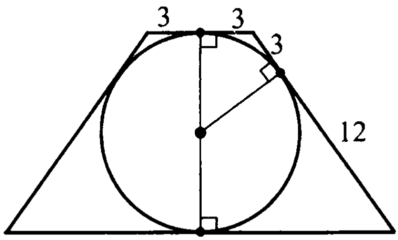


Рис. 61

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Центры вписанной и описанной окружностей правильного треугольника не совпадают.

2) Длина окружности равна произведению числа π на диаметр.

3) Квадрат касательной, проведённой к окружности из данной точки, равен произведению всей секущей, проведённой из этой же точки, на её внешнюю часть.

4) Диагонали прямоугольника равны.

5) Углы, прилежащие к одной стороне параллелограмма, равны 90°.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 62 изображены графики функций $y = 2x^2$ и $y = \dfrac{2}{x}$. Пользуясь графиком, запишите координаты точки A.

Ответ: ________________.

17. Из формулы высоты $h = \dfrac{gt^2}{2}$ выразите время падения t.

18. Решите неравенство $81 - x^2 > 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{7^n \cdot 3^{2n+3}}{63^n \cdot 6^2}$.

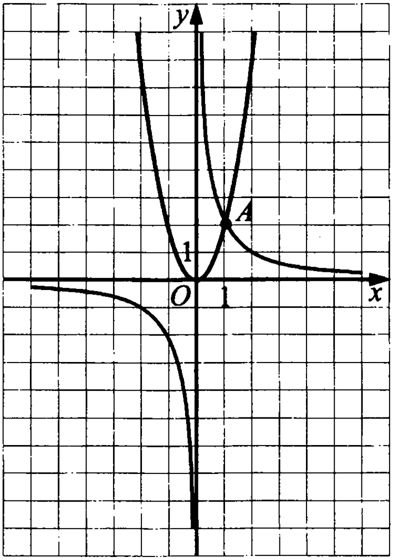


Рис. 62

20. Докажите, что в треугольнике существует единственная точка, равноудалённая от всех сторон.

21. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 50 км, выехал велосипедист. В середине пути он задержался на 25 минут, чтобы сделать фотосессию. Чтобы прибыть вовремя, он увеличил скорость на 5 км/ч. С какой скоростью он ехал первую половину пути?

22. Постройте график функции $y = \dfrac{x^4 - 53x^2 + 196}{(x+2)\cdot(x-7)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Две окружности, каждая из которых вписана в острый угол 60°, касаются друг друга внешним образом. Найдите расстояние от точки касания окружностей до стороны угла, если радиус большей окружности равен 23.

Вариант № 9

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{0{,}6 \cdot 2{,}8}{0{,}4}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 63 показано, как изменялась температура воздуха в течение 20 суток декабря. По вертикали откладывается температура в $^\circ C$, по горизонтали — дни. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значением температуры.

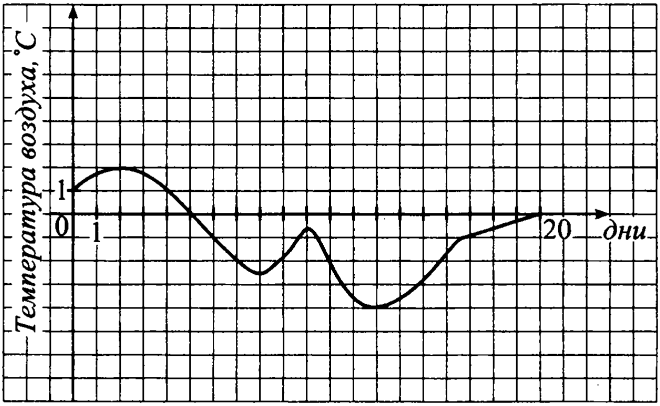


Рис. 63

Ответ: ________________.

3. Стоимость комплекта школьной мебели 2250 рублей. В декабре на комплект была предоставлена скидка 15%. Сколько рублей стоит покупка 5-ти комплектов школьной мебели в ноябре и 10-ти комплектов в декабре?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечено число c (см. рис. 64).

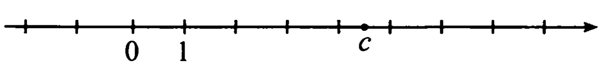


Рис. 64

Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

1) $7 - c > 0$ 2) $-2 + c < 0$ 3) $5 - c < 0$ 4) $c - 6 > 0$

5. Укажите наибольшее из чисел.

1) 11 2) $\sqrt{122}$ 3) $4\sqrt{7}$ 4) $7\sqrt{3}$

6. Найдите высоту телевизионной вышки (DM), если наблюдатель, находящийся в точке A на расстоянии 450 м от вышки, видит верхнюю её точку через верхнюю точку шеста. Высота шеста 13 м, расстояние от наблюдателя до шеста 30 м (см. рис. 65).

Ответ: ________________.

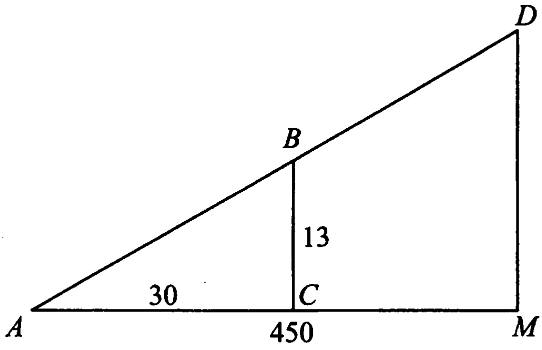


Рис. 65

7. Решите уравнение $7 - 2x = 15 - 3(x - 3)$.

Ответ: ________________.

8. Найдите величину меньшего из углов треугольника (ответ выразите в градусах), если вершины этого треугольника делят длину описанной окружности в отношении 3 : 5 : 10.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\frac{7b - 2a}{14ab} + \frac{1}{7b}$ и найдите его значение при $b = \sqrt{7} + 1$, $a = \frac{1}{24}$.

Ответ: ________________.

10. Торговая компания подвела итоги продаж компьютеров за некоторый период фирмами «Альфа», «Полёт», «Радуга», «Орион», «Планета». Результат представлен на круговой диаграмме (см. рис. 66).

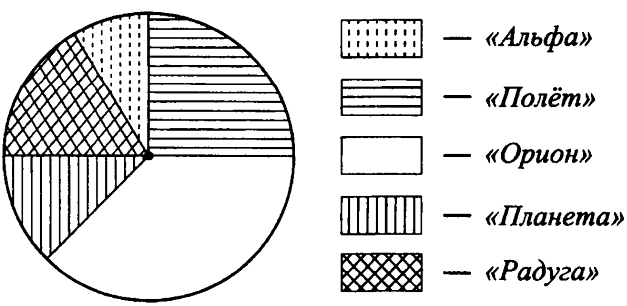


Рис. 66

Сколько примерно рублей было получено от фирм «Альфа», «Полёт», «Орион», если всего реализовано товара на сумму 2 400 000 рублей?

1) более 1 500 000руб. 2) около 300 000руб.
3) около 900 000руб. 4) менее 800 000руб.

11. Выбрано трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 3.

Ответ: ________________.

12. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 67) и формулами, которые их задают.

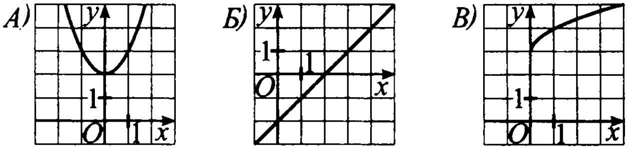


Рис. 67

1) $y = 3 + \sqrt{x}$ 2) $y = 2 - \dfrac{1}{x}$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x - 2$

Ответ:

А	Б	В

13. Арифметическая прогрессия представлена числами 11, 13, 15, … . Найдите сумму её первых шести членов.

Ответ: ________________.

14. В равнобедренной трапеции боковая сторона, высота и диагональ равны соответственно $\sqrt{117}$, 9, 15. Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) В треугольнике каждая сторона больше половины его периметра.

2) Равные фигуры имеют равные площади.

3) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

4) Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

5) Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

Ответ: ________________.

16. На рис. 68 изображены графики функций $y = x^2 - 4$ и $y = x + 2$. Вычислите координаты точки A.

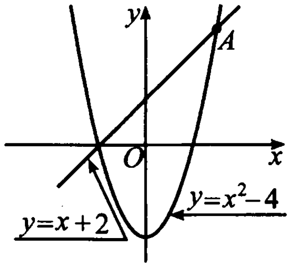


Рис. 68

Ответ: ________________.

17. Из формулы кинетической энергии $E = \frac{mv^2}{2}$ выразите массу m.

18. Решите неравенство $25x^2 - 9 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\frac{0{,}5^n \cdot 5^{n+1}}{2^{-n} \cdot 0{,}2^{1-n}}$.

20. Докажите, что если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

21. Автобус изменил график движения, увеличив скорость на 10 км/ч. Найдите, сколько двигался автобус по новому графику, если теперь он проходит расстояние в 650 км на 80 минут быстрее, чем раньше.

22. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 9x + 20)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - 3x - 10}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с этим графиком одну общую точку.

23. Найдите площадь трапеции, если длина большего основания равна 20, длина одной из боковых сторон равна 16, одна из диагоналей перпендикулярна известной боковой стороне, а биссектрисой угла, образованного этой боковой стороной и большим основанием, служит вторая диагональ.

Вариант № 10

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{0{,}7 \cdot 3{,}5}{0{,}5}$.

Ответ: ________________.

2. На рисунке 69 показано, как изменялась цена новой модели самолёта в течение года. По горизонтали указаны месяцы года, по вертикали — цена самолёта (млн. руб.). Найдите разность между наибольшей и наименьшей ценами самолёта. Ответ дайте в млн. рублей.

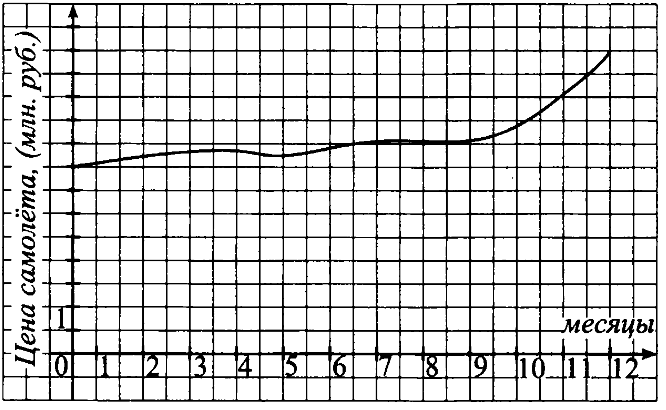


Рис. 69

Ответ: ________________.

3. Стоимость стиральной машины 8500 рублей. В декабре она стала стоить на 12% дешевле. Гостиница приобрела для своих нужд 5 машин в ноябре и 4 машины в декабре. Сколько рублей стоит вся покупка стиральных машин?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечено число a (см. рис. 70).

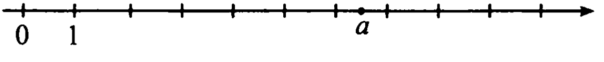


Рис. 70

Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

1) $10 - a > 0$ 2) $a - 5 < 0$ 3) $3 - a > 0$ 4) $a - 7 > 0$

5. Укажите наибольшее из чисел.

1) 6 2) $\sqrt{37}$ 3) $3\sqrt{3}$ 4) $2\sqrt{11}$

6. Найдите ширину реки (CB), если выполнив некоторые измерения на одном берегу реки, $AB = 5$ м, $AD = 12$ м, $AM = 3$ м, можно построить два подобных треугольника ACD и ABM (см. рис. 71).

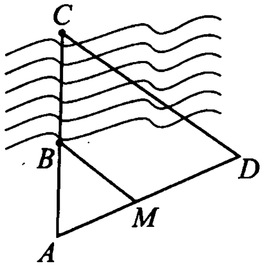


Рис. 71

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $12 - 3x = 18 - 6(x + 2)$.

Ответ: ________________.

8. Найдите величину большего из углов треугольника (ответ выразите в градусах), если вершины этого треугольника делят длину описанной окружности в отношении 1 : 3 : 4.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\left(\frac{a}{a-b} - \frac{a+b}{a}\right) : \frac{b}{a-b}$ и найдите его значение при $a = -3$, $b = 15$.

Ответ: ________________.

10. Гидрометцентр провёл мониторинг температуры воздуха в г. Ростове-на-Дону за декабрь 2011 года. Результаты представлены на круговой диаграмме (см. рис. 72).

Сколько примерно дней температура воздуха в декабре была положительной?

1) более 15 дней 2) около 10дней

3) около 8 дней 4) менее 13 дней

11. На книжной полке выставлена художественная литература: 3 тома произведений А. С. Пушкина, 5 томов А. П. Чехова и 7 книг по современной поэзии. Какова вероятность того, что наугад взятая книга будет томом А. С. Пушкина?

Ответ: ________________.

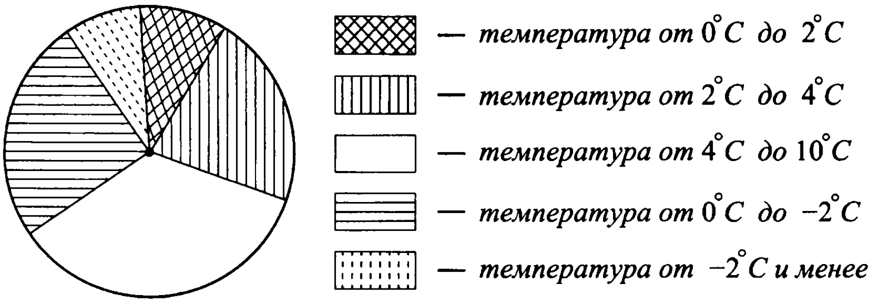


Рис. 72

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 73).

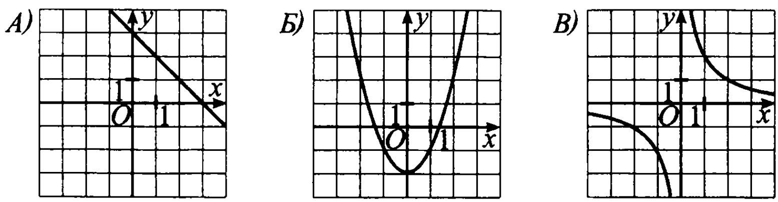


Рис. 73

1) $y = \dfrac{2}{x}$ 2) $y = \sqrt{x+2}$ 3) $y = x^2 - 2$ 4) $y = -x + 3$

Ответ:

А	Б	В

13. Дана арифметическая прогрессия $-7, -9, -11, \ldots$. Найдите сумму первых семи членов этой прогрессии.

Ответ: ________________.

14. В равнобедренной трапеции диагональ, равная $7\sqrt{2}$ см, образует с основанием угол 45°. Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Два угла, прилежащие к одной стороне параллелограмма, в сумме больше 180°.

2) Диаметр, проведённый через середину хорды, отличной от диаметра, перпендикулярен к этой хорде.

3) Углы при основании равнобедренного треугольника не равны.

4) В равностороннем треугольнике все углы равны.

5) Медиана, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Ответ: ________________.

16. На рисунке 74 изображены графики функций $y = x^2 + 1$ и $y = \dfrac{2}{x}$. Укажите координаты точки E.

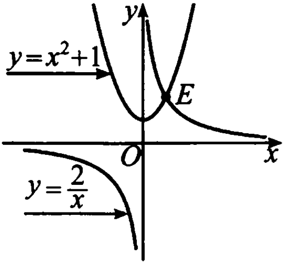


Рис. 74

Ответ: ________________.

17. Из формулы $V = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$ выразите m.

18. Решите неравенство $x^2 - 4x \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{3^n \cdot 0{,}04^{n-2}}{3^{n-2} \cdot 0{,}2^{2n-3}}$.

20. В окружности градусная мера дуги AB равна $60°$. Докажите, что хорда AB является стороной правильного n-угольника, вписанного в окружность, и её длина равна радиусу этой окружности.

21. Моторная лодка проплывает по реке расстояние от пункта A до B и обратно за 4 часа 40 минут, сделав вынужденную остановку на 30 минут. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 15 км/ч, а расстояние между пунктами A и B равно 30 км.

22. Постройте график функции $y = \dfrac{(x^2 + 7x + 12)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 + x - 6}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что точка E делит BC на части 4 см и 12 см, считая от вершины B, $\angle ABC = 30°$, $\angle BAE = \angle ACB$.

Вариант № 11

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение выражения
А) $1{,}7 \cdot \frac{5}{34}$	1) $\frac{20}{7}$
Б) $2 : \frac{7}{10}$	2) 1,5
В) $2{,}4 - \frac{1}{5}$	3) 0,25
	4) 2,2

Ответ:

А	Б	В

2. На графике (см.рис. 75) жирными точками показана процентная ставка Центрального Банка Российской Федерации на конец года с 2007 по 2011 годы. Для наглядности жирные точки соединены линиями.

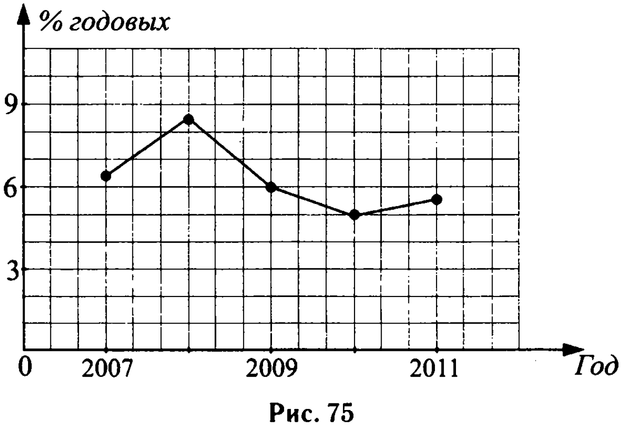


Рис. 75

В каком году процентная ставка была наибольшей?

Ответ: ________________.

3. Хозяйка собрала 18 кг картофеля и свёклы, массы которых пропорциональны числам 2 и 7. Сколько кг картофеля собрала хозяйка?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (см. рис. 76) отмечены числа a и b.

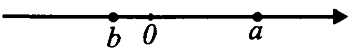


Рис. 76

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $a+b$ 2) ab 3) $-b$ 4) $b-a$

5. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(2\sqrt{21})^2$ 2) $\sqrt{5}:\sqrt{3}$ 3) $\sqrt{7}(1-2\sqrt{7})$ 4) $(\sqrt{13}+\sqrt{2})^2$

6. Найдите рост человека, длина тени которого равна 2,4 м, если тень от дерева высотой 7,6 м равна 9,6 м.

Ответ: ________________.

7. Найдите корни уравнения $x^2+8x-9=0$.

Ответ: ________________.

8. В равнобедренной трапеции (см. рис. 77) основания равны 7 и 19, угол при меньшем основании равен 135°.

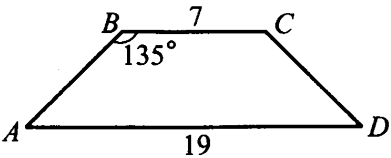


Рис. 77

Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $(3+a)^2 - a(a-3)$ и найдите его значение при $a=-\frac{1}{9}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 78) показано распределение сотрудников компании по различным отделам.

Для участия в презентации компании случайным образом выбирают одного сотрудника. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран сотрудник технического отдела.

2) Будет выбран сотрудник организационного отдела.

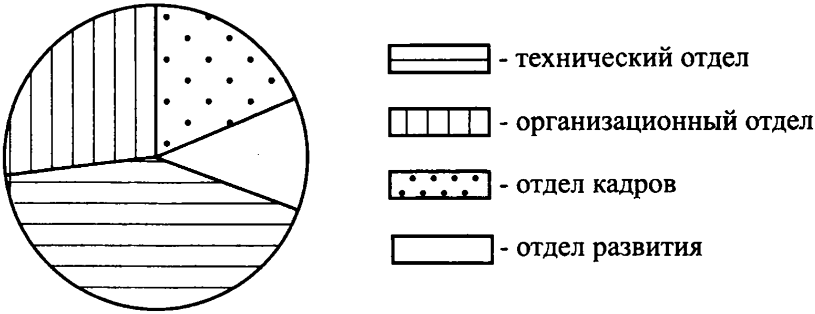


Рис. 78

3) Будет выбран сотрудник отдела кадров.

4) Будет выбран сотрудник отдела развития.

11. Велосипедист движется по пути AB, состоящем из ровного участка длиной 15 км, спуска — 8 км и подъёма — 7 км. Известно, что на прохождение ровного участка велосипедист затратил 1,1 ч, спуска — 0,5 ч, подъёма — 1,4 ч. Найдите среднюю скорость (в км/ч) велосипедиста на всём пути.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 79 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

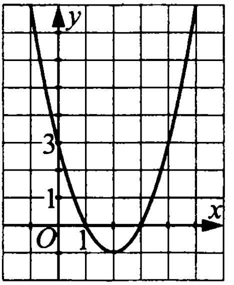


Рис. 79

Какие из следующих утверждений о данной функции **неверны**? Запишите их номера.

1) Функция возрастает на $[-2; 5)$

2) $f(-1) = f(5)$

3) Наименьшее значение функции равно -1

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия $-2, 0, 2, 4, \ldots$. Найдите сумму первых пятнадцати её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности (см. рис. 80), $\angle ABC = 82°$. Найдите величину угла AOC (в градусах).

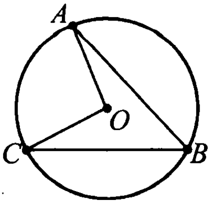


Рис. 80

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Сумма углов треугольника больше 180°.

2) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

3) Если две окружности имеют общую касательную, то они имеют общую точку.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} 3x + 6 > 0, \\ x - 4 \leqslant 2. \end{cases}$$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $S = \frac{at^2}{2}$ выразите a.

18. Используя рисунок 81, решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 3, \\ 5x + 8y = 41. \end{cases}$$

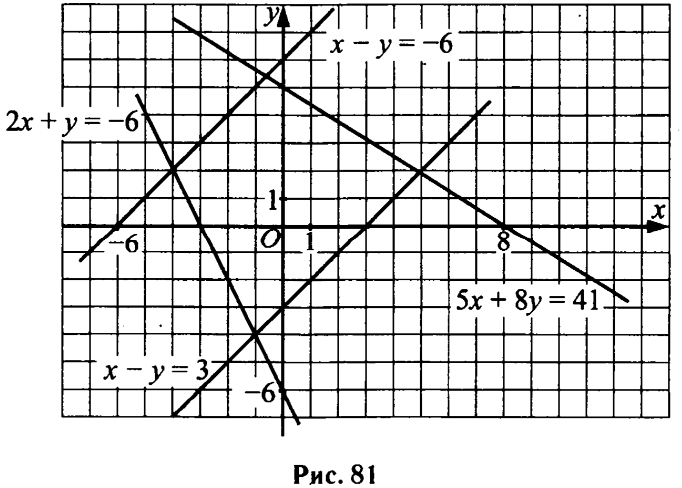


Рис. 81

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $a - \frac{a^2 - 5a}{a+1} \cdot \frac{1}{a-5} - \frac{a^2 - 2a - 2}{a+1}$.

20. Докажите, что трапецию можно вписать в окружность, если она равнобедренная.

21. Катер с отдыхающими проплыл по течению реки некоторое расстояние. После чего сделал остановку на 1 час и вернулся обратно, затратив на всю прогулку 10 часов. Найдите, какое расстояние проплыл катер, если скорость течения реки 2 км/ч, а его собственная скорость 18 км/ч?

22. Постройте график функции $y = -3|x| + x + x^2$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком этой функции ровно три общие точки.

23. Две окружности с центрами O_1 и O_2 имеют общую хорду CB. В каждой из окружностей проведены хорды BD и AC соответственно. Прямые BD и AC являются касательными к окружностям с центрами O_2 и O_1 соответственно. Найдите косинус угла ABC, если $BD = 7$, $CD = 3$, $AB = 12$.

Вариант № 12

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение выражения
А) $2{,}3 \cdot \frac{7}{46}$	1) 5,3
Б) $5 : \frac{15}{36}$	2) 1,2
В) $5{,}7 - \frac{2}{5}$	3) 0,35
	4) 12

Ответ:

А	Б	В

2. На графике (см.рис. 82) показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. На сколько градусов температура воздуха в 10 часов ниже температуры воздуха в 18 часов?

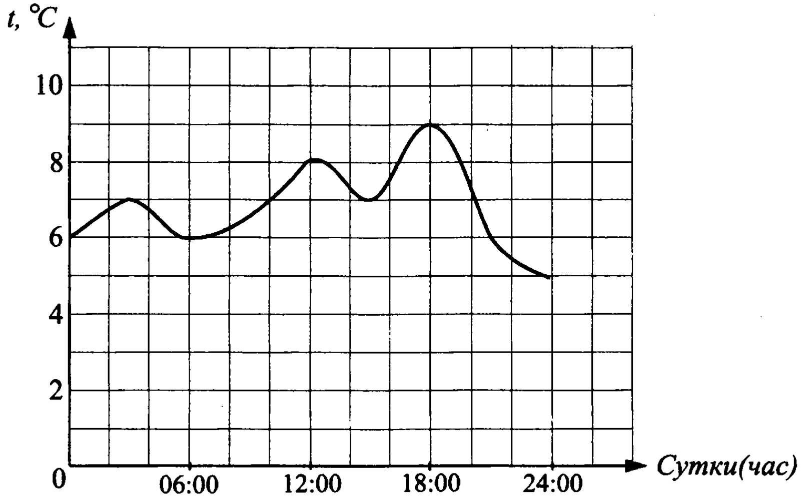


Рис. 82

Ответ: ________________.

3. Смесь из сухофруктов состоит из яблок и абрикосов, количества которых пропорциональны числам 5 и 3 соответственно. Найдите, сколько граммов в данной смеси составляют яблоки, если вес всей смеси 320 г?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (см. рис. 83) отмечены числа m и y.

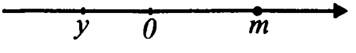


Рис. 83

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $m - y$ 2) $-m$ 3) my 4) $y - m$

5. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ 2) $\sqrt{11} : \sqrt{22}$ 3) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 4) $(\sqrt{7} + 2) \cdot \sqrt{3}$

6. Для определения ширины реки (AB) отметили на одном берегу точку A, на другом точку B. От точки A отложили 5 м и поставили точку C, то есть $AC = 5$ м. На листе бумаги построили $\triangle\ A_1B_1C_1$, в котором $\angle A = \angle A_1$,

$\angle C = \angle C_1$, $A_1B_1 = 36$ см, $A_1C_1 = 12$ см. Найдите расстояние AB (в метрах).

Ответ: ________________.

7. Найдите наибольший корень уравнения $x^2 - 3x - 70 = 0$.

Ответ: ________________.

8. В равнобедренной трапеции (см. рис. 84) основания равны 5 и 23, угол при основании равен 45°.

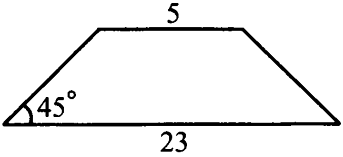


Рис. 84

Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $a(a + 2) - (2 - a)^2$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{6}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 85) показано распределение (в процентах) учащихся школы по кружкам.

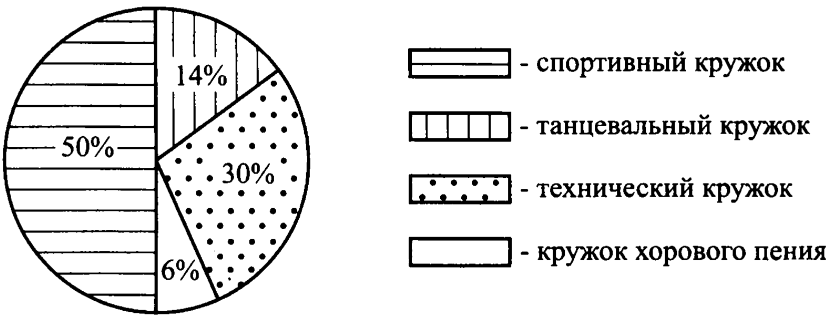


Рис. 85

Для участия в межшкольной игре «Что? Где? Когда?» случайным образом выбирают одного учащегося. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран учащийся из спортивного кружка.

2) Будет выбран учащийся из танцевального кружка.

3) Будет выбран учащийся из технического кружка.

4) Будет выбран учащийся из кружка хорового пения.

11. Турист проплыл по течению реки на плоту 12 км, затратив 5 часов, на пристани он пересел на велосипед и проехал 18 км за 2 часа, путь в 102 км он проехал на автобусе за 1,5 часа, 8 км он прошёл пешком за 1,5 часа. Найдите среднюю скорость туриста.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 86 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

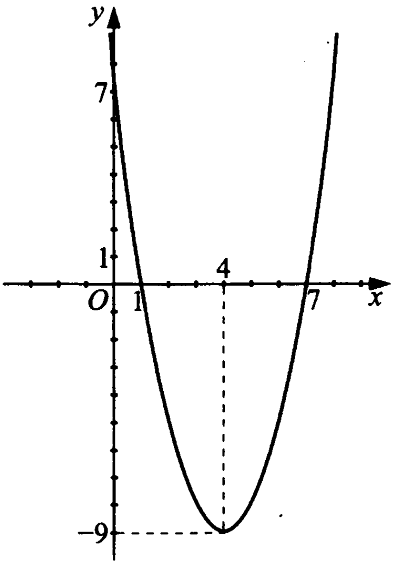


Рис. 86

Какие из следующих утверждений о данной функции **неверны**? Запишите их номера.

1) Функция убывает на промежутке $(-\infty; 4]$

2) $f(1) = f(7)$

3) Наибольшее значение функции равно -9

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия 49, 47, 45, … . Найдите сумму восьми её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности (см. рис. 87), AC — касательная, AB — секущая, проходящая через точку O. $\angle CAO = 24°$. Найдите величину угла COB. Ответ дайте в градусах.

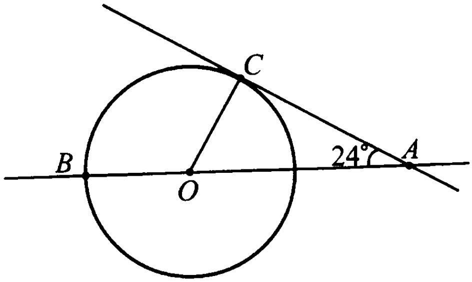


Рис. 87

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Равные хорды окружности равноудалены от её центра.

2) В ромбе диагонали взаимно перпендикулярны.

3) Биссектриса треугольника — это прямая, делящая противоположную сторону пополам.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} 8x - 16 \leqslant 0, \\ x + 5 \geqslant 3. \end{cases}$$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $S = \frac{1}{2}ab\sin C$ выразите $\sin C$.

18. Используя рисунок 88, решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = -12, \\ 2x + y = -4. \end{cases}$$

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $b - \frac{b^2 - 4b}{b + 2} \cdot \frac{1}{b - 4} - \frac{b^2 - b - 4}{b + 2}$.

20. Докажите, что отрезки касательных, проведённых из одной точки к заданной окружности, равны между собой.

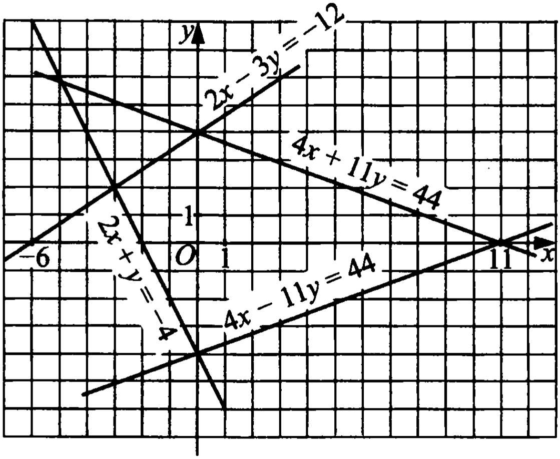


Рис. 88

21. Путешественники отправились вниз по реке на плоту. Проплыв некоторое расстояние они сделали привал на 1,5 часа и вернулись обратно на лодке, затратив 11,5 часов на всё путешествие. Найдите, какое расстояние путешественники прошли на плоту, если скорость течения 3 км/ч, а собственная скорость лодки равна 10 км/ч.

22. Постройте график функции $y = x^2 - 7|x| + x$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ имеет с графиком этой функции ровно три общие точки.

23. Две окружности с центрами O_1 и O_2 имеют общую хорду AB. В каждой из окружностей проведены хорды CB и AD соответственно. Прямые CB и AD являются касательными к окружностям с центрами O_2 и O_1 соответственно. Найдите косинус угла ABD, если $CB = 5$, $AC = 3$, $BD = 12$.

Вариант № 13

Часть 1

1. Какому из заданных промежутков принадлежит число $-\frac{15}{4}$?

1) $[-1; 0]$ 2) $[-2; -1]$ 3) $[-3; -2]$ 4) $[-4; -3]$

2. На рисунке 89 показано, как изменялась масса некоторого вещества (реагента) в ходе химической реакции с течением времени. По горизонтали указано время (в секундах), прошедшее с начала реакции, по вертикали — масса реагента (в граммах). Определите по графику, за какое время (в секундах), считая от начала реакции, масса реагента уменьшилась на 30 г?

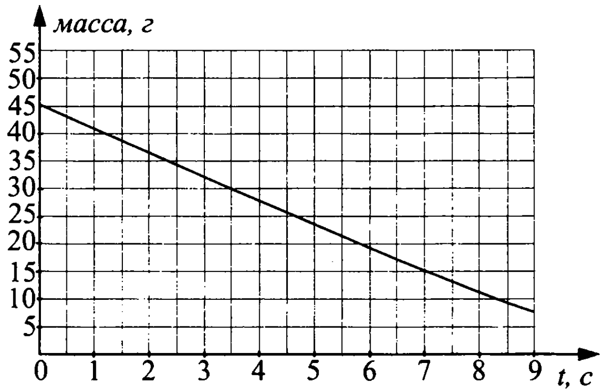


Рис. 89

Ответ: ________________.

3. Фирма закупает комплект одежды для сотрудников. Стоимость одного комплекта одежды для рабочего составляет 3020 рублей, для сотрудника офиса — 4130 рублей. Сколько придётся заплатить фирме, чтобы обеспечить одеждой 7 офисных сотрудников и 15 рабочих? Ответ дайте в рублях.

Ответ: ________________.

4. Известно, что $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{2}{5}$. Одна из точек , отмеченных на числовой прямой, соответствует числу $\frac{3}{a} - 3b$ (см. рис. 90). Укажите эту точку.

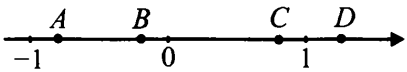


Рис. 90

1) A 2) B 3) C 4) D

5. Укажите выражение, значение которого является наименьшим.

1) $\sqrt{50} + 1$ 2) $\sqrt{81} - \frac{4}{3}$ 3) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{14}$ 4) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

6. Дерево высотой 8,8 м отбрасывает тень. Оно полностью заслоняет от солнца дерево высотой 4 м, находящееся от него на расстоянии 6 м, как показано на рисунке 91. Определите, на какое расстояние отбрасывает тень большее дерево. Ответ дайте в метрах.

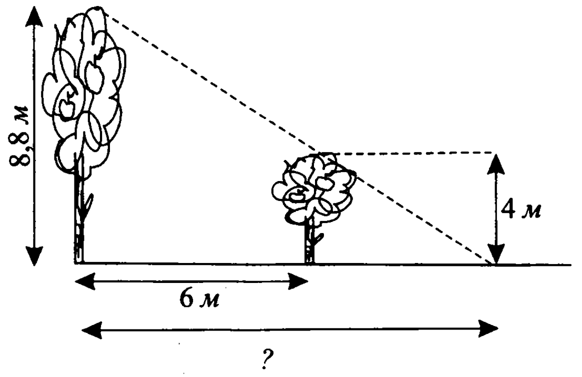


Рис. 91

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $\frac{3x+8}{7x-1}=\frac{2}{3}$.

Ответ: ________________.

8. В трапеции $ABCD$ (см. рис. 92) средняя линия $MN=9$, $\angle ADC=30°$, $S_{ABCD}=45$. Найдите длину CD.

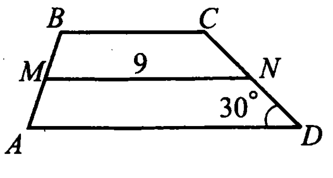


Рис. 92

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\frac{x-5y}{2x}:\frac{x^2-25y^2}{8x}$ и найдите его значение при $x=3$, $y=-\frac{2}{5}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 93) представлены данные об образовании сотрудников некоторого предприятия. Для участия в семинаре случайным образом выбирают одного сотрудника.

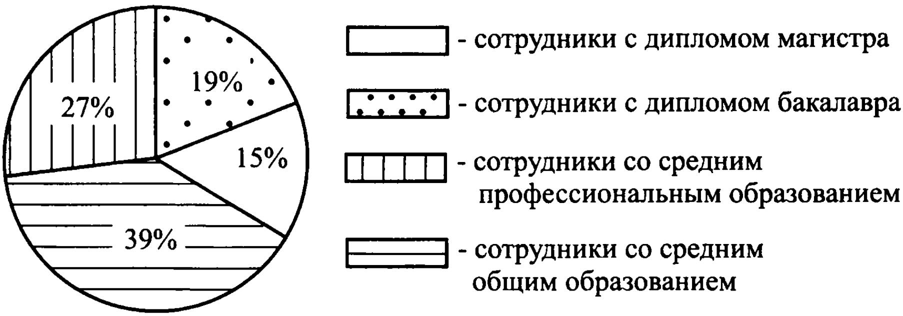


Рис. 93

Вероятность какого из следующих событий наименьшая?

1) Будет выбран сотрудник с дипломом магистра.

2) Будет выбран сотрудник с дипломом бакалавра.

3) Будет выбран сотрудник со средним профессиональным образованием.

4) Будет выбран сотрудник со средним общим образованием.

11. Автомобиль проехал из города A в город B и обратно. На путь из A в B автомобиль потратил 1,5 часа, при этом на путь из B в A он потратил 2,5 часа. Какова средняя скорость автомобиля, если расстояние между городами равно 150 км? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 94 изображён график постоянной функции $y = f(x)$.

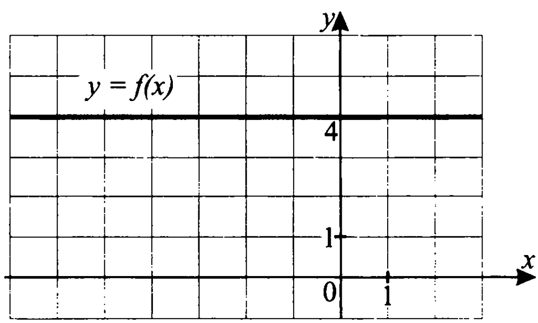


Рис. 94

Какие из следующих утверждений о данной функции **верны**? Запишите их номера.

1) $f(x)$ убывает на $(-\infty; +\infty)$

2) $f(3) = 4$

3) $f(x)$ возрастает на $(0; +\infty)$

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия 5, 3, 1, ... Найдите сумму первых пятнадцати её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности (см.рис.95). Прямая MT касается окружности в точке T. Найдите радиус окружности, если $MO = 26$, $MT = 24$.

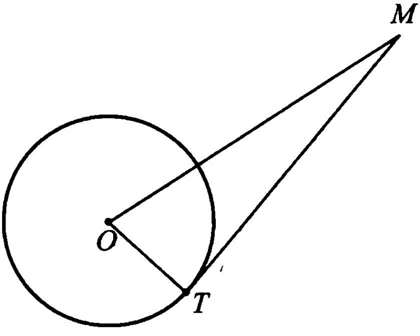


Рис. 95

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **неверны**? Запишите их номера.

1) Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит в точке пересечения биссектрис треугольника.

2) Сумма углов в четырёхугольнике равна 360°.

3) Площадь ромба равна произведению длин его диагоналей.

Ответ: ________________.

16. Найдите наименьшее целое значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} x \geqslant -3x + 1, \\ 5 - 2x \geqslant -1. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $a = \dfrac{v - v_0}{t}$ выразите v_0.

18. Используя рисунок 96, решите систему уравнений $\begin{cases} x - 3y = 3, \\ y - \frac{1}{6}x = -1. \end{cases}$

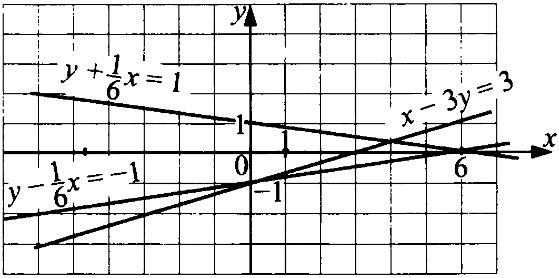


Рис. 96

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{a + 2\sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \dfrac{a + \sqrt{ab} + b}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}$ и найдите его значение при $a = 7$, $b = 3$. В ответе укажите полученное число.

20. В ромбе $MPKT$ на сторонах отмечены четыре точки, делящие стороны в отношении $2 : 3$, считая от вершин M и K. Докажите, что отмеченные точки являются вершинами прямоугольника.

21. Катер рыбнадзора патрулирует участок реки длиной 240 км. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Найдите скорость катера в стоячей воде, если по течению катер проходит патрулируемый участок на 2 часа быстрее, чем против течения.

22. Постройте график функции $y = 2x - x|x| + x^2 + |2x| + \dfrac{x}{|x|}$. Определите, при каких значениях a график этой функции пересекает прямую $y = a$ ровно в одной точке.

23. Продолжение хорды NC за точку N пересекает прямую, содержащую хорду AB окружности, в точке M. Найдите косинус угла M, если точка A лежит между точками B и M, $NC = 8$, $CB = 30$, $MB = 40$, $AB = 34$.

Вариант № 14

Часть 1

1. Какому из заданных промежутков не принадлежит число $-\frac{17}{6}$?

1) $[-8; -2]$ 2) $[-5; -3]$ 3) $[-3; -2]$ 4) $[-4; -1]$

2. На рисунке 97 показано, как изменялась масса груза на складе за день с течением времени. По горизонтали указано время в часах, прошедшее с начала рабочего дня, по вертикали — масса груза (в тоннах). Определите по графику, за какое время (в часах), считая от начала рабочего дня, масса груза уменьшилась на 45 тонн.

Ответ: ________________.

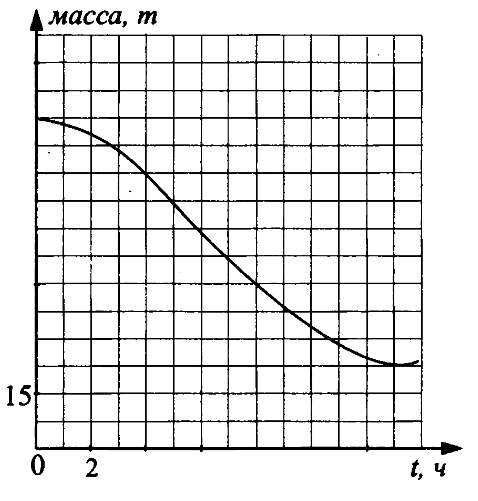


Рис. 97

3. Сельскохозяйственная фирма закупает комплекты защитного оборудования для работников. Комплект для пчеловода стоит 1820 рублей, для овощевода — 5030 рублей. Сколько рублей придётся заплатить фирме, чтобы обеспечить одеждой 4 овощевода и 8 пчеловодов?

Ответ: ________________.

4. Известно, что $x = \frac{5}{6}$, $y = \frac{3}{4}$. Одна из точек, отмеченных на числовой прямой, соответствует числу $12x - y : 3{,}5$ (см. рис. 98). Укажите эту точку.

Рис. 98

1) A 2) B 3) C 4) D

5. Укажите выражение, значение которого является наименьшим.

1) $\sqrt{80}-2$ 2) $\sqrt{60}+2$ 3) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$ 4) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{15}$

6. Дерево высотой 7 м отбрасывает тень. Оно полностью заслоняет от солнца ель высотой 2 м, находящуюся на расстоянии 7 м от большего дерева, как показано на рисунке 99. Определите, на какое расстояние ель отбрасывает тень. Ответ дайте в метрах.

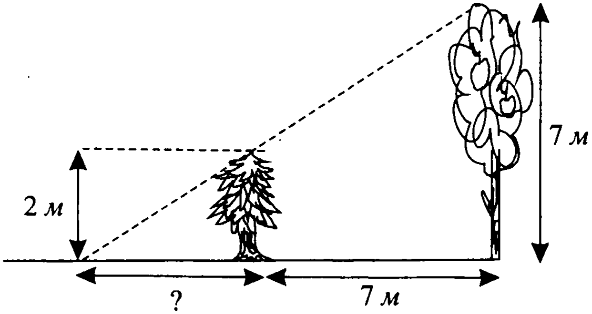


Рис. 99

Ответ: ________________.

7. Решите уравнение $\frac{8x+5}{3x-6}=\frac{4}{5}$.

Ответ: ________________.

8. В трапеции средняя линия равна 12, меньшее основание 5 (см. рис. 100).

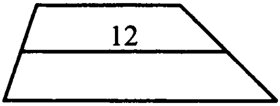


Рис. 100

Найдите длину большего основания.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\frac{x-5y}{2x}:\frac{x^2-25y^2}{8x}$ и найдите его значение при $x=3,\ y=-\frac{2}{5}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 101) представлены данные о числе учеников, сдавших ЕГЭ на данном пункте проведения экзамена, при этом любой ученик сдавал ровно один экзамен. Случайным образом выбирают одного ученика.

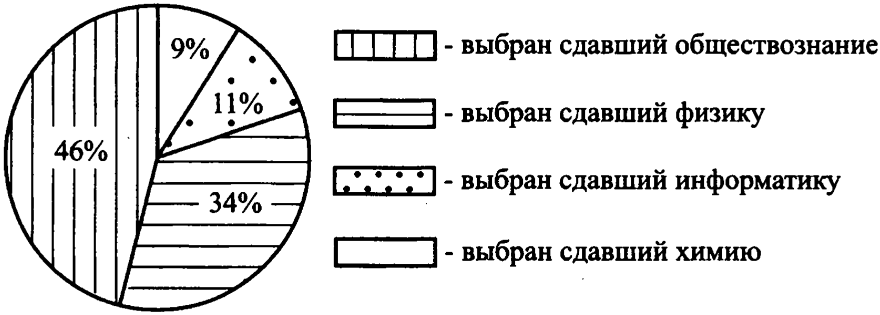


Рис. 101

Вероятность какого из следующих событий наименьшая?

1) Выбран сдавший обществознание.
2) Выбран сдавший информатику.
3) Выбран сдавший физику.
4) Выбран сдавший химию.

11. Велосипедист двигался из города в посёлок, расстояние между которыми равны 54 км, и обратно. На путь в посёлок он потратил 2,5 часа, на путь в город — 2 часа. Найдите среднюю скорость велосипедиста (км/ч).

Ответ: ________________.

12. На рисунке 102 изображён график постоянной функции $y = f(x)$.

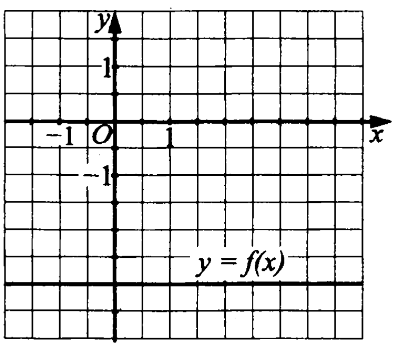


Рис. 102

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера.

1) $f(x)$ возрастает на $[-1; 3]$

2) $f(2) = -3$

3) $f(5) > 0$

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия -8; -5; -2; ... Найдите сумму первых 26-ти её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности радиуса 5, точка P — точка касания окружности и прямой PA. Найдите длину отрезка PA, если $OA = 13$ (см. рис. 103).

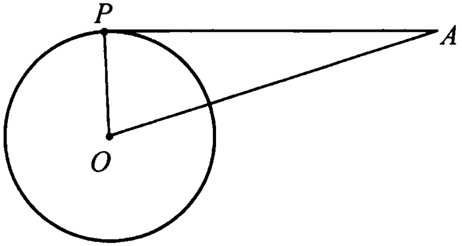


Рис. 103

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Диагонали ромба равны.

2) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

3) У двух прямых не может быть более одной общей точки.

4) В трапеции сумма углов при боковой стороне равна 180°.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее значение y, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} y \geqslant 5y - 2, \\ 3y + 8 \geqslant 4. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $l = l_0 + pt$ выразите p.

18. Используя рисунок 104, решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x + y = 3. \end{cases}$

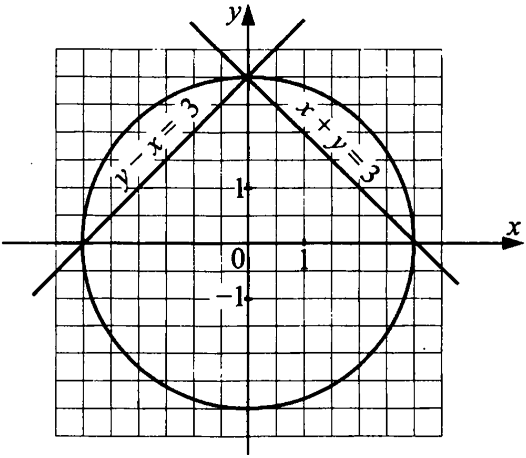


Рис. 104

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} : \dfrac{x + \sqrt{xy} + y}{x + 2\sqrt{xy} + y}$ и найдите его значение при $x = 16,\ y = 9$.

20. В четырёхугольнике $ABCD$ на сторонах отмечены четыре точки, делящие стороны в отношении $1 : 4$, считая от вершин B и D. Докажите, что отмеченные точки являются вершинами параллелограмма.

21. Катер рыбнадзора начал преследовать катер браконьеров, когда между ними было 500 м и достиг его через 20 минут. Какова собственная скорость катера рыбнадзора, если скорость течения реки 2 км/ч, скорость катера браконьеров против течения реки 18 км/ч?

22. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{3}{x}\right| - 2x + \dfrac{3}{x} + |2x|$ и определите, при каких значениях a этот график имеет ровно одну общую точку с прямой $y = x + a$.

23. Прямые, содержащие хорды AB и PK окружности, пересекаются в точке T за пределами круга. Точка K лежит на отрезке PT. Найдите косинус угла T, если $PB = 48$, $PK = 50$, $TA = 8$, $TB = 13$.

Вариант № 15

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $2{,}7 \cdot \frac{4}{9}$	1) $\frac{18}{5}$
Б) $3 : \frac{5}{6}$	2) 1,3
В) $0{,}9 + \frac{2}{5}$	3) 1,2
	4) $\frac{5}{18}$

Ответ:

А	Б	В

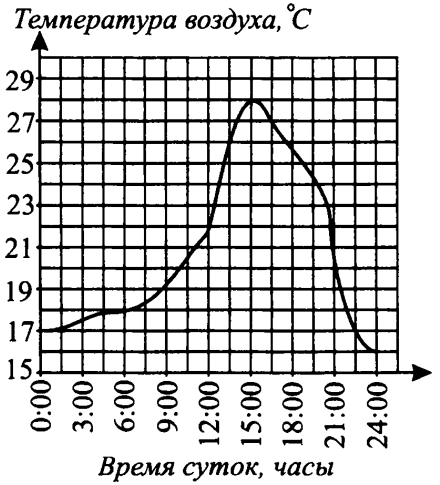


Рис. 105

2. На рисунке 105 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры. Ответ укажите в градусах Цельсия.

Ответ: ________________.

3. На одном из рудников Сибири содержание меди в руде определяется отношением 1 : 5 массы меди к массе пустой породы. Определите, сколько тонн меди получили из 36 тонн руды.

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (см. рис. 106) отмечены числа b и c.

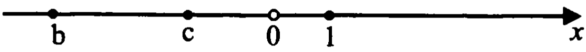


Рис. 106

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $b+c$ 2) $2b$ 3) $-c$ 4) bc

5. Значение какого из выражений является рациональным?

1) $(\sqrt{7}+1):2$ 2) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{14}$ 3) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ 4) $(\sqrt{5}-1)\cdot\sqrt{5}$

6. Определите ширину реки NN_1 (в метрах), если известны расстояния $KM = 56$ м, $KM_1 = 35$ м, $KN_1 = 49$ м и $\angle M = \angle M_1$ (см. рис. 107).

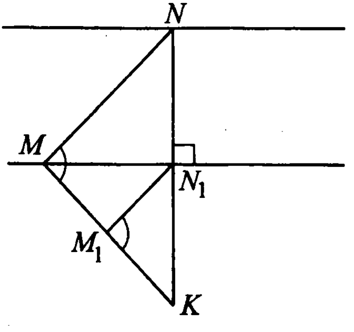


Рис. 107

Ответ: ________________.

7. Найдите наибольший корень уравнения $x^2 - 5x - 14 = 0$.

Ответ: ________________.

8. Боковая сторона трапеции равна 4, а один из прилегающих к ней углов равен 30°. Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2,6 и 7,4 (см. рис. 108).

Ответ: ________________.

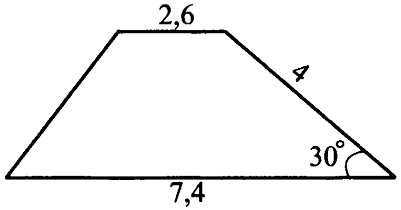


Рис. 108

9. Упростите выражение $(6 - x)^2 - x(x + 12)$ и найдите его значение при $x = \frac{1}{24}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме показано распределение (в процентах) девятиклассников школы (см. рис. 109).

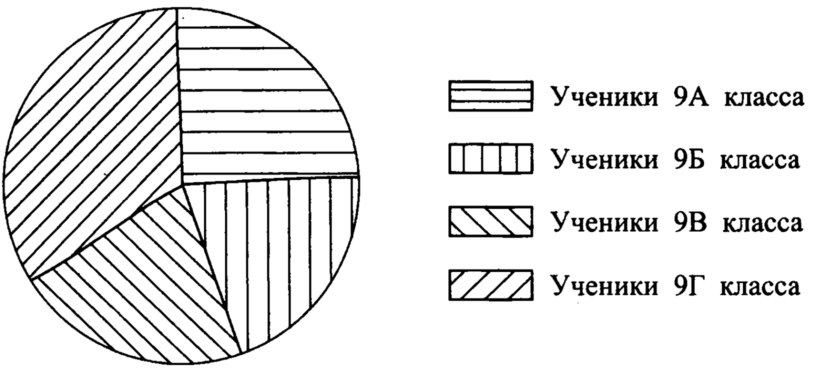


Рис. 109

Для участия в игре «Что? Где? Когда?» в команду школы случайным образом выбирают одного девятиклассника. Вероятность какого из перечисленных событий наибольшая?

1) Будет выбран ученик 9А класса.
2) Будет выбран ученик 9Б класса.
3) Будет выбран ученик 9В класса.
4) Будет выбран ученик 9Г класса.

11. В корзине лежат 8 яблок, 2 груши, 3 апельсина и 2 мандарина. Какова вероятность, что наугад взятый фрукт окажется апельсином?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 110 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

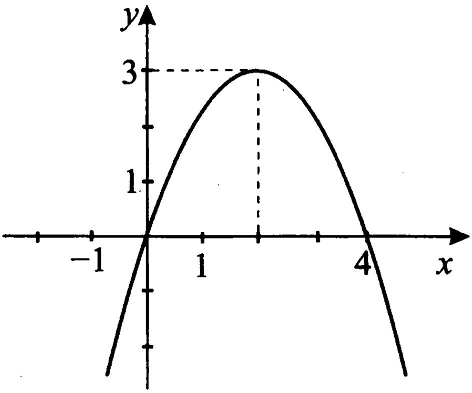


Рис. 110

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера.

1) $f(x) < 0$ при $x > 3$
2) $f(1) > f(5)$
3) Наименьшее значение функции равно 3

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия 4, 6, 8, ... Найдите сумму первых пятидесяти её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности (см. рис. 111), $\angle BOC = 80°$. Найдите величину угла BAC (в градусах).

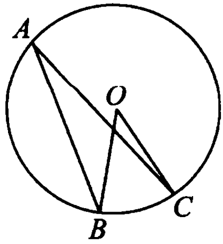


Рис. 111

Ответ: ________________.

15. Запишите номера **верных** утверждений.

1) Около любого прямоугольника можно описать окружность.
2) Площадь прямоугольника равна половине произведения его сторон.
3) Сумма углов треугольника равна 180°.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 3x + 12 \leqslant 0, \\ x + 7 \geqslant 1. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы площади ромба $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ выразите длину диагонали d_2.

18. Используя рисунок 112, решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 4, \\ 3x - 7y = -18. \end{cases}$$

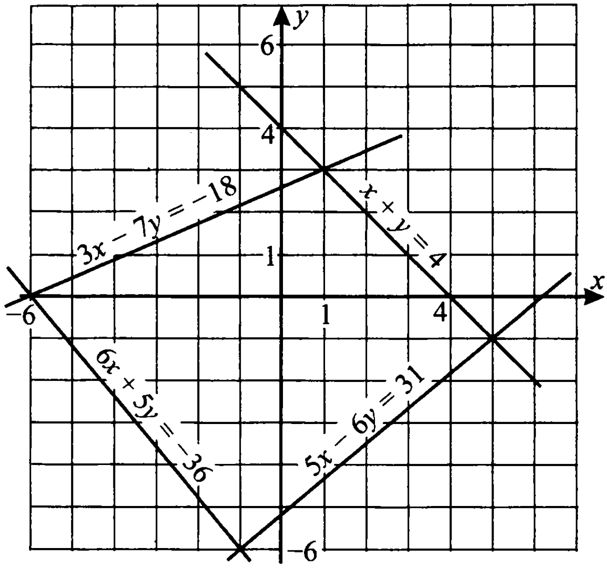


Рис. 112

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{1}{a-1} + \dfrac{5a}{(a-1)^2} : \dfrac{5a}{a^2-1} - \dfrac{3a}{a-1}$.

20. На рисунке 113 выполняется $\angle LFK = \angle FLE$, $LE = FK$. Докажите, что $FE = LK$.

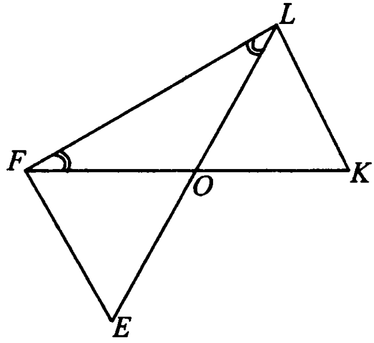


Рис. 113

21. Геологи проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние по течению реки, затем причалили к берегу и, обследовав берег в течение 4 часов, вернулись обратно через 10 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 4 км/ч, а собственная скорость лодки 8 км/ч?

22. Постройте график функции $y = x^2 - |3x| - x$ и определите, при каких значениях C прямая $y = C$ имеет с этим графиком ровно три общие точки.

23. В треугольнике ABC стороны AC, AB, BC равны $2\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$ и 2 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC, причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке отличной от B. Известно, что треугольник с вершинами K, A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC, если $\angle KAC > 90°$.

Вариант № 16

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $\frac{2}{7} \cdot 2{,}1$	1) 1,25
Б) $1 : \frac{8}{5}$	2) $\frac{5}{8}$
В) $1{,}5 - \frac{1}{4}$	3) 1,2
	4) 0,6

Ответ:

А	Б	В

2. На рисунке 114 показано, как изменялась температура воды в море на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры. Ответ укажите в градусах Цельсия.

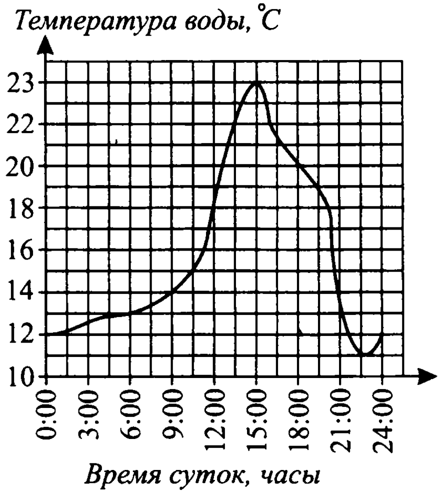


Рис. 114

Ответ: ________________.

3. В железной руде на 14 частей железа приходится 6 частей примесей. Сколько тонн примесей в руде, которая содержит 147 тонн железа?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (см. рис. 115) отмечены числа a и b.

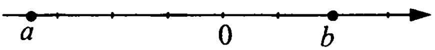


Рис. 115

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $a+b$ 2) $-a$ 3) $2b$ 4) $a-b$

5. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$ 2) $\sqrt{4}\cdot\sqrt{12}$ 3) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{50}}$ 4) $(\sqrt{3}-1)^2$

6. Определите ширину реки CC_1 (в метрах), если известны расстояния $AB = 50$ м, $AB_1 = 32$ м, $AC_1 = 36$ м и $\angle B = \angle B_1$ (см. рис. 116).

Ответ: ________________.

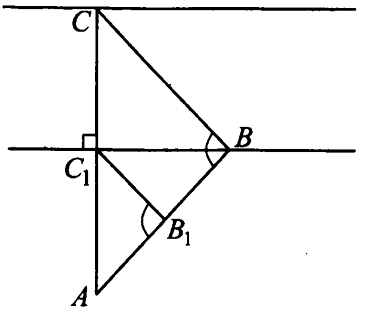


Рис. 116

7. Найдите наименьший корень уравнения $x^2 + 9x - 10$.

Ответ: ________________.

8. В равнобедренной трапеции основания равны 5 и 11, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45°.
Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a}\right) \cdot \frac{a^2 - b^2}{b}$ и найдите его значение при $a = 1$, $b = -0{,}5$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. Результаты экзаменационной работы по математике в девятых классах представлены на круговой диаграмме. Сколько примерно учащихся сдали работу на «отлично», если в школе 120 девятиклассников (см. рис. 117)?

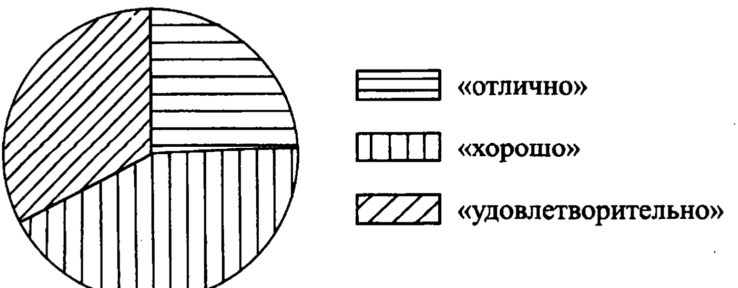


Рис. 117

1) менее 20 2) около 30 3) около 40 4) более 50

11. В корзине лежат шары одинакового размера: 6 красного цвета, 8 синего, 4 зелёного, 2 белого. Коля наугад выбрал один шар. Найдите вероятность того, что шар окажется белого цвета.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 118 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

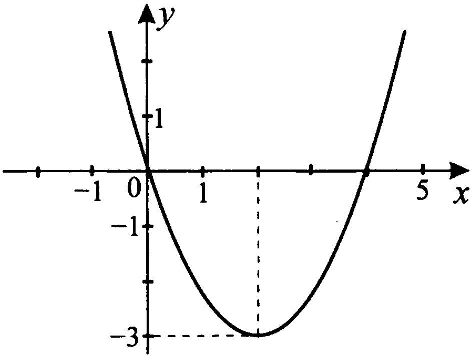


Рис. 118

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера.

1) Функция убывает на промежутке $[2; +\infty)$
2) $f(0) = f(4)$
3) $f(-2) = f(3)$

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия 5, 7, 9, ... Найдите сумму первых сорока её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности (см. рис. 119), $\angle BAC = 30°$. Найдите величину угла COB (в градусах).

Ответ: ________________.

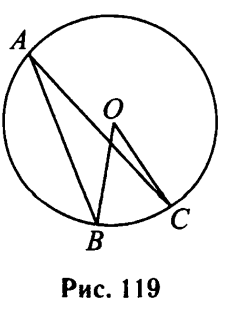


Рис. 119

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) Около любого параллелограмма можно описать окружность.

2) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к гипотенузе.

3) Сумма углов параллелограмма равна 360°.

Ответ: ________________.

16. Найдите наименьшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 7x + 28 \geqslant 0, \\ x - 5 \leqslant -3. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$ выразите $\cos\alpha$.

18. Используя рисунок 120, решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 4, \\ 5x - 6y = 31. \end{cases}$

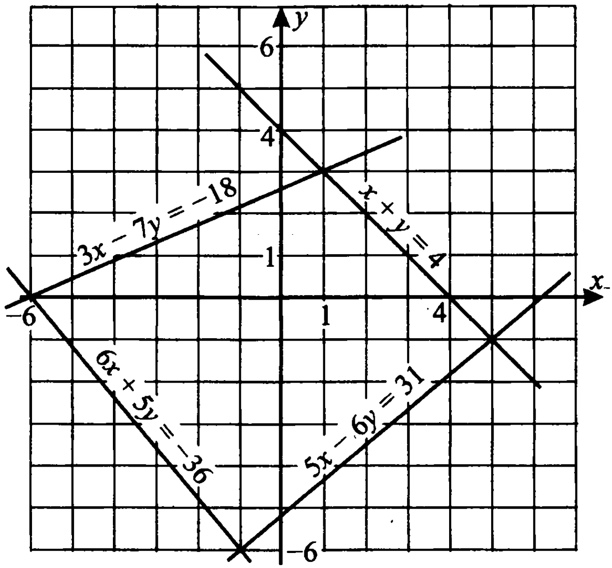


Рис. 120

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение

$$\frac{8}{2c+1} + \frac{9c}{(2c+1)^2} : \frac{9c}{4c^2-1} - \frac{4c+8}{2c+1}.$$

20. На рисунке 121 выполняется $\angle DAC = \angle DBC$, $AO = BO$. Докажите, что $AC = BD$.

21. Рыболовы отплыли на лодке от пристани по течению реки на некоторое расстояние, бросили якорь, 3 часа ловили рыбу и вернулись обратно через 9 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани от-

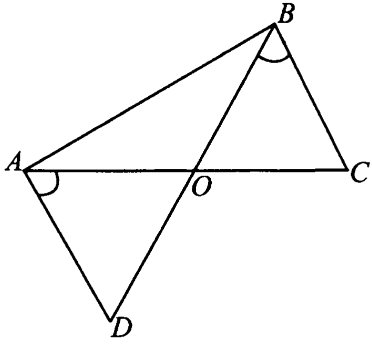


Рис. 121

плыли рыболовы, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

22. Постройте график функции $y = 3x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ имеет с этим графиком ровно три общие точки.

23. В треугольнике ABC стороны AC, AB, BC равны $2\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$ и 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC, причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B. Известно, что треугольник с вершинами K, A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC, если $\angle KAC > 90°$.

Вариант № 17

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение выражения
А) $\frac{2}{5} + 0{,}2$	1) 0,8
Б) $5 - 4{,}6$	2) 0,6
В) $4{,}8 \cdot \frac{5}{16}$	3) 1,5
	4) 0,4

Ответ:

А	Б	В

2. На графике показано дневное количество осадков (в миллиметрах) в городе N за первую половину марта 2012 года (см. рис. 122). Определите по графику, какое наибольшее количество осадков за день (в миллиметрах) было в первую неделю марта.

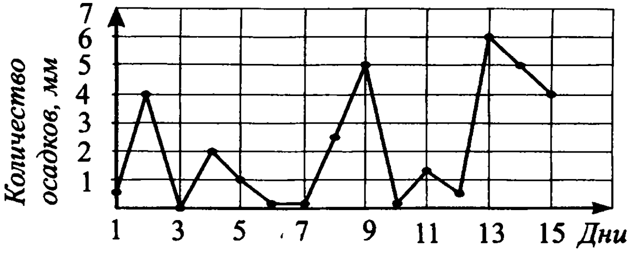


Рис. 122

Ответ: ________________.

3. Мальчик и девочка собрали 120 орехов. Сколько орехов собрал мальчик, если известно, что он собрал их в 3 раза больше, чем девочка?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа x и y (см. рис. 123).

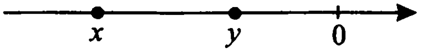


Рис. 123

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $y - x$ 2) $y + x$ 3) $2x$ 4) $x - y$

5. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{18} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{15})(\sqrt{15} - 3\sqrt{3})}{\sqrt{2}}$.

1) 36 2) -36 3) 12 4) $3\sqrt{2}$

6. На сколько метров от точки A удалено дерево на другой стороне реки (см. рис. 124), если $AB = 12$ м, $CD = 10$ м и $AC = 50$ м.

Ответ: ________________.

7. Найдите корни уравнения $2x - 8x^2 + 1 = 0$.

Ответ: ________________.

8. Основание равнобедренного треугольника равно 8, угол при основании равен 45° (см. рис. 125). Найдите площадь треугольника.

Ответ: ________________.

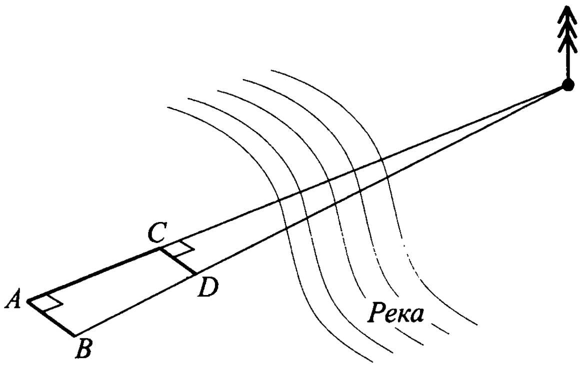


Рис. 124

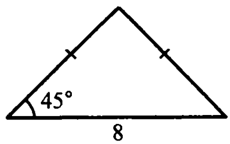


Рис. 125

9. Упростите выражение $3x(3x-1)-(2-3x)^2$ и найдите его значение при $x=\frac{1}{3}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На гистограмме (см. рис. 126) показаны результаты контрольной работы по математике в 5 классе. Найдите вероятность того, что наугад выбранный ученик этого класса получил по этой контрольной четвёрку.

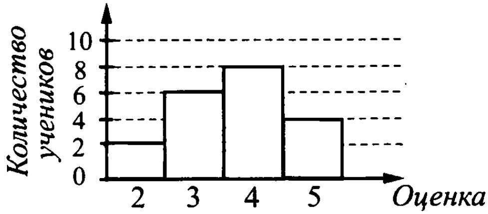


Рис. 126

Ответ: ________________.

11. Результаты контрольной работы по математике в 9 классе записаны в таблице.

Оценка	2	3	4	5
Количество учеников	3	9	5	3

Найдите среднюю оценку класса по этой контрольной.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 127 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

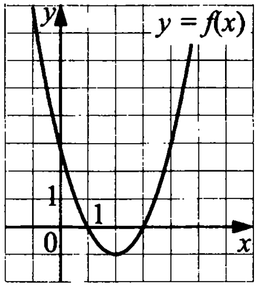


Рис. 127

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера.

1) $f(0) > 0$

2) Функция достигает своего наименьшего значения в точке 2

3) Наименьшее значение функции равно 2

4) $f(x) < 0$, при $x \in (1; 2)$

Ответ: ________________.

13. Дана геометрическая прогрессия $-1, 2, -4, \ldots$. Найдите разность между восьмым и седьмым членами этой прогрессии.

Ответ: ________________.

14. На окружности с центром в точке O лежат точки A, B и C, $\angle BAC = 35°$ (см. рис. 128). Сколько градусов составляет $\angle ABC$?

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

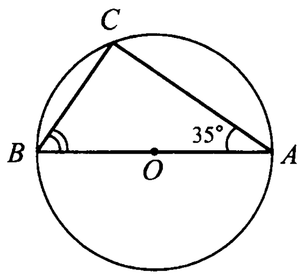


Рис. 128

2) Если сторона, один из прилежащих к ней углов и противолежащий ей угол одного треугольника соответственно равны стороне, одному из прилежащих к ней углов и противолежащему этой стороне углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

3) Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Ответ: ________________.

16. Найдите наименьшее натуральное число, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} 18 - 2x \geqslant 1, \\ 3x - 10 > 1 - x. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $S = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$ выразите a.

18. Пользуясь рисунком 129, укажите номера областей, составляющих решение неравенства $(x - y)(x + y) \geqslant 0$.

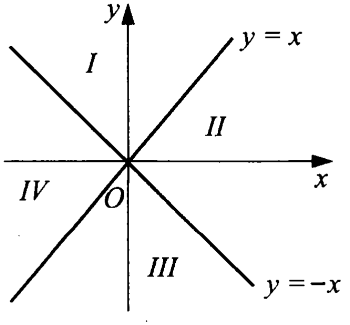


Рис. 129

1) I 2) I и II 3) I и III 4) II и IV

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{2x^2-3x+1}{1-x^2}-\dfrac{3x-9}{x^2-2x-3}$.

20. Докажите, что если в n-угольник можно вписать окружность, то его площадь равна произведению полупериметра на радиус вписанной окружности.

21. Цена телевизора в магазине ежегодно уменьшается на один и тот же процент по сравнению с предыдущим годом. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена телевизора, если, выставленный на продажу за 40 000 рублей, через два года он был продан за 22 500 рублей.

22. Постройте график функции $f(x)=-\dfrac{(x^2+3x+2)\cdot|x-5|}{x+1}$ и определите, при каких значениях параметра c уравнение $f(x)=c$ имеет ровно два корня.

23. Окружности радиусов 2 и 6 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке K. Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B и пересекается с общей касательной, проходящей через точку K, в точке C. Найдите площадь треугольника O_1CO_2.

Вариант № 18

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение выражения
А) $\frac{3}{4}+0{,}1$	1) 0,2
Б) $\frac{4}{5}-0{,}5$	2) 0,3
В) $2{,}1:\frac{6}{5}$	3) 0,85
	4) 1,75

Ответ:

А	Б	В

2. На графике показано дневное количество осадков (в миллиметрах) в городе N за первую половину марта 2012 года (см. рис. 130). Определите по графику, в какой день первой недели марта выпало наибольшее количество осадков.

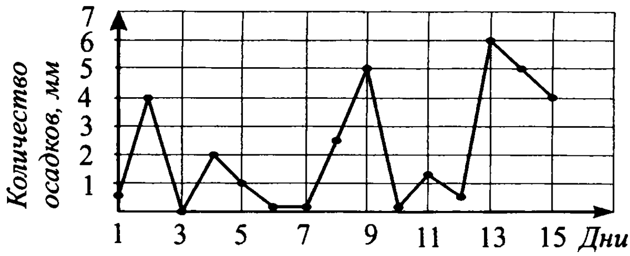


Рис. 130

Ответ: ________________.

3. Мальчик и девочка собирали орехи. Мальчик собрал 15 орехов. Известно, что на каждые 3 ореха, собранные мальчиком, приходится 4 ореха, собранные девочкой. Сколько орехов они собрали вместе?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа x и y (см. рис. 131).

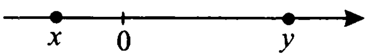


Рис. 131

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $y - x$ 2) $y + x$ 3) $-4x$ 4) $x - y$

5. Найдите значение выражения $\dfrac{(6+4\sqrt{2})(\sqrt{2}-2)}{2+\sqrt{2}}$.

1) 2 2) $\sqrt{2}$ 3) -2 4) $2+\sqrt{2}$

6. На сколько метров от точки A удалено дерево на другой стороне реки (см. рис. 132), если $AB = 10$ м, $CD = 8$ м и $AC = 30$ м.

Ответ: ________________.

7. Найдите корни уравнения $3x - 2x^2 + 2 = 0$.

Ответ: ________________.

8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10, угол при основании равен 45° (см. рис. 133). Найдите площадь треугольника.

Ответ: ________________.

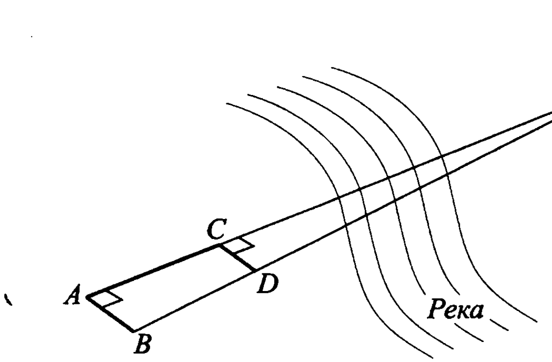


Рис. 132

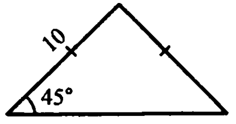


Рис. 133

9. Упростите выражение $8x(2x-4)-(2-4x)^2$ и найдите его значение при $x=\frac{1}{4}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На гистограмме (см. рис. 134) показаны результаты контрольной работы по математике в 5 классе. Найдите вероятность того, что наугад выбранный ученик этого класса получил по этой контрольной положительную оценку (то есть не двойку).

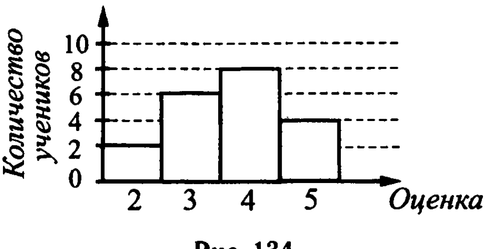


Рис. 134

Ответ: ________________.

11. Результаты контрольной работы по математике 9 класса записаны в таблице.

Оценка	2	3	4	5
Количество учеников	1	8	7	4

Найдите среднюю оценку класса по этой контрольной.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 135 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции верны? Запишите их номера.

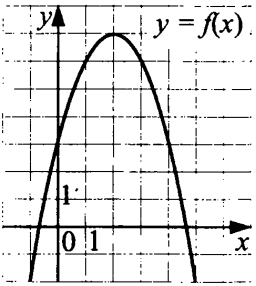


Рис. 135

1) $f(0) > 0$

2) $f(0) \neq f(4)$

3) Функция достигает своего наибольшего значения в точке 2

4) $f(x) > 0$ тогда и только тогда, когда $x \in (1; 3)$

Ответ: ________________.

13. Дана геометрическая прогрессия $\frac{1}{8}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \ldots$. Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии.

Ответ: ________________.

14. На окружности с центром в точке O лежат точки A, B, C и D, $\angle BAC = 40°$ (см. рис. 136). Сколько градусов составляет $\angle BDA$?

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Если радиусы описанных вокруг треугольников окружностей равны, то такие треугольники равны.

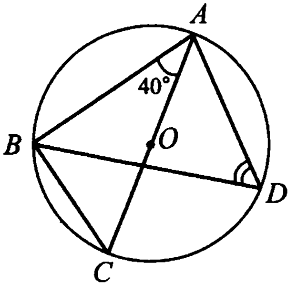


Рис. 136

2) Если треугольники равны, то равны радиусы их описанных окружностей.

3) В равнобедренном треугольнике центры вписанной и описанной окружностей совпадают.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее натуральное число, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} 12 - 3x > 4, \\ 5x - 1 \geqslant 1 - 2x. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $T = \dfrac{2\pi R}{\nu}$ выразите R.

18. Пользуясь рисунком 137, укажите номера областей, составляющих решение неравенства $(y - 2x)(x + y) \leqslant 0$.

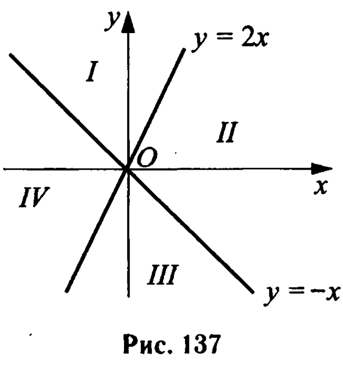


Рис. 137

1) I 2) I и II 3) I и III 4) II и IV

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{5x^2-7x-6}{x^2-x-2}+\dfrac{4}{(x+1)^2}:\dfrac{2}{x+1}$.

20. Докажите, что если в треугольнике центр описанной окружности совпадает с точкой пересечения медиан, то этот треугольник — правильный.

21. Цена телевизора в магазине ежегодно уменьшается на один и тот же процент по сравнению с предыдущим годом. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена телевизора, если, проданный за 40 000 рублей, он был выставлен на продажу двумя годами ранее по цене 62 500 рублей.

22. Постройте график функции $f(x)=-\dfrac{(x^2+7x+10)\cdot|x-4|}{x+2}$ и определите, при каких значениях параметра c уравнение $f(x)=c$ имеет ровно три корня.

23. Окружности радиусов 2 и 6 касаются внешним образом в точке K. Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B. Найдите площадь треугольника AKB.

Вариант № 19

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $\frac{5}{3}\cdot 2{,}7$	1) -7
Б) $2:\frac{4}{11}$	2) 5,5
В) $-3{,}5-\frac{7}{2}$	3) 0
	4) 4,5

Ответ:

А	Б	В

2. На графике (см. рис. 138) показано изменение температуры воздуха в течение нескольких часов. Сколько часов продолжалось повышение температуры?

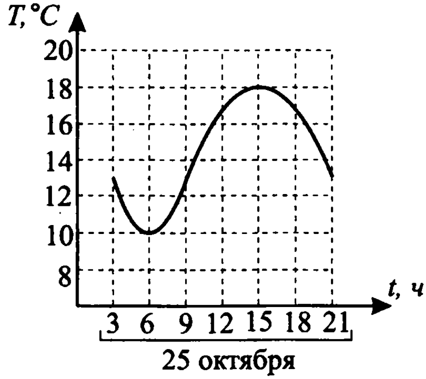


Рис. 138

Ответ: ________________.

3. В составе колбасы мясо и остальные ингредиенты находятся в отношении 1 : 19. Сколько грамм мяса в куске колбасы массой 300 г?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа m и n (см. рис. 139).

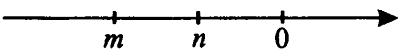


Рис. 139

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) n 2) $m+n$ 3) $-n-m$ 4) $-m$

5. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $(\sqrt{16}+\sqrt{6})^2$ 2) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ 3) $(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$ 4) $\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}$

6. Человек ростом 2 м видит верхушку дерева и край крыши дома (см. рис. 140). Высота дерева 4 м, расстояние от человека до дерева 4 м, от дерева до дома 6 м. Определите высоту дома (в метрах).

Ответ: ________________.

7. Найдите модуль разности корней уравнения $x^2+4x+3=0$.

Ответ: ________________.

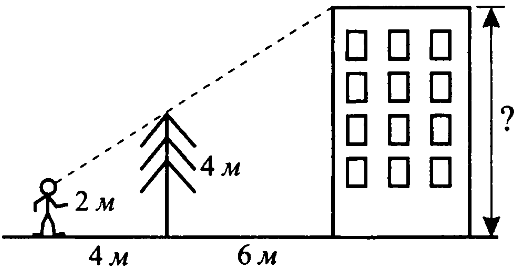


Рис. 140

8. В прямоугольном равнобедренном треугольнике высота равна 3 (см. рис. 141). Найдите его площадь.

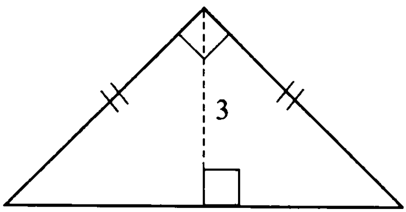


Рис. 141

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $(3 - b)^2 - b(b + 5)$ и найдите его значение при $b = -\frac{2}{11}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

Рис. 142

10. На круговой диаграмме (см. рис. 142) показано распределение (в %) школьников, посещающих секции и кружки в Доме творчества. Случайным образом выбирают одного школьника. Какова вероятность, что он не окажется спортсменом?

Ответ: ________________.

11. В процессе подготовки к соревнованиям стрелок записывал количество поражённых им целей в течение недели:

день	пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
поражено целей	28	31	27	30	31	29	34

Сколько целей в среднем поражал стрелок?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 143 изображена гипербола $y = f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции верны?

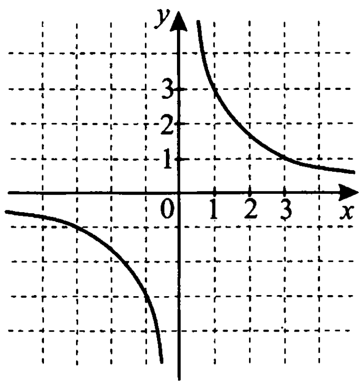


Рис. 143

1) Функция убывает на промежутке $[2;\ 3]$

2) Уравнение $f(x) = 0$ не имеет решений

3) Функция убывает на промежутке $[-\infty;\ +\infty]$

Ответ: ________________.

13. Дана геометрическая прогрессия 24, 6, $\frac{3}{2}$, ... Найдите сумму всех её членов.

Ответ: ________________.

14. BD — биссектриса $\angle ABC$, точка O — центр окружности, $\angle AOD = 90°$ (см. рис. 144). Найдите величину $\angle ABC$ (в градусах).

Ответ: ________________.

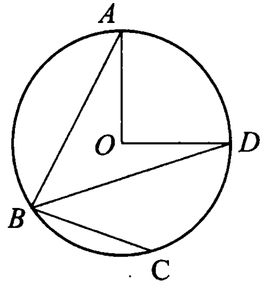


Рис. 144

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) У трапеции есть ось симметрии.

2) Точка пересечения медиан треугольника является центром описанной окружности.

3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее целое значение k, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 3x + 15 \geqslant 0, \\ 3 - x > 5. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $\rho V = \dfrac{m}{M}RT$ выразите R.

18. Решите неравенство $x^2 - 8x + 7 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\left(1 - \dfrac{3a+b}{a-b}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{2a+b}{a+2b}\right) : \left(1 + \dfrac{3b^2}{a^2-4b^2}\right)$.

20. Докажите, что если около параллелограмма можно описать окружность, то этот параллелограмм — прямоугольник.

21. Два рабочих, работая вместе, выполняют заказ за 2 ч 55 мин. Сколько времени каждый из них потратил бы на эту работу, работая в одиночку, если известно, что один из них выполнил бы эту работу на 2 ч быстрее другого?

22. Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 8|$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком четыре общих точки.

23. В $\triangle ABC$, площадь которого $3\sqrt{3}$, угол A острый, $AB = 4$, $AC = 3$. Найдите радиус окружности, описанной около $\triangle ABC$.

Вариант № 20

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $-1{,}9 + 2{,}8$	1) $\frac{9}{10}$
Б) $\frac{3}{7} : \frac{6}{35}$	2) $-3{,}5$
В) $\frac{7}{3} - \frac{35}{6}$	3) $2{,}5$
	4) $\frac{7}{2}$

Ответ:

А	Б	В

2. На графике (см. рис. 145) показано изменение температуры воздуха в течение нескольких часов. Сколько часов продолжалось понижение температуры?

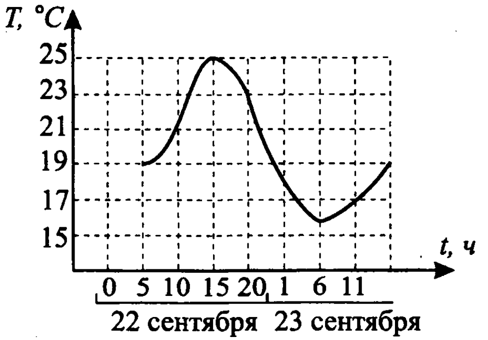


Рис. 145

Ответ: ________________.

3. В составе сосисок мясо и остальные ингредиенты находятся в отношении 4 : 41. Сколько граммов мяса в 900 г сосисок?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа p и q (см. рис. 146).

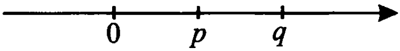


Рис. 146

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $-q$ 2) $p - q$ 3) $-p - q$ 4) p

5. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\sqrt{8} - \sqrt{2}$ 2) $(\sqrt{3} + \sqrt{4})^2$ 3) $\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$ 4) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

6. Человек ростом 2 м видит верхушку дерева и край крыши дома (см. рис. 147). Высота дома 7 м, расстояние от человека до дерева 4 м, от дерева до дома 6 м. Определите высоту дерева (в метрах).

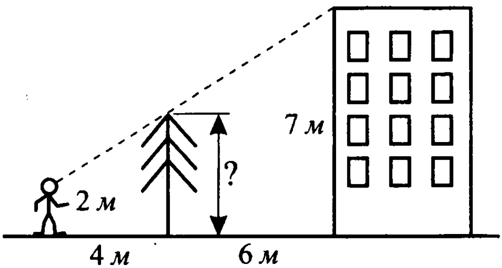


Рис. 147

Ответ: ________________.

7. Найдите модуль разности корней уравнения $x^2 + 5x + 6 = 0$.

Ответ: ________________.

8. В прямоугольном равнобедренном треугольнике гипотенуза равна 8 (см. рис. 148). Найдите его площадь.

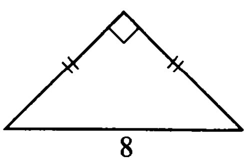


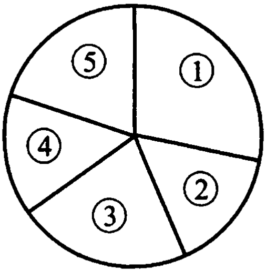
Рис. 148

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $k(5-k)+(4+k)^2$ и найдите его значение при $k=-\frac{1}{13}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 149) показано распределение (в %) школьников, посещающих секции и кружки в Доме творчества. Случайным образом выбирают одного школьника. Какова вероятность, что он окажется спортсменом?



① *Театральный кружок,* 30%

② *Секция бокса,* 15%

③ *Секция борьбы,* 20%

④ *Кружок кулинарии,* 15%

⑤ *Кружок вязания,* 20%

Рис. 149

Ответ: ________________.

11. В процессе подготовки к соревнованиям стрелок записывал количество поражённых им целей в течение недели:

день	пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
кол-во	43	41	47	46	51	50	51

Сколько целей в среднем поражал стрелок?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 150 изображена гипербола $y=f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции верны? Запишите их номера.

1) Уравнение $f(x)=0$ не имеет решений

2) Функции возрастает на промежутке $[-\infty;\ +\infty]$

3) $f(-3)>f(10)$

Ответ: ________________.

13. Дана геометрическая прогрессия 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, ... Найдите сумму всех её членов.

Ответ: ________________.

14. AC — диаметр окружности (см. рис. 151). Найдите величину $\angle ABC$ (в градусах).

Ответ: ________________.

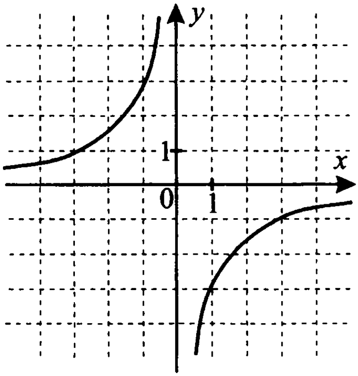


Рис. 150

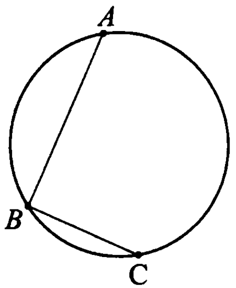


Рис. 151

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

2) Центр описанной окружности лежит на пересечении высот треугольника.

3) У параллелограмма есть центр симметрии.

Ответ: ________________.

16. Найдите наименьшее целое значение x, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} 3x + 12 \leqslant 0, \\ x + 8 > 2. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ выразите m_2.

18. Решите неравенство $x^2 - 8x + 15 \leqslant 0$.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение: $\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\cdot\frac{2a^2-2b^2}{a^2+b^2}$.

20. Докажите, что если около трапеции можно описать окружность, то эта трапеция равнобедренная.

21. На путь по течению реки катер потратил 1 час и проплыл 15 км. На обратный путь катер затратил 90 мин. Найдите собственную скорость катера и скорость течения (в км/ч).

22. Постройте график функции $y=|x^2-6x+5|$ и определите, при каких значениях a прямая $y=a$ имеет с графиком четыре общие точки.

23. В $\triangle ABC$, площадь которого $3\sqrt{3}$, угол A острый, $AB=4\sqrt{3}$, $AC=3$. Найдите радиус окружности, описанной около $\triangle ABC$.

Вариант № 21

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{3}{4}-1\right)^2\cdot 8+5$.

Ответ: ________________.

2. На графике изображена зависимость высоты тела (в метрах), брошенного вниз с некоторой скоростью, от времени (в секундах) (см. рис. 152). Спустя какое время после начала движения это тело будет находиться на высоте 5 м? (Ответ дайте в секундах).

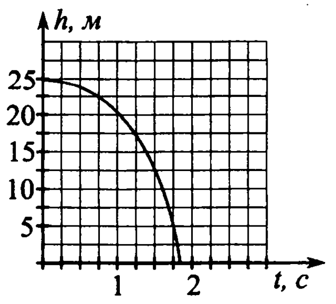


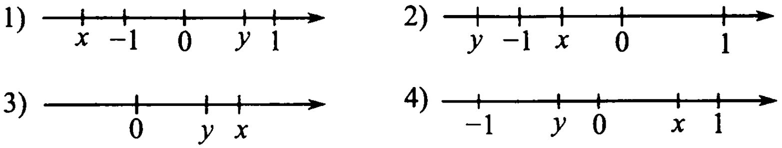
Рис. 152

Ответ: ________________.

3. В классе 27 человек, причём мальчиков в 1,25 раз больше, чем девочек. Сколько мальчиков в классе?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа x и y. Какой из рисунков соответствует условию $x^2 < y^2$?



5. Сравните предложенные числа. В ответе укажите наименьшее из них.

1) $3\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 4 4) $\sqrt{15}$

6. Удочка закреплена на берегу с помощью двух креплений A и B, как показано на рис. 153 Крепление B находится на расстоянии 40 см от одного конца удочки и 1,2 м от другого. На сколько поднимется длинный конец удочки, если короткий опустить на 5 см? (Считается, что крепление B неподвижно). Ответ дайте в сантиметрах.

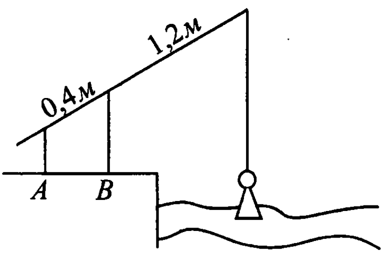


Рис. 153

Ответ: ________________.

7. Найдите наибольший корень уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Ответ: ________________.

8. В равнобедренной трапеции $ABCD$ отрезок $CH = 4$ является высотой, $BC = 4$ и $CD = 5$ (см. рис. 154). Найдите площадь этой трапеции.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $(a + b)^2 + (a - b)^2$ и найдите его значение при $a = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $b = \sqrt{3}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

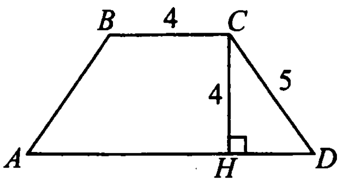


Рис. 154

10. В мешке 50 карточек с числами от 1 до 50. 17 математиков, 15 физиков и 18 химиков по очереди вытаскивают карточки из мешка. Какова вероятность того, что карточку с числом 13 вытащит один из математиков?

Ответ: ________________.

11. Программист посчитал, сколько раз он опоздал на работу в течение каждого месяца в году и получил следующий ряд данных: 1, 0, 3, 5, 2, 0, 10, 5, 3, 1, 3, 0.

Найдите медиану этого ряда данных.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 155 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

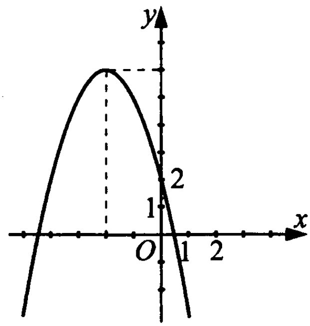


Рис. 155

Запишите номера верных утверждений.

1) Наибольшее значение функции $y = f(x)$ равно 6.

2) наибольшее значение функции достигается при $x = 2$.

3) $f(-3) \geqslant f(-1)$.

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия с первым членом $a_1 = 5$. Найдите разность этой прогрессии, если сумма первых семнадцати её членов равна 51.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности, $\angle ABC = 145°$ (см. рис. 156). Найдите величину угла AOC (ответ дайте в градусах).

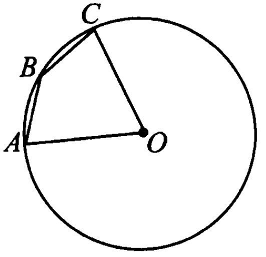


Рис. 156

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

2) Диагонали ромба равны.

3) Вокруг равнобедренной трапеции можно описать окружность.

Ответ: ________________.

16. Для каждой системы неравенств укажите множество решений.

Выражение	Значение
А) $\begin{cases} x+3>1 \\ -x-1<2 \end{cases}$	1) нет решений
Б) $\begin{cases} 1<x \\ 1-x>2 \end{cases}$	2) $x<3$
В) $\begin{cases} 1-2x<5 \\ 2x-3<x \end{cases}$	3) $x>-2$
	4) $-2<x<3$

Ответ: ________________.

17. Из формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии $S = \dfrac{b_1}{1-q} \cdot h$ выразите q.

18. Используя рисунок 157, решите систему уравнений $\begin{cases} 3y+4x+9=0, \\ 4y-3x=13. \end{cases}$

1) $(-3;1)$ 2) $(1;4)$ 3) $(4;0)$ 4) $(0;-3)$

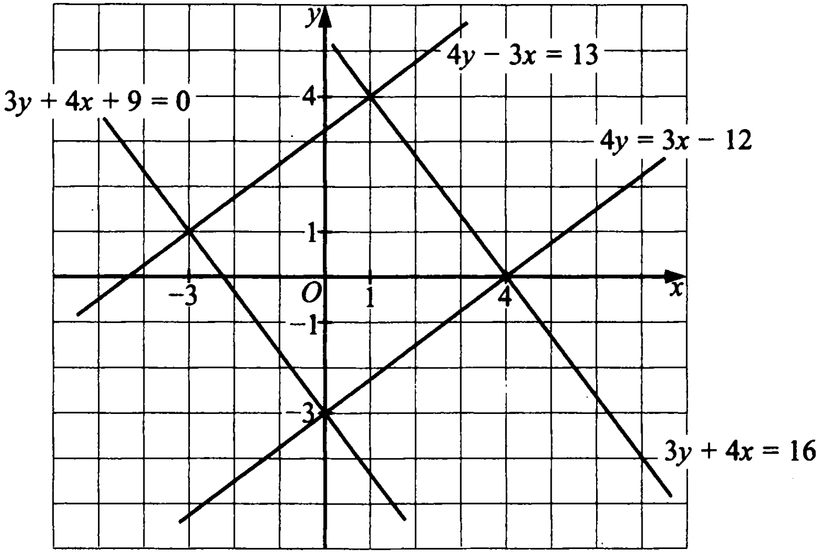


Рис. 157

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{x^4 - 7x^2 - 18}{(x-3)(x-2)(x+3)}$.

20. Докажите, что если вокруг параллелограмма можно описать окружность, то этот параллелограмм — прямоугольник.

21. Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии равна 5, сумма следующих её четырёх членов равна 80 . Найдите первый член этой прогрессии.

22. Известно, что графики функций $y = 2x^2 + px - 12$ и $y = x^2 + 6x - 16$ имеют ровно одну общую точку, причём абсцисса этой точки положительна. Найдите координаты этой точки и постройте графики заданных функций в одной системе координат.

23. В треугольнике ABC биссектриса CK пересекает медиану AM в точке H, а биссектриса BL пересекает AM в точке R, при этом $AH : HM = 3 : 2$, $AR : RM = 5 : 2$. Найдите периметр треугольника ABC, если его площадь равна 150.

Вариант № 22

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{16}{3}+1\right)\cdot 6+\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Ответ: ________________.

2. На графике изображена зависимость высоты свободно падающего тела (в метрах) от времени (в секундах) (см. рис. 158). На какой высоте будет находиться это тело через одну секунду падения? (Ответ дайте в метрах).

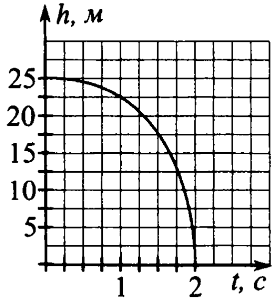


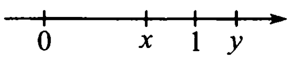
Рис. 158

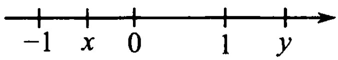
Ответ: ________________.

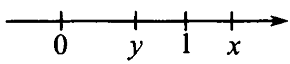
3. В классе 18 мальчиков, причём их в 1,2 раза больше, чем девочек. Сколько человек в классе?

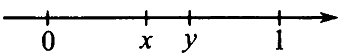
Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа x и y. Какая картинка соответствует условию $x^2 > y$?

1) 

2) 

3) 

4) 

5. Сравните предложенные числа. В ответе укажите наибольшее из них.

1) $2\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{19}$ 3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}$ 4) 4

6. Удочка закреплена на берегу, как показано на рисунке 159. Крепление B находится на расстоянии 0,5 м от одного конца удочки и 1,5 м от другого. На сколько опустится длинный конец удочки, если короткий конец поднимется на 10 см? (Считается, что крепление B неподвижно). Ответ дайте в метрах.

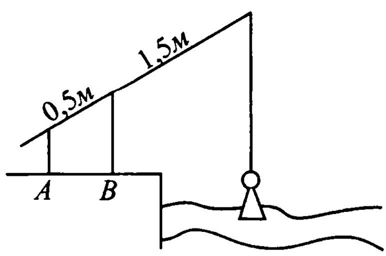


Рис. 159

Ответ: ________________.

7. Найдите наименьший корень уравнения $x^2 + 5x - 6 = 0$.

Ответ: ________________.

8. В равнобедренной трапеции $ABCD$ высота CH равна 2, сторона AB равна 4 (см. рис. 160). Найдите угол CDA. Ответ дайте в градусах.

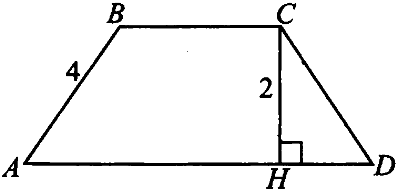


Рис. 160

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} - \frac{2ab}{a^2 - b^2}$ и найдите его значение при $a = 17{,}38$ и $b = \sqrt{210}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. Колоду из 36 карт перетасовывают, после чего отсчитывают тринадцатую по счёту карту. Какова вероятность того, что эта карта окажется пиковой масти?

Ответ: ________________.

11. За 4 года обучения студент мехмата прогулял некоторое количество пар. С первого по восьмой семестр он прогулял в каждом семестре 1, 5, 4, 15, 9, 20, 13, 17 пар соответственно. Найдите медиану этого ряда данных.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 161 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

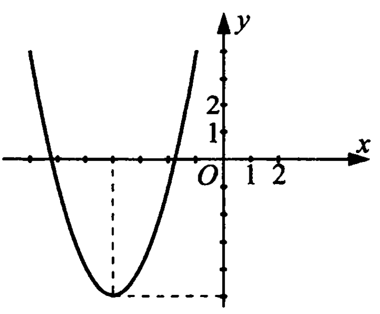


Рис. 161

Запишите номера **неверных** утверждений.

1) Функция возрастает на промежутке $[-5; +\infty)$.

2) Наименьшее значение функции равно -4.

3) $f(3) > f(-3)$.

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия с разностью $d = 2$. Найдите первый член этой прогрессии, если сумма первых двадцати её членов равна 20.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности, $\angle AOC = 100°$ (см. рис. 162). Найдите величину угла ABC (ответ дайте в градусах).

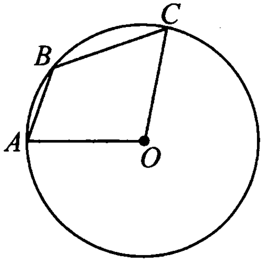


Рис. 162

Ответ: ________________.

15. Укажите номера **верных** утверждений.

1) В любой треугольник можно вписать окружность.

2) Если у трапеции один из углов равен 90°, то она является квадратом.

3) В параллелограмме все стороны равны.

Ответ: ________________.

16. Для каждой системы неравенств укажите множество решений.

Выражение	Значение
А) $\begin{cases} 2x+1>1 \\ x-3<0 \end{cases}$	1) нет решений
Б) $\begin{cases} 2x-1>1 \\ x+3<2 \end{cases}$	2) $0 < x < 3$
В) $\begin{cases} 3x+2>-1 \\ 2-x<0 \end{cases}$	3) $x > -1$
	4) $x > 2$

Ответ: ________________.

17. Из формулы периметра прямоугольника $P = 2a + 2b$ выразите сторону a.

18. Используя рисунок 163, решите систему уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ 2y + 3x = -6. \end{cases}$

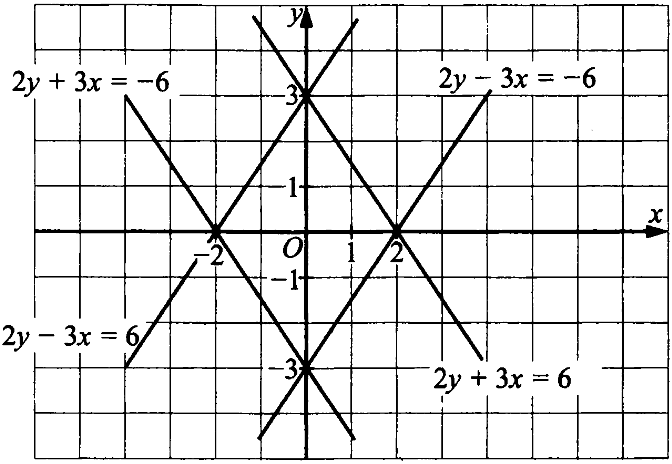


Рис. 163

1) $(0; 3)$ 2) $(0; -3)$ 3) $(2; 0)$ 4) $(-2; 0)$

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{x^4 - 3x^2 - 4}{(x-2)(x-1)(x+2)}$.

20. В равнобедренную трапецию, у которой одно основание в 4 раза меньше другого, вписана окружность. Докажите, что радиус этой окружности равен меньшему основанию.

21. Сумма первых шести членов геометрической прогрессии равна 3, сумма следующих шести членов равна 192. Найдите первый член этой прогрессии.

22. Известно, что графики функций $y = 3x^2 + px - 6$ и $y = 2x^2 - x - 15$ имеют ровно одну общую точку, причём её абсцисса положительна. Найдите координаты этой точки и постройте графики заданных функций в одной системе координат.

23. В треугольнике ABC биссектриса BL пересекает медиану AK в точке M, а биссектриса CN пересекает AK в точке R, при этом $\dfrac{KM}{MA} = \dfrac{3}{10}$,

$\frac{KR}{RA} = \frac{3}{8}$. Найдите площадь треугольника ABC, если его периметр равен 144.

Вариант № 23

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $1{,}6 \cdot \frac{3}{4}$	1) $-0{,}69$
Б) $2 : \frac{6}{11}$	2) $1{,}2$
В) $0{,}11 - \frac{4}{5}$	3) $\frac{11}{3}$
	4) $\frac{3}{11}$

Ответ:

А	Б	В

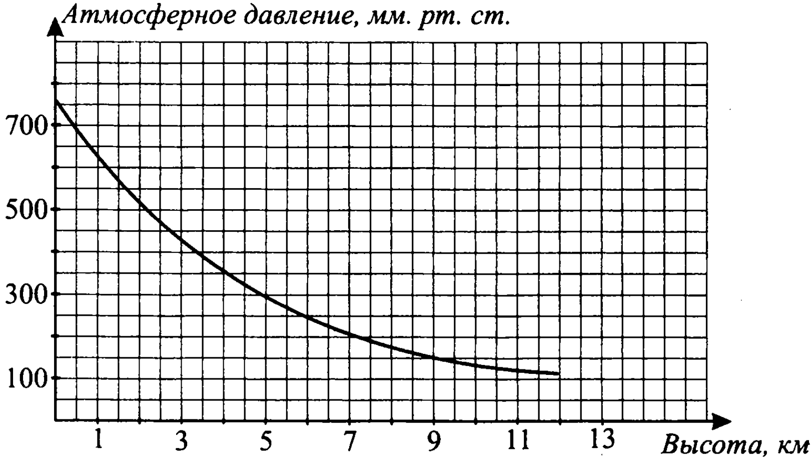


Рис. 164

2. На рис. 164 изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На какой высоте (в км) находится летательный аппарат, если барометр, установленный в нём, показывает 150 мм.рт.ст?

Ответ: ________________.

3. Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая для посадки злаков, составляет 65 га и распределена между пшеницей и рожью в отношении 1 : 4. Сколько га отведено под пшеницу?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (рис. 165) отмечены числа a и b. Какое из чисел, приведённых ниже, наименьшее?

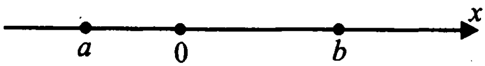


Рис. 165

1) $\frac{b}{2}$ 2) a 3) $-ab$ 4) $b-a$

5. Значение какого из выражений, приведённых ниже, является рациональным числом?

1) $\sqrt{24}\cdot\sqrt{1}$ 2) $\dfrac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{44}\cdot\sqrt{11}}$ 3) $\sqrt{8}+3\sqrt{3}$ 4) $(3-\sqrt{3})^3$

6. Длина тени человека (см. рис. 166), стоящего на расстоянии 4 м от фонарного столба, составляет 2 м. Определите высоту столба в метрах, если рост человека равен 1 м 75 см.

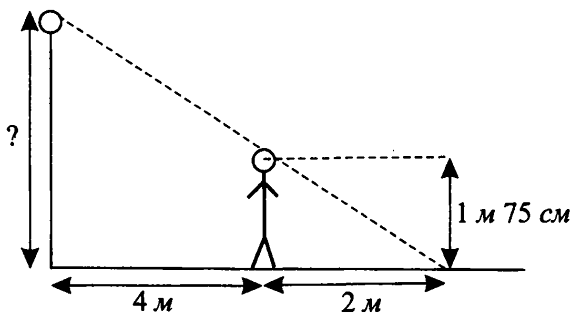


Рис. 166

Ответ: ________________.

7. Найдите наименьший корень уравнения $x^2-4x-21=0$.

Ответ: ________________.

8. Боковая сторона трапеции равна 4 см, а один из прилегающих к ней углов равен 30° (см. рис. 167). Найдите площадь трапеции, если её основания равны 4 см и 8 см. Ответ дайте в см^2.

Ответ: ________________.

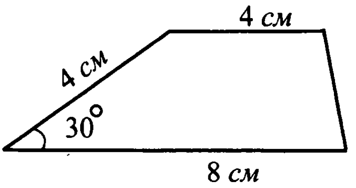


Рис. 167

9. Упростите выражение $\dfrac{a^2-b^2}{a+b}-(a-b)$ и найдите его значение при $a=2,\ b=3$.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 168) показано распределение студентов университета по факультетам. Для участия в социологическом исследовании случайным образом выбирают одного из студентов.

Рис. 168

Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран студент экономического факультета.
2) Будет выбран студент математического факультета.
3) Будет выбран студент естественно-научного факультета.
4) Будет выбран студент социологического факультета.

11. Афанасий в течение недели измерял время (в минутах), затрачиваемое им на дорогу в школу. Результаты своих наблюдений он записал в таблицу.

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Время в минутах	25	15	16	24	13	12

Сколько минут в среднем затрачивал Афанасий на дорогу?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 169 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

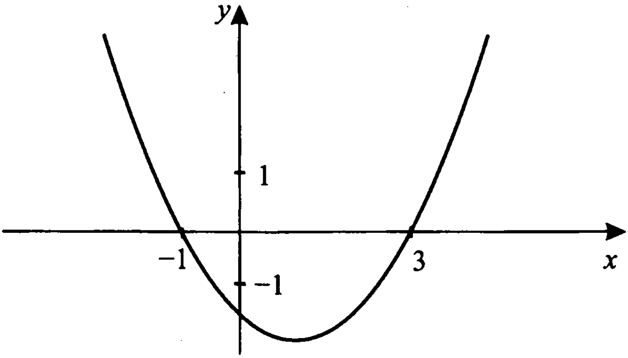


Рис. 169

Какие из следующих утверждений о данной функции не верны? Запишите их номера.

1) Функция убывает на промежутке $(-1; 1]$.

2) Функция убывает на промежутке $[-1; 3)$.

3) Наименьшее значение функции -1.

4) $f(-1) > f(1)$.

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия $-7, -4, -1, \ldots$. Найдите сумму первых 14 её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности, $\angle ACB = 25°$ (см.рис.170). Найдите величину угла AOB. Ответ дайте в градусах.

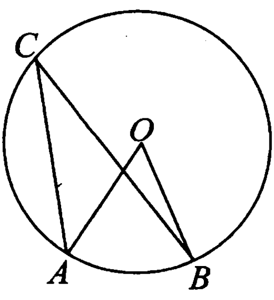


Рис. 170

Ответ: ________________.

15. Запишите номера **верных** утверждений.

1) Площадь круга определяется формулой $S = \frac{\pi^2}{2}$.

2) Треугольник со сторонами 2, 3, 4 существует.

3) Наименьшее значение функции $y = 2x^2$ составляет -1.

4) $|-8| > |2|$.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 5x + 10 \leqslant 0, \\ x + 4 \geqslant 0. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $v = v_0 - at$ выразите t.

18. Используя рисунок 171, решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = -4, \\ 4x - 5y = -16. \end{cases}$$

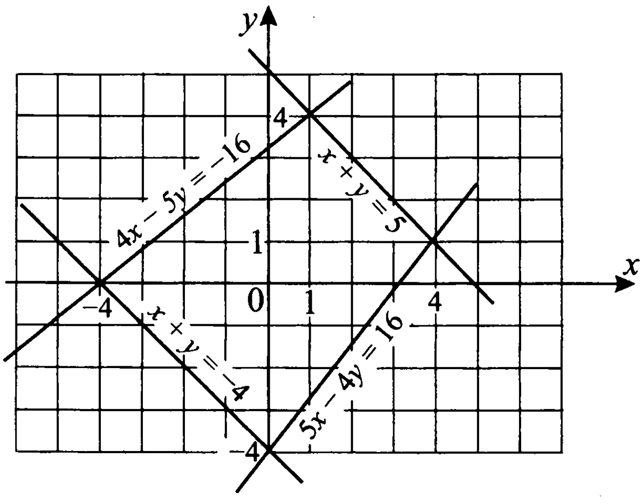


Рис. 171

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc) : \frac{a + b - c}{a + b + c} - 2ac - c^2$.

20. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC = ED$ (см. рис. 172). Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

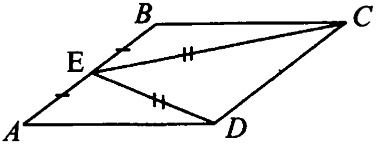


Рис. 172

21. Спортсмен проплыл на байдарке против течения некоторое расстояние. Затем два часа отдохнул и вернулся обратно. Всё путешествие заняло 5 часов. Определите, на сколько километров спортсмен удалился от исходной точки, если скорость течения реки составляет 2 км/ч, а собственная скорость лодки — 6 км/ч.

22. Постройте график функции $x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях переменной C прямая $y = C$ имеет не менее трёх точек пересечения с графиком этой функции.

23. Стороны AC, AB, BC треугольника ABC равны $2\sqrt{3}, \sqrt{7}, 1$ соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC, причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B. Известно, что треугольник с вершинами в точках K, A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC, если $\angle KAC > 90°$.

Вариант № 24

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $1{,}6 \cdot \frac{7}{8}$	1) $\frac{7}{4}$
Б) $2 : \frac{8}{7}$	2) 2
В) $1{,}5 + \frac{1}{2}$	3) $\frac{11}{3}$
	4) 1,4

Ответ:

А	Б	В

2. На рис. 173 изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На какой высоте (в км) находится летательный аппарат, если барометр, установленный в нём, показывает 350 мм.рт.ст?

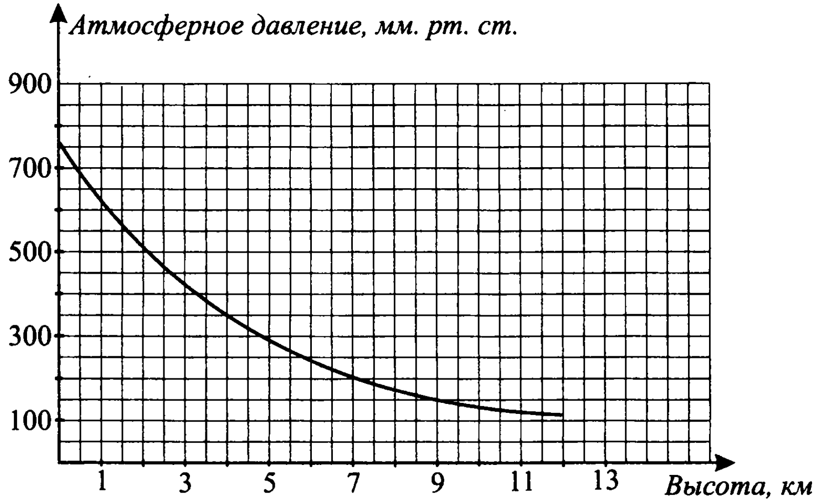


Рис. 173

Ответ: ________________.

3. Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая для посадки овощей, составляет 46 га и распределена между картофелем и морковью в отношении 11 : 9. Сколько га отведено под картофель?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (рис. 174) отмечены числа a и b. Какое из приведённых ниже чисел наибольшее?

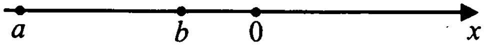


Рис. 174

1) $\frac{b}{2}$ 2) a 3) ab 4) $a - b$

5. Значение какого выражения является рациональным числом?

1) $5 \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{1}$ 2) $\frac{17}{\sqrt{44}}$ 3) $\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ 4) $\sqrt[3]{2^3}$

6. Длина тени человека (см.рис. 175), стоящего около фонарного столба высотой 8 м, составляет 3 м. Определите удалённость человека от столба в метрах, если рост человека равен 1 м 50 см.

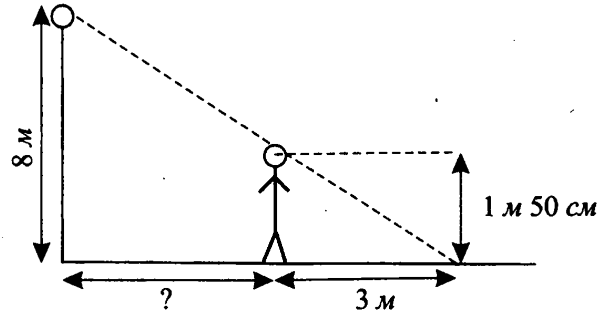


Рис. 175

Ответ: ________________.

7. Найдите наименьший корень уравнения $8x^2 - 5x - 3 = 0$.

Ответ: ________________.

8. Основания трапеции равны 8 см и 10 см. Боковая сторона трапеции равна 6 см, а один из прилегающих к ней углов равен 30° (см. рис. 176). Найдите площадь трапеции. Ответ выразите в см^2.

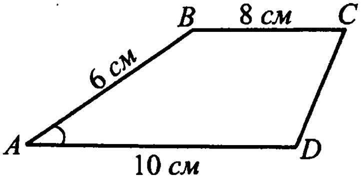


Рис. 176

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $\dfrac{a^2 - b^2}{a - b} + (a - b)$ и найдите его значение при $a = 2,\ b = 3$.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 177) показано распределение студентов университета по факультетам. Для участия в социологическом исследовании случайным образом выбирают одного из студентов. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран не студент экономического факультета.

Рис. 177

2) Будет выбран не студент математического факультета.

3) Будет выбран не студент естественно-научного факультета.

4) Будет выбран не студент социологического факультета.

11. Афанасий в течение недели измерял расстояния (в метрах), преодолеваемые им во время прогулок. Результаты своих наблюдений он записал в таблицу.

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Расстояние в метрах	1200	800	700	1250	640	360

Какое расстояние (в метрах) проходил Афанасий в среднем за одну прогулку?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 178 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции **неверны**? Запишите их номера.

1) Функция убывает на промежутке $[-1; 1]$

2) Функция убывает на промежутке $[-3; 1)$

3) Наименьшее значение функции равно -1

4) $f(-1) > f(1)$

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия $-3, -1, 1, \ldots$. Найдите сумму первых 18 её членов.

Ответ: ________________.

14. Точка O — центр окружности, $\angle ACB = 28°$ (см.рис.179). Найдите величину угла AOB. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ________________.

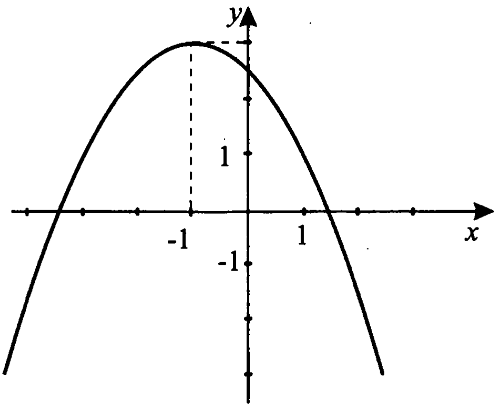


Рис. 178

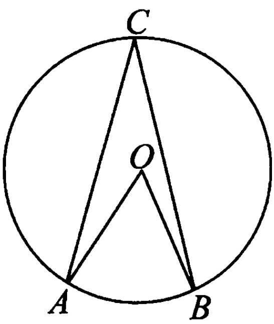


Рис. 179

15. Какие их трёх данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Площадь круга определяется формулой $S = 2\pi R$.

2) Треугольник со сторонами 2, 3, 5, существует.

3) Наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 1$ составляет -1.

Ответ: ________________.

16. Найдите наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 3x + 14 \geqslant 2, \\ x + 4 \leqslant 2. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $v = -v_0 + at$ выразите t.

18. Используя рисунок 180, решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ 4x + 5y = -16. \end{cases}$$

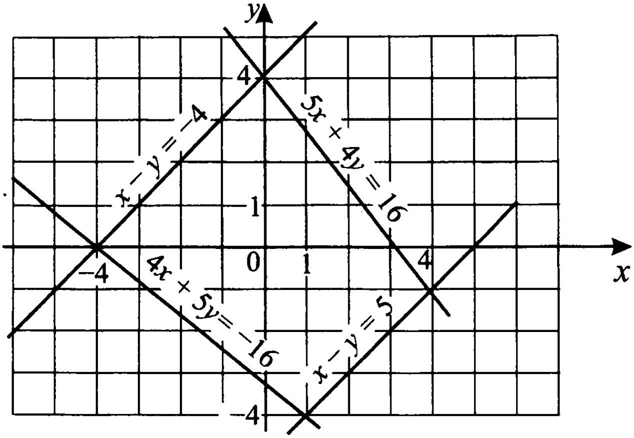


Рис. 180

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{a^2-1}{n^2-an}\cdot\left(\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{n}}-1\right)\cdot\dfrac{a-n}{1-a^2}.$

20. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны CD, K — середина стороны AB. Известно, что $KC = MB$ (см. рис. 181). Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.

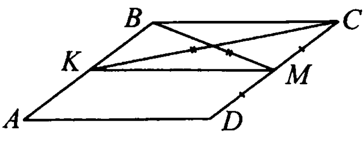


Рис. 181

21. Спортсмен проплыл на байдарке против течения некоторое расстояние. Затем час отдохнул и вернулся обратно. Всё путешествие заняло 4,5 часа. Определите, на сколько км от исходной точки удалился спортсмен, если скорость течения реки составляет 3 км/ч, а собственная скорость байдарки 7 км/ч.

22. Постройте график функции $y = -x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях C прямая $y = C$ имеет не менее трёх точек пересечения с графиком этой функции.

23. Стороны AC, AB, BC треугольника ABC равны $3\sqrt{2}$, $\sqrt{14}$, 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC, причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B. Известно, что треугольник с вершинами в точках K, A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC, если $\angle KAC > 90°$.

Вариант № 25

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $\frac{4}{5} - 0{,}4$	1) 1,2
Б) $\frac{6}{7} \cdot 1{,}4$	2) $\frac{2}{3}$
В) $\frac{3}{5} : 0{,}9$	3) 0,4
	4) $\frac{4}{5}$

Ответ:

А	Б	В

2. На диаграмме показана средняя температура воздуха (в $°C$) в городе N за каждый месяц 2011 года (см. рис. 182). Определите по диаграмме, сколько месяцев средняя температура была выше $10°C$.

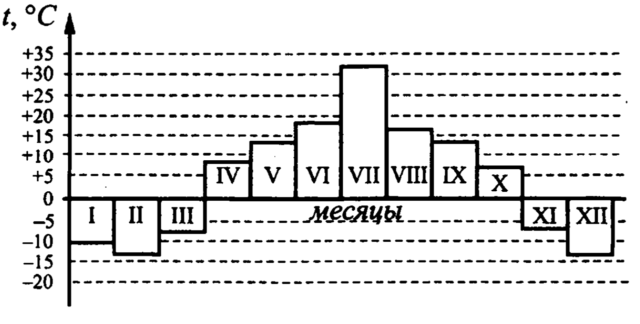


Рис. 182

Ответ: ________________.

3. Сухая цементная смесь состоит из цемента и песка, взятых в отношении 1 : 3. Сколько килограммов цемента необходимо взять, чтобы получить 2 т цементной смеси?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 183).

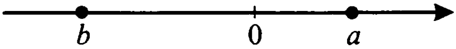


Рис. 183

Какое из следующих чисел лежит между 0 и b?

1) $-b$ 2) $a+b$ 3) $a-b$ 4) $b-a$

5. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\sqrt{5} : \dfrac{1}{\sqrt{10}}$ 2) $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$

3) $\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)$ 4) $(\sqrt{5}-1)^2$

6. Чему равно расстояние (в м) между вершинами тополя и ели, если высота тополя 8 м, высота ели 4 м, а расстояние между деревьями 3 м (см. рис. 184)?

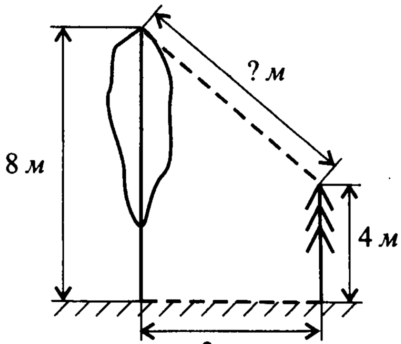


Рис. 184

Ответ: ________________.

7. Найдите наибольший корень уравнения $2x^2 + 3x + 1 = 0$.

Ответ: ________________.

8. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Одно из её оснований больше другого в 2 раза. Острый угол при основании равен 45° (см. рис. 185). Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________.

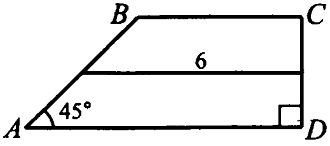


Рис. 185

9. Упростите выражение $(x-2)(3x+4)-3(x+1)^2$ и найдите его значение при $x = -\frac{5}{8}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. В коробке с призами для игры в дартс лежат мягкие игрушки: зайчики, медвежата и мышата. Зайчики составляют $\frac{3}{5}$, а медвежата — $\frac{1}{6}$ часть от общего числа призов. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Наугад выбранный приз будет зайчик.
2) Наугад выбранный приз будет медвежонок.
3) Наугад выбранный приз будет мышонок.
4) Наугад выбранный приз не будет зайчиком.

11. Ксюша каждый месяц измеряла свой рост и вычисляла, на сколько сантиметров она подросла. Результаты вычислений записаны в таблице.

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Увеличение роста (см)	1,4	1	1,2	1,4	1,2	1

На сколько сантиметров в месяц в среднем изменялся рост Ксюши в этот период?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 186 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции верны? Запишите их номера.

1) $f(-3) < f(3)$.
2) Функция достигает своего наименьшего значения в точке $x = -3$.
3) $f(x) < 0$ при $x \in (-2; 2)$.

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия $-3, -1, 1, \ldots$. Определите количество элементов этой последовательности, не превосходящих 30 и кратных 3.

Ответ: ________________.

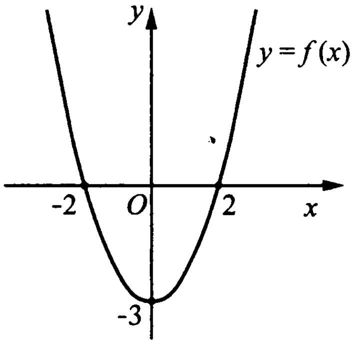


Рис. 186

14. На окружности с центром в точке O лежат точки A, B и C, $\angle BOC = 50^\circ$ (см. рис. 187). Найдите $\angle OCA$. Ответ дайте в градусах.

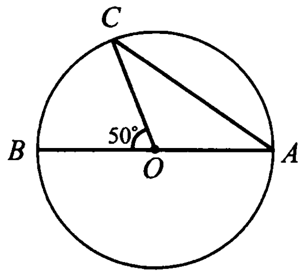


Рис. 187

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Существуют треугольники, у которых сумма двух углов равна третьему углу.

2) Существуют треугольники, у которых сумма двух сторон равна третьей стороне.

3) В любую окружность можно вписать прямоугольник.

Ответ: ________________.

16. Найдите количество целочисленных значений x, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} 12 - 3x \leqslant 18, \\ 2x - 11 \leqslant 17. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из формулы $a_n = a_1 + (n-1)d$ выразите n.

18. Используя рисунок 188, решите систему уравнений $\begin{cases} 3y + 4x = 13, \\ 2y - x = -6. \end{cases}$

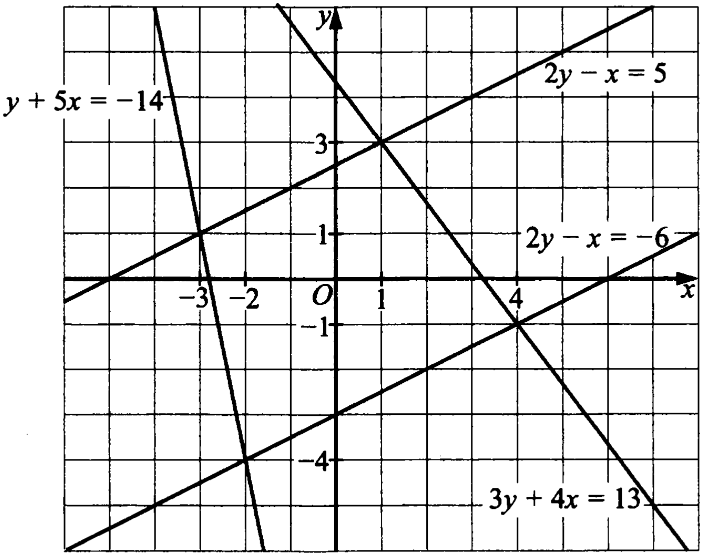


Рис. 188

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{(x-3)^2}{x^2-2x-3} : \dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1} + 3.$

20. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90°$, MN — средняя линия, $MN \parallel AB$. Докажите, что радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, в 2 раза больше радиуса окружности, вписанной в треугольник MNC.

21. Кошка, увидев мышку, находящуюся от неё на расстоянии 5 м, погналась за ней со скоростью 7,2 км/ч. Через 2 с после начала движения кошки её увидели мышка и собака. Мышь стала убегать от кошки, а собака, находящаяся от кошки на расстоянии 8 м, погналась за ней.

Кто раньше кого догонит и на сколько секунд: кошка мышку или собака кошку?

Известно, что мышь бежала со скоростью в 2 раза меньшей скорости кошки, а скорость собаки была в 3 раза больше скорости кошки. Все двигались по одной прямой, в одном направлении.

22. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = 5|x| - 2x^2 - a$ лежит ниже прямой $y = x$.

23. На сторонах треугольника внешним образом построены квадраты. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются центры этих квадратов, если стороны треугольника равны 3, 4 и 5.

Вариант № 26

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение
А) $0{,}3 : \frac{6}{35}$	1) $1\frac{3}{5}$
Б) $2{,}2 - \frac{3}{5}$	2) $\frac{7}{4}$
В) $\frac{1}{6} \cdot 1{,}5$	3) $0{,}25$
	4) $\frac{9}{75}$

Ответ:

А	Б	В

2. На диаграмме показана средняя температура воздуха (в $°C$) в городе N за каждый месяц 2011 года (см. рис. 189). Определите по диаграмме, сколько месяцев средняя температура была ниже $+5°C$.

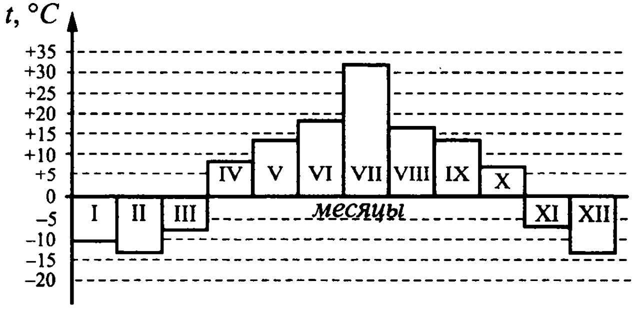


Рис. 189

Ответ: ________________.

3. Для приготовления молочного коктейля необходимо смешать мороженное, молоко и сироп, взятые в отношении 10 : 9 : 1. Сколько миллилитров сиропа потребуется для приготовления 1,5 л коктейля?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 190).

Рис. 190

Какое из следующих чисел лежит между a и b?

1) $-a$ 2) $a+b$ 3) $a-b$ 4) $b-a$

5. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{1}{\sqrt{12}}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{12}}$

3) $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3}+1)$ 4) $\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}$

6. Лестничный пролёт между этажами состоит из 20 ступенек, высота каждой из которых 15 см, ширина — 20 см. Определите длину поручня AB (в м), если известно, что расстояние от основания первой ступеньки до поручня AA_1 равно расстоянию BB_1 от последней ступеньки до поручня (см. рис 191).

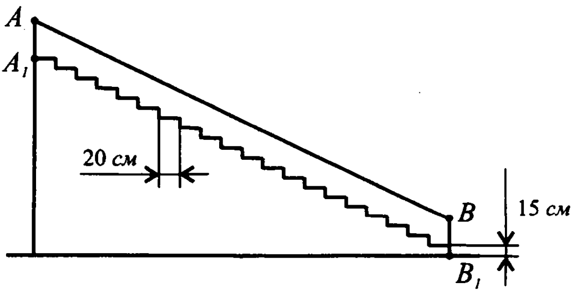


Рис. 191

Ответ: ________________.

7. Найдите наименьший корень уравнения $2x^2+5x-3=0$.

Ответ: ________________.

8. Площадь прямоугольной трапеции равна 30. Острый угол при основании равен 45°. Наименьшее из оснований равно 2 (см. рис. 192). Найдите высоту трапеции.

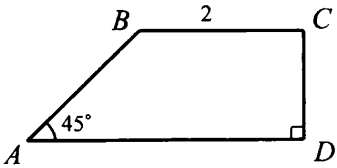


Рис. 192

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $(x+6)(2x-1)-2x(x-3)$ и найдите его значение при $x=\frac{3}{17}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. В корзине с грибами лежат лисички, опята и рыжики. Рыжики составляют 15% от общего числа грибов, а лисички — 40%. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Наугад выбранный гриб будет рыжик.
2) Наугад выбранный гриб будет лисичка.
3) Наугад выбранный гриб будет опёнок.
4) Наугад выбранный гриб не будет опёнком.

11. Паша собирал коллекцию монет, записывая в таблице количество приобретённых монет за месяц.

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Количество монет (шт.)	5	3	7	6	4	5

Сколько в среднем монет приобретал Паша за месяц?

Ответ: ________________.

12. На рисунке 193 изображён график квадратичной функции $y=f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции верны? Запишите их номера.

1) $f(x)=f(-x)$.
2) $f(x)$ возрастает при $x>-2$.
3) Минимальное значение функции $f(x)$ отрицательно.

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия $-4, 0, 4, \ldots$. Определите, во сколько раз 47-й её член больше 7-го.

Ответ: ________________.

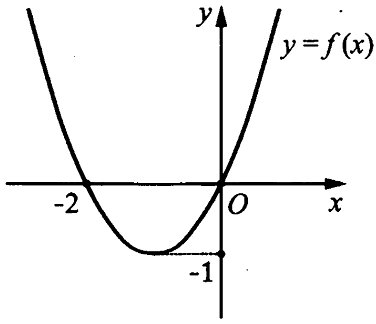


Рис. 193

14. На окружности с центром в точке O лежат точки A, B и C. $\angle AOC = 40°$ (см. рис. 194). Найдите $\angle ABC$. Ответ дайте в градусах.

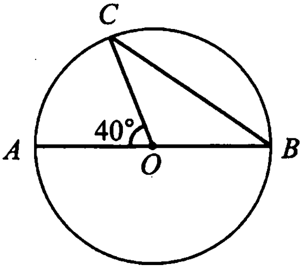


Рис. 194

Ответ: __________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.

2) Если в четырёхугольнике две противоположные стороны параллельны, то он являются параллелограммом.

3) В любой ромб можно вписать окружность.

Ответ: __________________.

16. Найдите количество целочисленных значений x, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} 2x + 13 > -7, \\ 5x - 21 < 14. \end{cases}$

Ответ: __________________.

17. Из формулы $S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$ выразите a.

18. Используя рисунок 195, решите систему уравнений $\begin{cases} 2y - x = -6, \\ y + 5x = -14. \end{cases}$

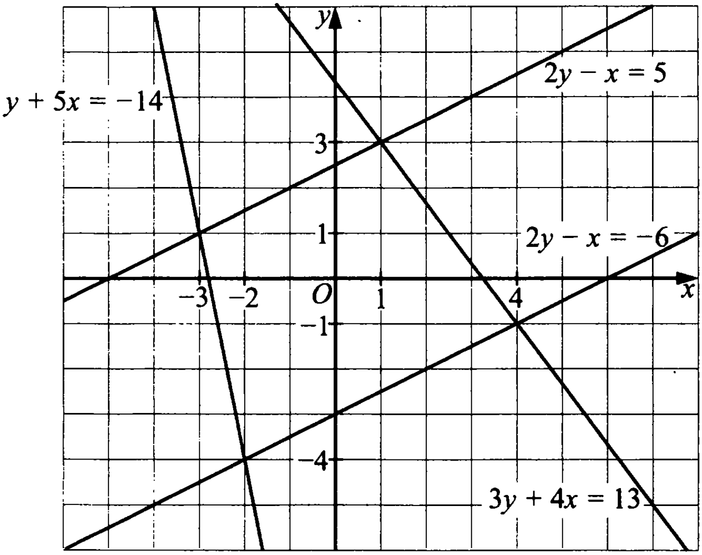


Рис. 195

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{x^2-4}{x^2+2x-8} : \dfrac{x^2-x-6}{x^2+x-12} + 11.$

20. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90°$, MN — средняя линия, $N \in AC$, $MN \parallel AB$. Докажите, что отношение радиуса окружности, описанной около треугольника MNC, к радиусу окружности, описанной около треугольника ABN, равно $\cos\angle C$.

21. Винни-Пух поднялся на дерево со скоростью 0,9 км/ч, затем 4 минуты ел из улья мёд. Поев мёд, он спустился вниз на воздушном шаре с постоянной скоростью 1,6 км/ч.

Всё время с начала момента подъёма Винни-Пуха под деревом бегал Пятачок со скоростью 3,6 км/ч, делая через каждые несколько метров остановку на 5 секунд. В общей сложности, Пятачок останавливался 20 раз.

Определите, сколько метров пробежал Пятачок к моменту спуска Винни-Пуха на землю, если известно, что это расстояние в 20,25 раз превышает высоту, на которую взбирался Винни-Пух.

22. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = 2x^2 - 3|x| + a$ лежит выше прямой $y = x$.

23. На трёх сторонах треугольника внешним образом построены треугольники, равные данному. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются центры окружностей, описанных около каждого из этих трёх треугольников, если стороны исходного треугольника равны 3, 4 и 5.

Вариант № 27

Часть 1

1. Найдите значение выражения $5{,}2 \cdot \frac{2}{13} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

Ответ: ________________.

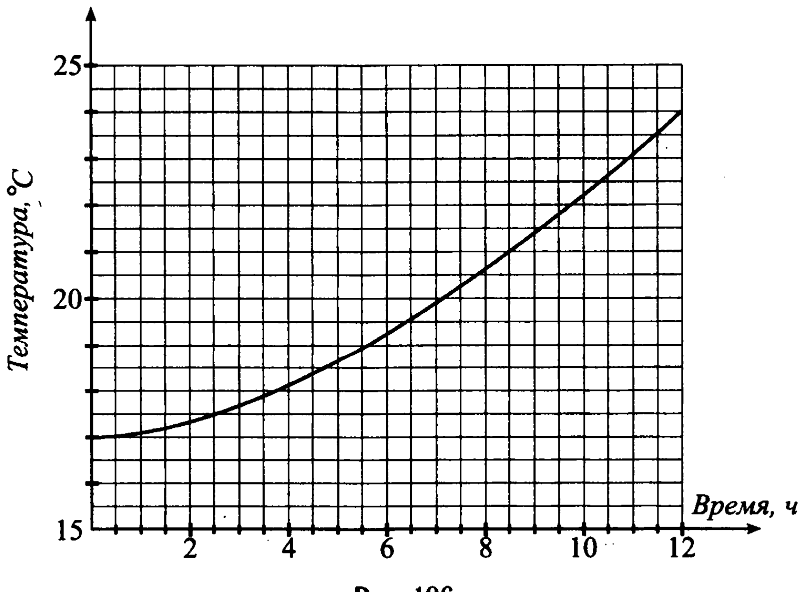


Рис. 196

2. На графике изображена зависимость температуры воды в озере (в градусах Цельсия) от времени суток (в часах)(см. рис. 196). При какой температуре (в $^\circ C$) купался Миша в этом озере, если его часы в это же время показывали 8 ч 30 мин?

Ответ: ________________.

3. В магазине посуды по средам проходит акция «Скидки на все чайники 30%». Сколько рублей заплатил покупатель за два одинаковых чайника, если один он купил во вторник по цене 120 рублей, а другой в среду?

Ответ: ________________.

4. Среди представленных чисел укажите наибольшее рациональное число.

1) $2\sqrt{16}$ 2) $\dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{2}}$ 3) $(\sqrt{5})^2$ 4) $7\sqrt{86}$

5. Известно, что $a > 3$, $b < -1$. Какие из следующих утверждений обязательно верны?

1) $ab > 0$ 2) $a + 1 > 4$ 3) $4b < -4$ 4) $a + b > 2$

Ответ: ________________.

6. На рисунке 197 изображён человек ростом 1 м 80 см и дерево высотой 3 м 50 см. Человек видит верхушку дерева в небольшое зеркало, лежащее на земле в 90 см от него. Сколько сантиметров от зеркала до подножия дерева?

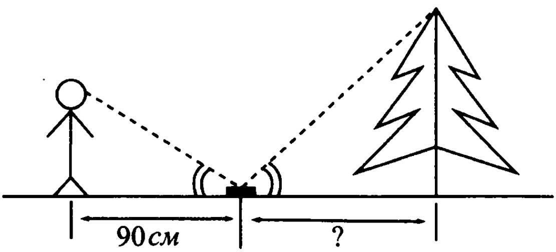


Рис. 197

Ответ: ________________.

7. Для каждого уравнения укажите множество его решений.

Уравнение
А) $x^2 + 3x = 0$
Б) $5x^2 - 3x - 2 = 0$
В) $x^2 + 8 = 0$

Множество решений
1) $-2;\ 5$
2) нет решений
3) $-3;\ 0$
4) $-0{,}4;\ 1$

Ответ:

А	Б	В

8. Упростите выражение $\frac{x^2 - 9y^2}{y} : \frac{5x + 15y}{y}$ и найдите его значения при $x = -0{,}1$ и $y = 0{,}3$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

9. В равнобедренном треугольнике (см. рис. 198) один из углов равен 120°. Высота, опущенная из тупого угла, равна 8 см. Найдите длину боковой стороны.

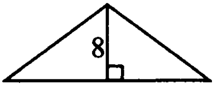


Рис. 198

Ответ: ________________.

10. На соревнованиях по фигурному катанию за произвольную программу определялось 3 победителя, набравших количество очков больше, чем остальные. В таблице даны результаты 5 участников, среди которых есть 2 победителя. Выпишите номера спортсменов, которые стали победителями.

номер	1	2	3	4	5
результат (баллы)	9,8	8,2	7,4	7,8	8,9

Ответ: ________________.

11. Записаны первые три члена геометрической прогрессии $-8, 4, -2$. Какие из следующих утверждений о данной последовательности являются неверными? Запишите их номера.

1) Знаменатель прогрессии равен -2.

2) На 10-м месте в этой прогрессии стоит число $\frac{1}{64}$.

3) Сумма пяти первых членов этой прогрессии равна 16,5.

Ответ: ________________.

12. У Васи в пакете лежат 5 булочек с маком и 8 булочек с повидлом. Вася достаёт из пакета одну из булочек случайным образом. Какова вероятность того, что булочка будет с маком?

1) $\frac{8}{13}$ 2) $\frac{5}{13}$ 3) $\frac{5}{8}$ 4) $\frac{1}{8}$

13. На рисунке 199 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Найдите все целые значения x, при которых $f(x) \leqslant 0$. В ответ запишите их сумму.

Ответ: ________________.

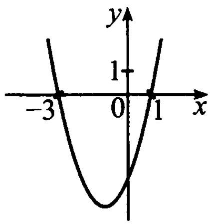


Рис. 199

14. На рисунке 200 хорда окружности $BC = 9$ см, $AB = 3$ см. Найдите AT, если T — точка касания.

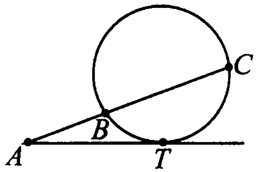


Рис. 200

Ответ: __________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов этого треугольника, не смежных с ним.

2) В параллелограмме все стороны равны.

3) В треугольнике любая сторона меньше суммы двух других сторон.

4) В трапеции сумма любых двух углов равна 180°.

Ответ: __________________.

16. Укажите множество решений системы неравенств $\begin{cases} 3x > -6, \\ -2x \geqslant -8. \end{cases}$

1) $x \geqslant 4$ 2) $-2 \leqslant x \leqslant 4$ 3) $-2 < x \leqslant 4$ 4) $x < -2$

17. 35 шариков весят k грамм. Сколько грамм весят 53 таких шарика? Запишите соответствующее выражение.

18. Используя рисунок 201, решите систему уравнений
$\begin{cases} y - x^2 = 6x + 6, \\ x + y = -4. \end{cases}$

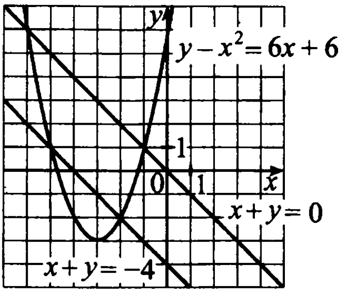


Рис. 201

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\frac{x^5 + 2x^4 - 9x - 18}{(x^2 + 3)(x^2 - x - 6)}$.

20. Продолжения хорд BB_1 и CC_1 пересекаются в точке A вне окружности (точки B_1 и C_1 лежат на отрезках AB и AC соответственно). Докажите, что треугольники ACB_1 и ABC_1 подобны.

21. В геометрической прогрессии произведение третьего и пятого членов равно 2916, а сумма четвёртого и пятого членов равна −216. Найдите первые два члена этой прогрессии. Укажите все возможные варианты.

22. Известно, что прямая $y = 3x + a$ и линия $|y| + |x| = 4$ имеют ровно одну общую точку. Найдите все возможные значения a и постройте для них графики этих уравнений.

23. Две окружности с центрами O_1 и O_2 вписаны в смежные углы ACB и ACD. Прямая O_1O_2 проходит через их точку касания H, которая лежит на общей стороне смежных углов. Найдите радиус меньшей окружности, если $HC = 4$, радиус второй окружности равен 6.

Вариант № 28

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{7}{15} \cdot 4{,}5 - \left(-\frac{1}{5}\right)^2$.

Ответ: ________________.

2. На графике изображена зависимость давления воды в насосе (в паскалях) от мощности двигателя (в ваттах) (см. рис. 202). При какой мощности (в Вт) давление воды будет равно 160 Па?

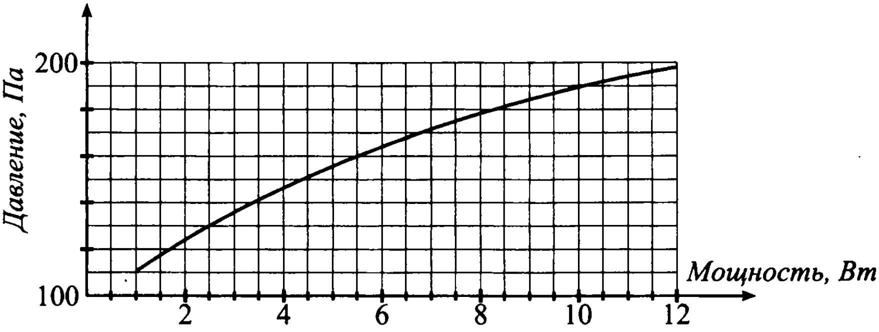


Рис. 202

Ответ: _________________.

3. Магазин с 7 июня по 13 июня проводил акцию «Товар недели». В эти дни цена на шашлык была на 20% меньше, чем до этой акции. Сколько рублей заплатила тётя Зина за 2 порцию шашлыка, если одну порцию она купила 5 июня по цене 180 рублей, а вторую 7 июня?

Ответ: _________________.

4. Среди приведённых чисел укажите наибольшее иррациональное число.

1) $4\sqrt{81}$ 2) $\frac{\sqrt{77}}{\sqrt{7}}$ 3) $2\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{3}$

5. Известно, что $x > 5$, $y < -8$. Какие из следующих утверждений верны?

1) $xy < 0$ 2) $-2x > -10$ 3) $y - 2 > -10$ 4) $3y - x < 0$

Ответ: _________________.

6. На рисунке 203 изображён человек ростом 165 см и фонарный столб. Человек видит верхушку столба в небольшое зеркало, лежащее на земле в 70 см от его ног. Сколько сантиметров составляет высота столба, если от зеркала до столба 140 см?

Ответ: _________________.

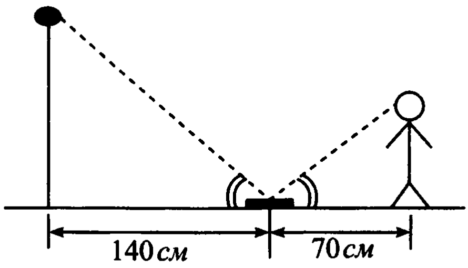


Рис. 203

7. Для каждого уравнения укажите множество его решений.

Уравнение	Множество решений
А) $5x^2 + 20 = 0$	1) нет решений
Б) $x^2 - 8x = 0$	2) 0; 8
В) $6x^2 + 7x + 1 = 0$	3) -6; 1
	4) $-1; -\frac{1}{6}$

Ответ:

А	Б	В

8. Найдите значение выражения $\frac{7x - 14y}{x} : \frac{x - 4y^2}{x}$ при $x = -0{,}4$, $y = 1{,}2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: ________________.

9. В равнобедренной трапеции один из углов равен 135°, высота равна 3 см, меньшее основание 5 см. Найдите длину большего основания (в сантиметрах).

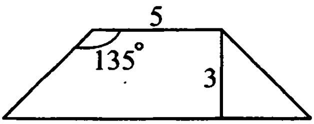


Рис. 204

Ответ: ________________.

10. На соревнованиях по фигурному катанию за обязательную программу определялось 3 победителя, набравших количество очков больше, чем остальные. В таблице даны результаты 6 участников, среди которых есть

2 победителя. Выпишите номера спортсменов, которые стали победителями.

номер	1	2	3	4	5	6
результат (баллы)	4,8	5,6	6,9	5,4	6,5	4,6

Ответ: ________________.

11. Записаны первые три члена арифметической прогрессии -8, -4, 0. Какие из следующих утверждений о данной прогрессии являются **неверными**? Запишите их номера.

1) Разность прогрессии равна 4.
2) На 21 месте в этой прогрессии стоит число 76.
3) Сумма десяти первых членов прогрессии равна 10.

Ответ: ________________.

12. На стоянке стоят 12 светлых автомобилей и 7 тёмных. Какова вероятность того, что первыми со стоянки выедет тёмный автомобиль?

1) $\frac{12}{19}$ 2) $\frac{7}{19}$ 3) $\frac{7}{12}$ 4) $\frac{1}{7}$

13. На рисунке 205 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Найдите все целые значения x, при которых $f(x) > 0$. В ответ запишите их сумму.

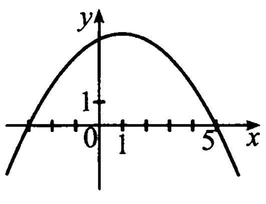


Рис. 205

Ответ: ________________.

14. На рисунке 206 B — точка пересечения хорд AC и DE. Найдите BE (в см), если $BD = 2$ см, $AB = 3$ см, $BC = 10$ см.

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) В прямоугольнике треугольнике напротив угла 60° лежит катет, равный половине гипотенузы.

2) Окружность и прямая могут иметь три общие точки.

3) Медианы треугольника точкой пересечения делятся пополам.

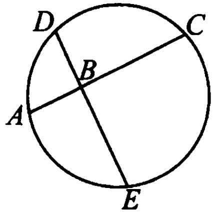


Рис. 206

4) Все радиусы окружности равны.

Ответ: ________________.

16. Укажите множество решений системы неравенств $\begin{cases} -5x > 20, \\ 3x \leqslant 18. \end{cases}$

1) $x < -4$ 2) $-4 < x \leqslant 6$ 3) $x \geqslant 6$ 4) нет решений

17. 184 одинаковых упаковок лекарств стоят m рублей. Сколько рублей стоят 17 таких же упаковок? Запишите соответствующее выражение.

18. Используя рисунок 207, решите систему уравнений $\begin{cases} y + x^2 = 6x - 2, \\ y + 2 = x. \end{cases}$

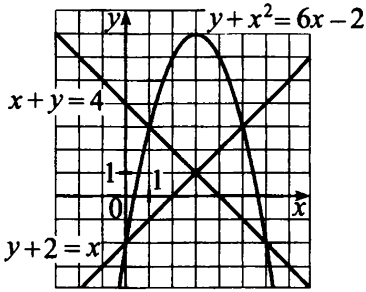


Рис. 207

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\dfrac{x^5 - 4x^4 - 4x + 16}{(x^2 - 2)(x^2 - 5x + 4)}$.

20. Продолжение хорды DB пересекает касательную к этой окружности в точке A, C — точка касания. Докажите, что треугольники ADC и ABC подобны.

21. В арифметической прогрессии сумма 8 первых членов равна 88, а произведение второго и третьего членов равно 5. Найдите первые четыре члена этой прогрессии, если разность прогрессии — целое число.

22. Известно, что прямая $y = \frac{1}{4}x - a$ и линия $|y| - |x| = 3$ имеют ровно одну общую точку. Найдите все возможные значения a и для них постройте графики заданных уравнений в одной системе координат.

23. Биссектриса внешнего угла CBD прямоугольного треугольника ABC в точке N пересекает прямую, проходящую через центр O вписанной в треугольник окружности и точку касания T этой окружности и гипотенузы CB. Найдите радиус вписанной окружности, если $ON = 15$, а расстояние от B до точки T равно 6.

Вариант № 29

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение выражения
А) $\frac{3}{7} \cdot 1{,}4$	1) $-0{,}45$
Б) $1 : \frac{5}{4}$	2) 0,8
В) $1{,}3 - 1\frac{3}{4}$	3) 0,45
	4) 0,6

Ответ:

А	Б	В

2. На графике (см.рис. 208) изображены зависимости положения двух велосипедистов от времени на протяжении гонки. На сколько минут победитель опередил приехавшего вторым?

Ответ: ________________.

3. Земельный участок площадью 63 га засеян семенами подсолнечника и льна. Площади под засев относятся как 5 : 4 соответственно. Сколько гектаров занимает подсолнечник?

Ответ: ________________.

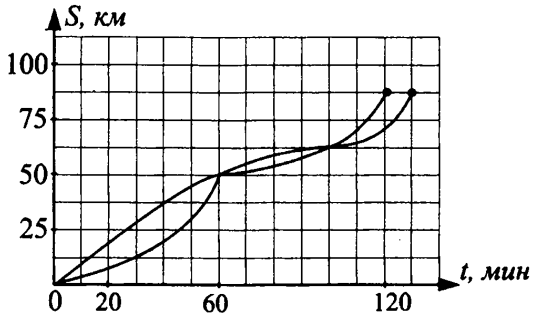


Рис. 208

4. На координатной прямой (см. рис. 209) отмечены числа m и n.

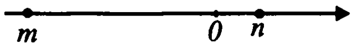


Рис. 209

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $m+n$ 2) $-m$ 3) $0{,}5n$ 4) $m-n$

5. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{9}}$ 2) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ 3) $(\sqrt{2}+\sqrt{1})^2$ 4) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{6}$

6. На одном берегу реки стоит фонарь высотой 6 м (см.рис.210). На другом берегу стоит человек ростом 1,8 м. Найдите ширину реки (в м), если длина тени человека равна 3,6 м.

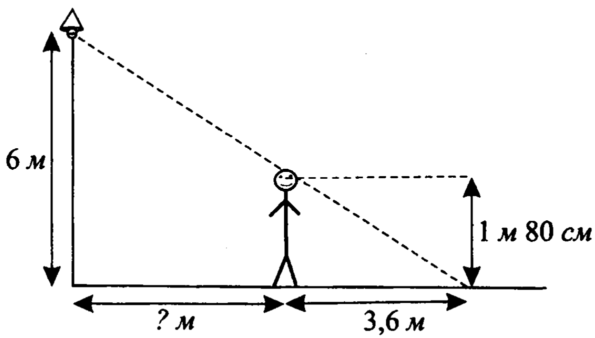


Рис. 210

Ответ: ________________.

7. Найдите корни уравнения $x^2 + 5x - 14 = 0$.

Ответ: ________________.

8. В ромбе (см. рис. 211) сторона равна 4 см, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

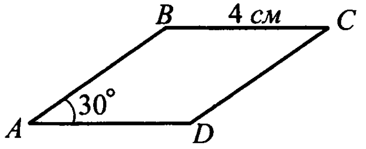


Рис. 211

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $(x+3)^2 - x(6+x)$ и найдите его значение при $x = -\frac{1}{12}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 212) показано распределение (в процентах) учащихся класса по спортивным секциям (каждый ученик класса посещает только одну секцию). Для участия в соревнованиях случайным образом выбирают одного ученика.

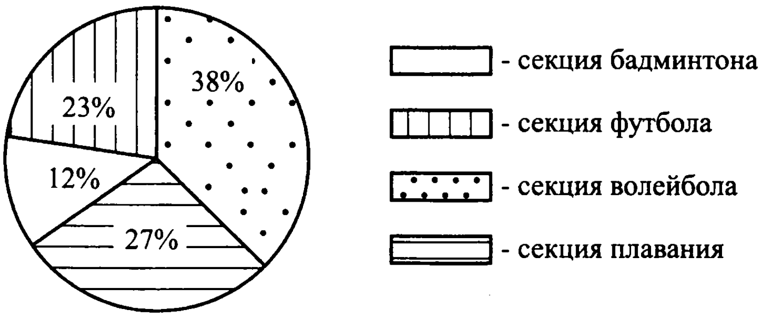


Рис. 212

Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбран ученик из секции футбола.
2) Будет выбран ученик из секции волейбола.
3) Будет выбран ученик из секции бадминтона.
4) Будет выбран ученик из секции плавания.

11. Александр измерял в течение шести дней недели температуру воздуха в полдень, результаты записывал в таблицу.

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Температура (°C)	27	25	23	25	28	22

Найдите среднюю температуру воздуха за эти дни.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 213 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

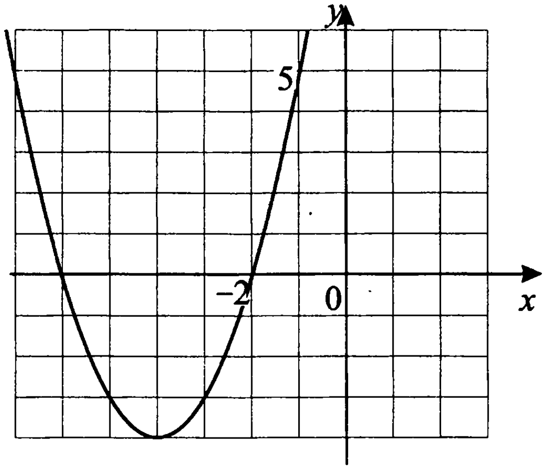


Рис. 213

Какие из следующих утверждений о данной функции **неверны**? Запишите их номера.

1) $f(x) < 0$ при $x > -2$.

2) Наибольшее значение функции -4.

3) $f(-6) = f(-2)$.

Ответ: ________________.

13. Дана арифметическая прогрессия 2, 6, 18, ... Найдите сумму первых семи её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите градусную меру угла угла AED, если $\smile AD = 80°$, $\smile BC = 20°$ (см. рис. 214).

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Любой ромб можно вписать в окружность.

2) Внешний угол треугольника равен сумме углов треугольника.

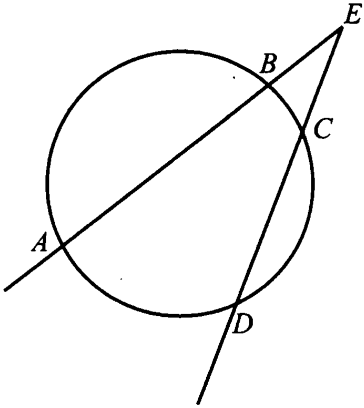


Рис. 214

3) Диагонали прямоугольника равны.

Ответ: ________________.

16. Найдите наименьшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 3x + 18 \geqslant 0, \\ x + 4 \leqslant 1. \end{cases}$

Ответ: ________________.

17. Из выражения $S = 5t^2 + 4$ выразите $t (t > 0)$.

18. Используя рисунок 215, решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 5, \\ 5x - 6y = 3. \end{cases}$

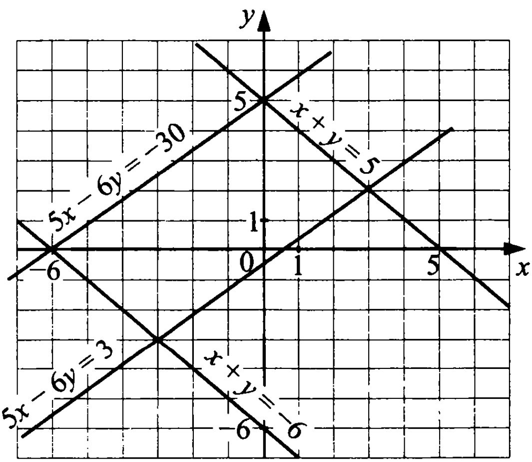


Рис. 215

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $a + (3a^2 - 7a) : \frac{49 - 9a^2}{3a + 7} + 4$, $a \neq \pm\frac{7}{3}$, и найдите его значение при $a = 1{,}2$.

20. Две окружности касаются внешним образом в точке A. К ним проведена общая (внешняя) касательная, касающаяся окружностей в точках C и D. Докажите, что $\angle CAD = 90°$.

21. Смешали 30%-ый и 50%-ый растворы кислоты и получили 45%-ый раствор. Найдите отношение массы 30%-ого к массе 50%-ого раствора, взятых первоначально.

22. Постройте график функции $y = \frac{5}{|x| + 1} - 2$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком этой функции ровно две общие точки.

23. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ взяты точки M и N так, что отрезок MN параллелен основаниям и делит площадь трапеции пополам. Найдите длину MN, если $BC = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{5}$.

Вариант № 30

Часть 1

1. Для каждого выражения укажите его значение.

Выражение	Значение выражения
А) $1{,}5 \cdot \frac{3}{5}$	1) $\frac{8}{7}$
Б) $\frac{7}{8}:1$	2) $-0{,}55$
В) $-0{,}8 + \frac{1}{4}$	3) $\frac{7}{8}$
	4) $0{,}9$

Ответ:

А	Б	В

2. На графике (см.рис. 216) изображены зависимости от времени положений двух объектов. На сколько метров расстояние, пройденное вторым объектом в период с двадцатой минуты до пятидесятой минуты, больше расстояния, пройденного первым объектом за то же время?

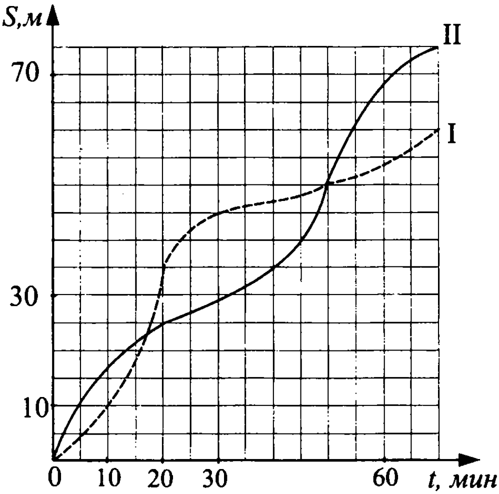


Рис. 216

Ответ: ________________.

3. Для пайки изделий из жести применяют сплав из свинца и олова в отношении 3 : 5. Сколько граммов олова потребуется для приготовления 320 г сплава?

Ответ: ________________.

4. На координатной прямой (см. рис. 217) отмечены числа t и p.

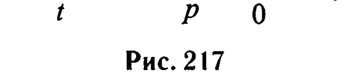


Рис. 217

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $t+p$ 2) $0{,}5p$ 3) $-t$ 4) tp

5. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $\dfrac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{15}}$ 2) $(\sqrt{7}-3)(3+\sqrt{7})$ 3) $\sqrt{1}\cdot\sqrt{2}$ 4) $(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2$

6. Куст сирени, высота которого 2,4 м, растёт на расстоянии 1,5 м от уличного фонаря (см.рис. 218). При этом длина тени куста 0,5 м. Определите высоту фонаря (в м).

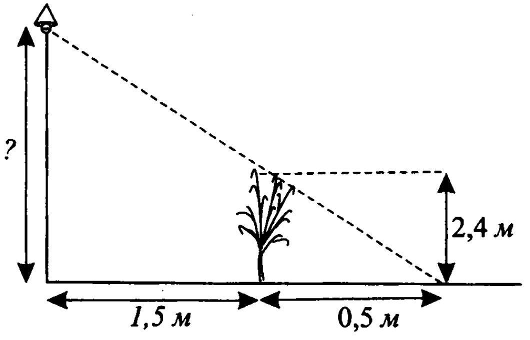


Рис. 218

Ответ: ________________.

7. Найдите корни уравнения $x^2 - 2x - 24 = 0$.

Ответ: ________________.

8. В равнобедренном треугольнике (см. рис. 219) основание равно 6, а угол при основании равен 45°.

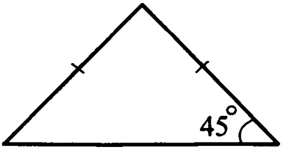


Рис. 219

Найдите площадь треугольника.

Ответ: ________________.

9. Упростите выражение $(4 + x)^2 + x(8 - x)$ и найдите его значение при $x = -\frac{1}{16}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: ________________.

10. На круговой диаграмме (см. рис. 220) показано распределение (в процентах) моделей одежды по цветовой гамме.

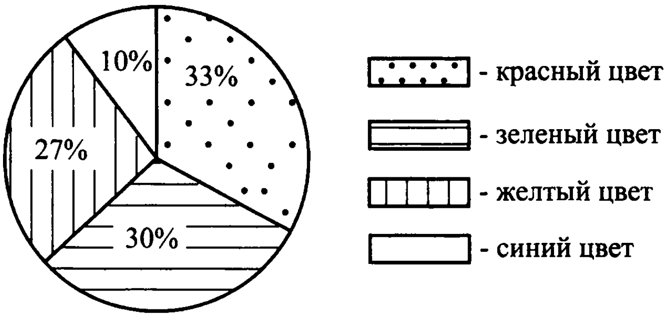


Рис. 220

Для демонстрации на подиуме случайным образом выбирают одну модель из этой коллекции. Вероятность какого из следующих событий наибольшая?

1) Будет выбрана модель красного цвета.
2) Будет выбрана модель жёлтого цвета.
3) Будет выбрана модель зелёного цвета.
4) Будет выбрана модель синего цвета.

11. Дан ряд чисел 16, 15, 18, 12, 13, 20, 16, 14, 11. Найдите, на сколько мода этого ряда больше среднего арифметического.

Ответ: ________________.

12. На рисунке 221 изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера.

1) $f(-1) = f(3)$.
2) $f(0) = f(8)$.
3) $f(0) > 0$.

13. Дана геометрическая прогрессия 3, 6, 12, ... Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: ________________.

14. Найдите градусную меру угла AED, если $\smile BC = 20^\circ$, $\angle AOD = 110^\circ$ (см. рис. 222).

Ответ: ________________.

15. Какие из данных утверждений **верны**? Запишите их номера.

1) Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.
2) В любой ромб можно вписать окружность.

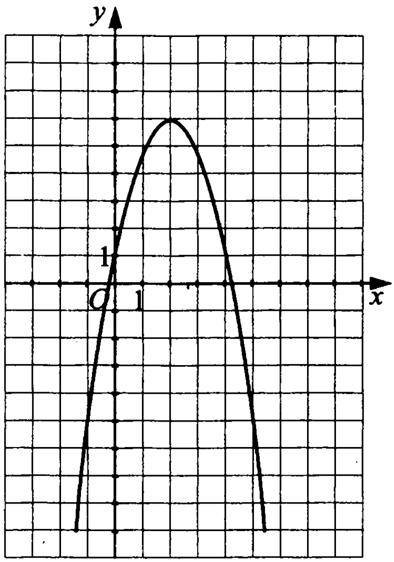


Рис. 221

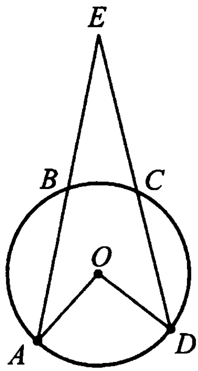


Рис. 222

3) В остроугольном треугольнике квадрат большей стороны равен сумме квадратов двух других сторон.

Ответ: __________________.

16. Найдите наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 18 - 2x \geqslant 0, \\ x + 3 > 7. \end{cases}$

Ответ: __________________.

17. Из выражения $h = 3t^2 - 8$ выразите $t (t > 0)$.

18. Используя рисунок 223, решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = -3, \\ x - y = 5. \end{cases}$

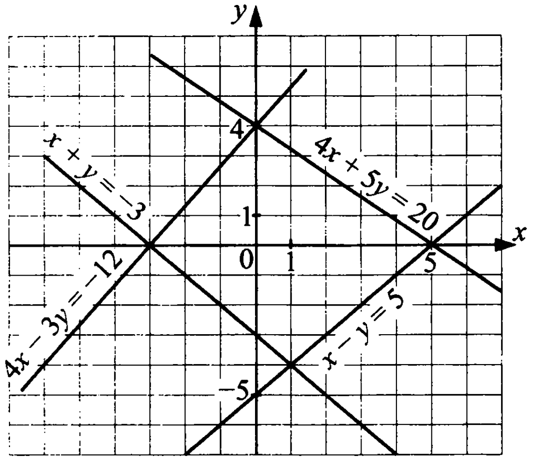


Рис. 223

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Упростите выражение $\dfrac{1}{3b-1} - \dfrac{27b^3 - 3b}{9b^2+1} \cdot \left(\dfrac{3b}{9b^2 - 6b + 1} - \dfrac{1}{9b^2 - 1}\right)$, $b \neq \pm\dfrac{1}{3}$.

20. Две окружности пересекаются в точках A и B, MN — общая касательная к ним. Докажите, что прямая AB делит отрезок MN пополам.

21. Имеются два сплава, в первом из которых содержится 40%, а во втором 20% серебра. Сколько килограммов второго сплава необходимо добавить к 20 килограммам первого сплава, чтобы получился сплав, содержащий 30% серебра?

22. Постройте график функции $y = \dfrac{6}{|x|+1} - 1$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ не имеет с графиком этой функции общих точек.

23. Диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если её средняя линия равна 7.

Ответы к заданиям части 1 (начало)

	Номера заданий																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Вар. 1	2,8	2	2850	3	2	24	1,5	120	12	1	0,4	143	96	40	235	(2; −2)	$\sin\alpha = \frac{a}{2R}$	[−1,5; 1,5]
Вар. 2	0,4	0,75	936	1	3	18	−3	135	0,25	3	0,5	412	7,75	69	135	(1; 2)	$a = \frac{2S}{b\sin\angle C}$	[−0,3; 0,3]
Вар. 3	0,55	9	1302	2	2	2,5	9	100	12	4	0,6	432	242	87,5	12	(−2; −3)	$h = \frac{2S}{a+b}$	[−7; 7]
Вар. 4	0,55	55	2208	4	2	1,8	−2	30	3	2	0,35	324	28	75	25	(−3; −2)	$c = \frac{2S}{r} - a - b$	[−2,2; 2,2]
Вар. 5	4	40	675	1	2	1,8	8	105	11	4	0,25	143	9	7	235	(2; −2)	$l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$	[2; 3]
Вар. 6	4	30	855	1	3	80	4	25	4	2	0,5	213	6	48	345	(3; 4)	$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$	[−2; −1]
Вар. 7	3,85	40	3535	4	3	12,8	2	15	25	3	0,2	431	122	600	123	(3; −1)	$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$	[−6; 6]
Вар. 8	2,8	270	1900	3	4	12,8	4	3	−0,05	4	0,4	432	160	180	234	(1; 2)	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	(−9; 9)
Вар. 9	4,2	6	30 375	1	4	195	17	30	12	1	0,1	341	96	108	245	(3; 5)	$\frac{2E}{v^2}$	[−0,6; 0,6]
Вар. 10	4,9	5	72 420	1	4	15	−2	90	−5	1	0,2	431	−91	49	245	(1; 2)	$\frac{3kT}{V^2}$	[0; 4]

Ответы к заданиям части 1 (продолжение)

	Номера заданий																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Вар. 11	314	2008	4	1	1	1,9	1; −9	78	8	1	10	1	180	164	2	6	$\frac{2S}{t^2}$	(5; 2)
Вар. 12	341	2	200	1	1	15	10	126	−5	1	14	3	336	114	12	2	$\frac{2S}{ab}$	(−3; 2)
Вар. 13	4	7	74 210	3	3	11	5,2	10	4	1	75	2	−135	10	3	1	$v_0 = v - at$	(0; −1)
Вар. 14	2	8	34 680	3	4	2,8	−1,75	19	4	4	12	13	767	12	34	0,5	$p = \frac{l - l_0}{t}$	(0; 3), (3; 0)
Вар. 15	312	12	6	4	3	29,4	7	10	35	4	0,2	13	2650	40	13	−4	$d_2 = \frac{2S}{d_1}$	(1; 3)
Вар. 16	421	12	63	4	1	20,25	−10	24	0,5	2	0,1	13	1760	60	23	−4	$\cos\alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	(5; −1)
Вар. 17	243	4	90	1	2	300	−0,25; 0,5	16	−1	0,4	3,4	3	192	55	23	3	$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S}$	4
Вар. 18	324	2	35	4	3	150	−0,5; 2	50	−8	0,9	3,7	13	−10,625	50	2	2	$R = \frac{T\nu}{2\pi}$	4
Вар. 19	421	9	15	3	2	7	2	9	11	0,47	30	12	32	90	3	−3	$R = \frac{\rho VM}{mT}$	[1; 7]
Вар. 20	132	15	80	4	3	4	1	16	15	0,35	47	13	13,5	90	13	−5	$m_2 = \frac{Fr^2}{Gm_1}$	[3; 5]

Ответы к заданиям части 1 (окончание)

	Номера заданий																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Вар. 21	5,5	1,75	15	2	2	15	3	28	7	0,34	2,5	13	−0,25	70	3	314	$q = 1 - \frac{b_1}{S}$	1
Вар. 22	38,25	22,5	33	3	3	0,3	−6	30	1	0,25	11	12	−18	130	1	214	$\frac{P-2b}{2}$	2
Вар. 23	231	9	13	2	2	5,25	−3	12	0	1	17,5	23	175	50	24	−2	$t = \frac{v_0 - v}{a}$	(−4; 0)
Вар. 24	412	4	25,3	3	4	13	−0,375	27	4	4	825	23	252	56	3	−2	$t = \frac{v + v_0}{a}$	(1; −4)
Вар. 25	312	5	500	2	2	5	−0,5	24	−6	1	1,2	3	6	25	13	17	$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$	(4; −1)
Вар. 26	213	5	75	3	1	5	−3	6	−3	4	5	3	9	20	13	16	$a = \frac{2S}{h} - b$	(−2; −4)
Вар. 27	0,675	21	204	1	23	175	342	−0,2	16	15	13	2	−5	6	13	3	$\frac{53k}{35}$	(−2; −2), (−5; 1)
Вар. 28	2,06	5,5	324	4	14	330	124	3,5	11	35	23	2	7	15	4	1	$\frac{17m}{184}$	(0; −2), (5; 3)
Вар. 29	421	10	35	2	1	8,4	−7; 2	8	9	2	25	12	98	30	3	−6	$t = \sqrt{\frac{S-4}{5}}$	(3; 2)
Вар. 30	432	10	200	1	2	9,6	−4; 6	9	15	1	1	12	3069	45	12	9	$t = \sqrt{\frac{h+8}{3}}$	(1; −4)

Ответы к заданиям части 2

	Номера заданий				
	19	20	21	22	23
Вар. 1	2		8	$-12{,}25; -6; 8$	$72\sqrt{3}$
Вар. 2	36		48	$-20{,}25; -8; 10$	27π
Вар. 3	1		48	$-0{,}25; 6; 12$	16
Вар. 4	27		60	$-2{,}25; -2; 4$	40
Вар. 5	0,2		80	$-1; 8$	30
Вар. 6	16		20	$-2{,}5; -2$	16
Вар. 7	2,25		6	$-112; 14; 20{,}25$	7,5
Вар. 8	0,75		15	$-20{,}25; -20; 70$	11,5
Вар. 9	25		75	$-6{,}25$	172,8
Вар. 10	45		3	$-6{,}25; -4; 6$	32
Вар. 11	2		160	$0; -1$	$-\frac{1}{9}$
Вар. 12	2		21	$0; -9$	$\frac{5}{9}$
Вар. 13	4		22	$(-1; 1]$	$\frac{11}{16}$
Вар. 14	7		21,5	$a \in (-\infty; 0]$	$\frac{569}{1352}$
Вар. 15	-2		18 км	$C = -1, C = 0$	$\frac{3\sqrt{7}}{8}$
Вар. 16	-1		16 км	$b = 1, b = 0$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

	Номера заданий				
	19	20	21	22	23
Вар. 17	-2		25	$-\frac{49}{4}; -6; 0$	$8\sqrt{3}$
Вар. 18	5		20	$\left(-\frac{81}{4}; -18\right) \cup (-18; 0)$	$6\sqrt{3}$
Вар. 19	$\frac{2a-4b}{a-b}$		5 ч и 7 ч	$a \in (0; 1)$	$\frac{\sqrt{39}}{3}$
Вар. 20	2		12,5 и 2,5	$a \in (0; 4)$	$\sqrt{21}$
Вар. 21	$\frac{x^2+2}{x-2}$		$-1; \frac{1}{3}$	$(2; 0)$	60
Вар. 22	$\frac{x^2+1}{x-1}$		$-\frac{1}{7}; \frac{1}{21}$	$(3; 0)$	864
Вар. 23	$a^2 - b^2$		8	$C \in [-1; 0]$	$0{,}5\sqrt{3}$
Вар. 24	$\frac{1}{n(n-1)}$		10	$C \in [0; 4]$	$\frac{5}{6\sqrt{2}}$
Вар. 25	4		кошка мышку, на 1 секунду	$a > 4{,}5$	12,25
Вар. 26	12		202,5	$a > 2$	6
Вар. 27	$\frac{x^2-3}{x-3}$		$-2, -6;$ $-0{,}432, 2{,}16$	$12, -12$	$\frac{8}{3}$
Вар. 28	$\frac{x^2+2}{x-1}$		$-3, 1, 5, 9$	± 3	3
Вар. 29	4		$1 : 3$	$(-2; 3)$	2
Вар. 30	-1		20	$(-\infty; -1] \cup (5; +\infty)$	49

Решение варианта № 3

1. $\frac{0{,}7 \cdot 2{,}2}{2{,}8} = \frac{7 \cdot 2{,}2}{28} = 0{,}55.$

Ответ: 0,55.

2. Используя рисунок, находим наибольшее значение температуры воздуха на протяжении трёх суток, оно равно $13°C$, а наименьшее значение температуры воздуха на протяжении тех же трёх суток равно $4°C$.
$13°C - 4°C = 9°C$.

Ответ: 9.

3. Стоимость билета школьника $\frac{210 \cdot (100 - 40)}{100} = 126$ (руб.).

Стоимость билетов для группы: $210 \cdot 2 + 126 \cdot 7 = 420 + 882 = 1302$ (руб.).

Ответ: 1302.

4. Заметим, что $6 < a < 7$. Тогда

1) $a - 8 > 0$ — неверно,
2) $7 - a > 0$ — верно,
3) $a - 5 < 0$ — неверно,
4) $6 - a = 0$ — неверно.

Ответ: 2.

5. Запишем все числа в виде корней из соответствующих чисел.

1) $7 = \sqrt{49}$;
2) $\sqrt{39}$;
3) $2\sqrt{19} = \sqrt{76}$;
4) $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$.

Наименьшим из них является число $\sqrt{39}$.

Ответ: 2.

6. Обозначим высоту экрана B через x (см. рис. 224), тогда из подобия треугольников $\triangle OC_1D_1 \sim \triangle OCD$ следует, что $\frac{x}{1} = \frac{5}{2}$, $x = \frac{1 \cdot 5}{2} = 2{,}5$ (м).

Ответ: 2,5.

7. $19x + 16 = 23(x - 2) + 26$,
$19x + 16 = 23x - 46 + 26$,
$19x - 23x = -20 - 16$,
$-4x = -36$,
$x = 9$.

Ответ: 9.

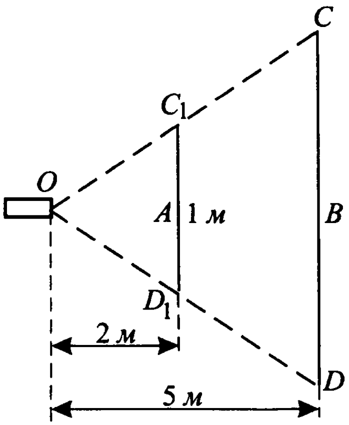


Рис. 224

8. $\angle ABC = 130°$, $\smile AC = 260°$, $\smile ABC = 360° - 260° = 100°$.
$\angle AOC = \smile ABC = 100°$.

Ответ: 100.

9. $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{ab} \cdot \frac{ba}{a+b} = \frac{(a+b)^2 \cdot ab}{ab \cdot (a+b)} = a + b.$
При $a = 3 + \sqrt{7}$, $b = 9 - \sqrt{7}$ $\quad a + b = 3 + \sqrt{7} + 9 - \sqrt{7} = 12$.

Ответ: 12.

10. 80 кг разделим на 4 части, получим, что на одну часть приходится 20 кг. По диаграмме видно, что свинца в сплаве менее четверти, поэтому масса свинца составляет менее 20 кг.

Ответ: 4.

11. Всего пирожков 30, с печенью $30 - (9 + 3) = 18$ (шт). Вероятность равна: $\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0{,}6$.

Ответ: 0,6.

12. Используя рисунок, установим соответствие формул и графиков.
1) $y = x^2 + 1$, графиком служит парабола с вершиной $(0; 1)$, симметричная относительно оси ординат.
Среди указанных графиков такого нет.
2) $y = \sqrt{x} + 1$, графиком служит кривая, область определения которой $[0; +\infty)$, множество значений $[1; +\infty)$.
Этой формуле соответствует график $В$.
3) $y = (x-1)^2$, графиком служит парабола, с вершиной $(0; 1)$, симметричная относительно прямой $x = 1$. Этой формуле соответствует график $Б$.

4) $y = 2x + 1$, графиком служит прямая, проходящая через точки $(0; 1)$ и $(-1; -1)$.

Этой формуле соответствует график A.

Ответ: 432.

13. $b_1 = 2$; $b_2 = 6$; $b_3 = 18$; $q = \dfrac{b_2}{b_1} = 3.$

$$S_5 = \frac{b_1(q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{2 \cdot (3^5 - 1)}{3 - 1} = 3^5 - 1 = 243 - 1 = 242.$$

Ответ: 242.

14. $AD = 5 + 18 = 23$. $\triangle ABK$ — равнобедренный, так как $\angle BAK = 90° - \angle ABK = 45°$, отсюда $BK = KA = 5$ (см. рис. 225);

$$S_{\text{тр}} = \frac{(AD + BC)}{2} \cdot BK = \frac{23 + 12}{2} \cdot 5 = 87{,}5.$$

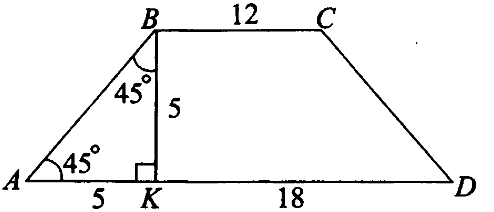


Рис. 225

Ответ: 87,5.

15. 1) Диагонали ромба пересекаются под углом 90° — верное утверждение.

2) Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке — верное утверждение.

3) Любые две прямые имеют не менее одной общей точки — неверное утверждение (параллельные прямые не имеют общих точек).

4) Площадь трапеции равна произведению высоты на сумму оснований — неверное утверждение (площадь трапеции равна произведению высоты на полусумму оснований).

5) Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к противолежащему — неверное утверждение (тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к прилежащему).

Ответ: 12.

16. $y = x^2 + 2x - 3$ и $y = 2x + 1$, $x^2 + 2x - 3 = 2x + 1$, $x^2 = 4$, $x_1 = 2$ и $x_2 = -2$.
Абсцисса точки A отрицательна, поэтому A имеет координаты: $x = -2$, $y = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$.

Ответ: $(-2; -3)$.

17. $S = \frac{1}{2} \cdot (a + b)h$, $h = \frac{2S}{a+b}$.

Ответ: $\frac{2S}{a+b}$.

18. $7x^2 - 343 \leqslant 0$; $x^2 - 49 \leqslant 0$, $(x - 7)(x + 7) \leqslant 0$; $-7 \leqslant x \leqslant 7$.

Ответ: $[-7; 7]$.

19. $\frac{28^{2n-1}}{2^{4n-2} \cdot 7^{2n-2}} = \frac{(4 \cdot 7)^{2n-1}}{2^{4n-2} \cdot 7^{2n-2}} = \frac{4^{2n-1} \cdot 7^{2n-1}}{4^{2n-1} \cdot 7^{2n-2}} =$
$= 7^{2n-1-(2n-2)} = 7$.

Ответ: 7.

20. По теореме Пифагора для $\triangle ABD$ имеем $AB^2 + AD^2 = BD^2$.
Но $AB^2 = S_{ABKM}$, $AD^2 = S_{AEFD}$, $BD^2 = S_{BDLN}$. Отсюда следует соотношение между площадями $S_{ABKM} + S_{AEFD} = S_{BDLN}$. Прибавляя к обеим частям равенства площадь $BCFE$, получаем $S_{ABKM} + S_{AEFD} + S_{BCFE} = S_{BDLN} + S_{BCFE}$, откуда
$S_{CKMD} = S_{BDLN} + S_{BCFE}$, что и требовалось доказать.

21. После остановки оставалось проехать $110 - 50 = 60$ км. Пусть x км/ч — начальная скорость велосипедиста, тогда после остановки его скорость стала равна $(x + 8)$ км/ч. По плану 60 км он хотел проехать за $\frac{60}{x}$ ч, а на самом деле проехал за $\frac{60}{x+8}$ ч. Составим уравнение:
$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+8} + \frac{1}{4}$. Решим это уравнение: $4 \cdot 60(x+8) - 4 \cdot 60x - x(x+8) = 0$;
$x^2 + 8x - 1920 = 0$; $x_1 = 40$, $x_2 = -48$.

Так как x — величина положительная, то второй корень уравнения не соответствует условию задачи. Таким образом, скорость велосипедиста после остановки равна $40 + 8 = 48$ (км/ч).

Ответ: 48.

22. Разложим числитель дроби на множители:
$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$.

При $x \neq -1$ и $x \neq -2$ исходная функция принимает вид $y = (x-1)(x-2)$. График исходной функции — парабола, из которой выколоты точки $(-1; 6)$ и $(-2; 12)$ (см. рис. 226). Вершина параболы имеет координаты $(1{,}5; -0{,}25)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых выколота.

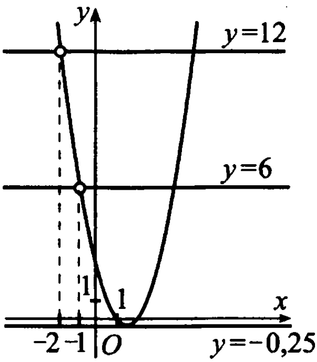


Рис. 226

Отсюда $c = 12$, $c = 6$ или $c = -0{,}25$.

Ответ: $-0{,}25$; 6; 12.

23. Пусть O — точка пересечения диагоналей AC и BD. В прямоугольнике диагонали равны $AC = BD = 8$, $BO = AO$, $\angle AOB = 30°$ (см. рис. 227).

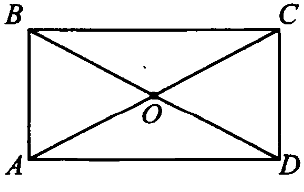


Рис. 227

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\angle AOB = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 30° = 16.$$

Ответ: 16.

Решение варианта № 12

1. А) $2{,}3 \cdot \frac{7}{46} = \frac{23 \cdot 7}{10 \cdot 46} = \frac{7}{20} = 0{,}35$ — соответствует 3).

Б) $5 : \frac{15}{36} = 5 \cdot \frac{36}{15} = \frac{5 \cdot 36}{15} = 12$ — соответствует 4).

В) $5{,}7 - \frac{2}{5} = 5{,}7 - 0{,}4 = 5{,}3$ — соответствует 1).

Ответ:

А	Б	В
3	4	1

2. Используя рисунок, найдём по оси «Сутки» (ось абсцисс) значение 10 часов и значение 18 часов, им соответствуют значения по оси $t°C$ (ось ординат) 7 и 9. Следовательно, при изменении времени с 10 часов до 18 часов, температура воздуха изменилась с $7°C$ до $9°C$.
$9°C - 7°C = 2°C$. Отсюда, температура воздуха в 10 часов ниже температуры воздуха в 18 часов на $2°C$.

Ответ: 2.

3. Вся смесь имеет массу 320 г, количества яблок и абрикосов составляют $5 + 3 = 8$ (частей). Чтобы найти, сколько граммов составляют яблоки, надо $320 : 8 \cdot 5 = 200$ (г).

Ответ: 200.

4. На координатной прямой отмечены числа $m > 0$, $y < 0$.
Определим наибольшее число среди предложенных:
1) $m - y > 0$;
2) $-m < 0$;
3) $my < 0$;
4) $y - m < 0$.

Наибольшим числом является число $m - y$, стоящее над номером 1.

Ответ: 1.

5. 1) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$ — рациональное;

2) $\sqrt{11} : \sqrt{22} = \sqrt{\frac{11}{22}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ — иррациональное;

3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ — иррациональное;

4) $(\sqrt{7} + 2) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{21} + 2\sqrt{3} = \sqrt{21} + \sqrt{12}$ — иррациональное.

Ответ: 1.

6. $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ (по двум углам) — по условию $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$ (см. рис. 228).

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC}; \quad \frac{36}{AB} = \frac{12}{500}; \quad AB = \frac{36 \cdot 500}{12} = 1500\,(\text{см}); \quad AB = 15\,(\text{м}).$$

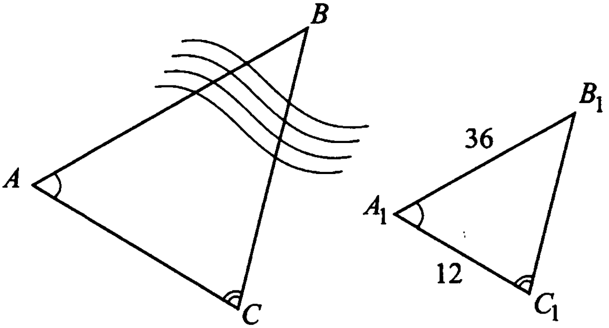


Рис. 228

Ответ: 15.

7. $x^2 - 3x - 70 = 0$,

$D = 9 + 280 = 289 = 17^2$, $D > 0$.

$x_{1,2} = \dfrac{3 \pm 17}{2}$, $x_1 = -7$; $x_2 = 10$.

Ответ: 10.

8. $S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot BE$ (см. рис. 229). $BCEF$ — прямоугольник, $BC = EF = 5$. $\triangle ABE$: BE — высота, $\angle BAE = \angle ABE = 45°$; $\triangle ABE$ — равнобедренный, $BE = AE$. $\triangle ABE = \triangle CFD$, поэтому $AE = FD$. $AE = \dfrac{23 - 5}{2} = 9$, $BE = 9$.

$$S_{ABCD} = \frac{5 + 23}{2} \cdot 9 = 14 \cdot 9 = 126.$$

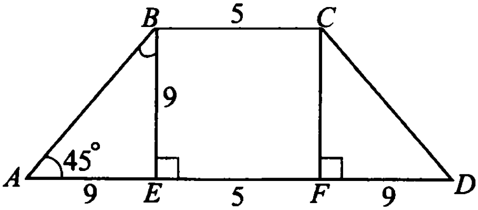


Рис. 229

Ответ: 126.

9. $a(a+2)-(2-a)^2 = a^2+2a-(4-4a+a^2) = a^2+2a-4+4a-a^2 = 6a-4.$

При $a = -\frac{1}{6}$ значение выражения равно $6a - 4 = 6 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) - 4 = -5.$

Ответ: -5.

10. Так как в спортивном кружке занимается 50% количества всех учащихся, то и вероятность выбора одного учащегося из спортивного кружка наибольшая. То есть ответ 1).

Ответ: 1.

11. Время, затраченное туристом, равно $5 + 2 + 1{,}5 + 1{,}5 = 10$ (часов); расстояние, которое преодолел турист равно $12 + 18 + 102 + 8 = 140$ (км).

По формуле $v = \frac{S}{t}$ получаем $v = \frac{140}{10} = 14$ (км/ч).

Ответ: 14.

12. Используя рисунок, определим верность утверждений:
1) Действительно, функция убывает на промежутке $(-\infty; 4]$.
2) Действительно, $f(1) = f(7) = 0$.
3) Неверно, так как (-9) — это наименьшее значение функции.

Ответ: 3.

13. $S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = 4(a_1 + a_8) = 4(2a_1 + 7d) =$
$= 4(2 \cdot 49 + 7 \cdot (-2)) = 8 \cdot 42 = 336.$

Ответ: 336.

14. $OC \perp CA$, $\angle OCA = 90°$, так как CA — касательная. Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним. $\angle COB = \angle OCA + \angle CAO = 90° + 24° = 114°$.

Ответ: 114°.

15. Определим верные утверждения из предложенных:
1) — верное,
2) — верное,
3) — неверное, так как отрезок, соединяющий вершину треугольника и середину противоположной стороны — это медиана.

Ответ: 12.

16. $\begin{cases} 8x - 16 \leqslant 0, \\ x + 5 \geqslant 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 8x \leqslant 16, \\ x \geqslant 3 - 5; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leqslant 2, \\ x \geqslant -2; \end{cases}$ $-2 \leqslant x \leqslant 2.$

Наибольшее значение x равно 2.

Ответ: 2.

17. $S = \frac{1}{2}ab\sin C, \quad ab\sin C = 2S, \quad \sin C = \frac{2S}{ab}.$

Ответ: $\frac{2S}{ab}$.

18. По рисунку находим общую точку двух прямых, соответствующих уравнениям $2x - 3y = -12$ и $2x + y = -4$: $x = -3,\ y = 2$.

Ответ: $(-3; 2)$.

19. $b - \frac{b^2 - 4b}{b+2} \cdot \frac{1}{b-4} - \frac{b^2 - b - 4}{b+2} = b - \frac{b(b-4)}{(b+2)(b-4)} -$

$- \frac{b^2 - b - 4}{b+2} = \frac{b(b+2)}{b+2} - \frac{b}{b+2} - \frac{b^2 - b - 4}{b+2} =$

$= \frac{b^2 + 2b - b - (b^2 - b - 4)}{b+2} = \frac{b^2 + 2b - b - b^2 + b + 4}{b+2} = \frac{2b+4}{b+2} =$

$= \frac{2(b+2)}{b+2} = 2.$

Ответ: 2.

20. *Дано:*

Окружность с центром в точке O и радиусом $R = OC$.

AC — касательная,

AB — касательная.

Доказать, что $AC = AB$.

Доказательство.

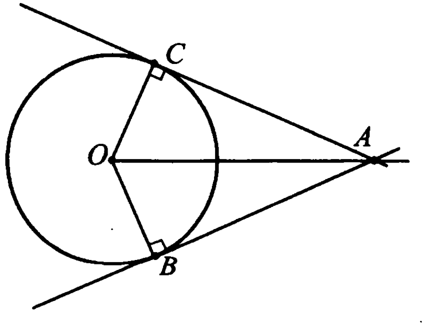


Рис. 230

$OC \perp AC$ и $OB \perp AB$ по теореме о касательной: касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания (см. рис. 230).

$\triangle AOC = \triangle AOB$ (прямоугольные треугольники равны по катету и гипотенузе: $OC = OB$ как радиусы, OA — общая гипотенуза).

Из равенства треугольников следует, что $AC = AB$. Что и требовалось доказать.

21. Пусть путешественники проплыли по реке на плоту расстояние S км со скоростью течения реки 3 км/ч, тогда время, затраченное на этот путь, равно $\frac{S}{3}$ ч. Возвращаясь обратно, путешественники проплыли этот же путь S км на лодке со скоростью $10 - 3 = 7$ (км/ч) и затратили $\frac{S}{7}$ ч. Так как 1,5 часа длился привал, то в пути путешественники были $11{,}5 - 1{,}5 = 10$ (ч). Составим и решим уравнение:

$\frac{S}{3} + \frac{S}{7} = 10, \quad \frac{7S}{21} + \frac{3S}{21} = \frac{10 \cdot 21}{21}, \quad 10S = 10 \cdot 21, \quad S = 21$ км.

Ответ: 21.

22. 1. Построим график функции $y = x^2 - 7|x| + x$ (см. рис. 231).

$$y = \begin{cases} x^2 + 8x, & \text{если } x < 0, \\ x^2 - 6x, & \text{если } x \geqslant 0. \end{cases}$$

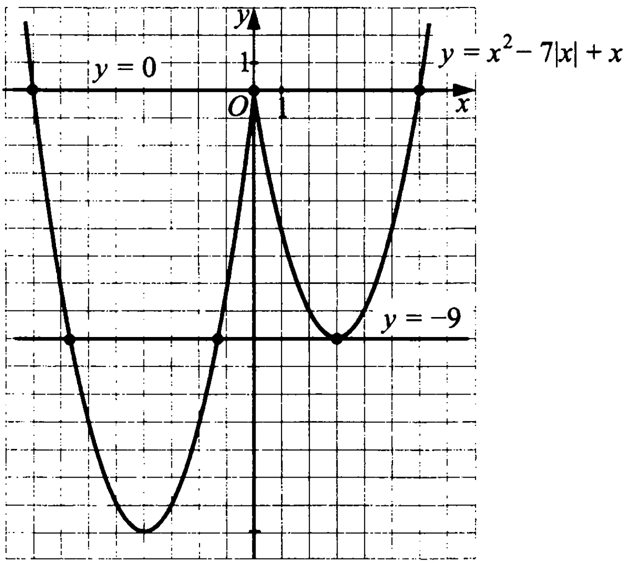


Рис. 231

Графиком функции $y = x^2 + 8x$ является парабола, ветви которой направлены вверх ($a = 1$, $a > 0$), вершина в точке с координатами $(-4; -16)$, $y(-8) = 0$.

Графиком функции $y = x^2 - 6x$ является парабола, ветви которой направлены вверх ($a = 1$, $a > 0$), вершина в точке с координатами $(3; -9)$, $y(6) = 0$, $y(0) = 0$.

2. Прямая $y = b$ имеет с графиком функции $y = x^2 - 7|x| + x$ ровно три общие точки при $b = 0$ и $b = -9$ (см. рис. 231).

Ответ: график изображён на рисунке 231; $b = 0$ или $b = -9$.

23. *Дано:* окружность (O_1, O_1A), окружность (O_2, O_2B).
AB — общая хорда,
AD — касательная,
BC — касательная,
$CB = 5$, $AC = 3$, $BD = 12$.
Найти: $\cos\angle ABD$.

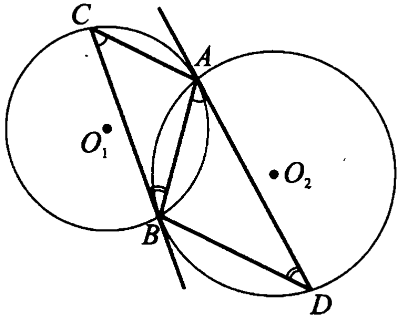


Рис. 232

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ (см. рис. 232). $\angle ACB = \angle DAB$ ($\angle ACB$ — угол, вписанный в окружность с центром O_1, опирающийся на дугу AB, а $\angle DAB$ является углом между касательной AD и хордой AB).
$\angle ABC = \angle ADB$ ($\angle ADB$ — угол, вписанный в окружность с центром O_2, опирающийся на дугу AB, а $\angle ABC$ является углом между касательной BC и хордой AB). $\triangle ABC \sim \triangle BDA$ (по двум равным углам). Отсюда $\angle ABD = \angle CAB$. Составим отношение длин сторон в подобных треугольниках: $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{AB}$; $AB^2 = BD \cdot AC$;
$AB^2 = 12 \cdot 3 = 36$; $AB = 6$.
По теореме косинусов для $\triangle ABC$ имеем
$CB^2 = CA^2 + BA^2 - 2 \cdot CA \cdot BA \cdot \cos\angle CAB$;

$$\cos\angle CAB = \frac{CA^2 + BA^2 - CB^2}{2CA \cdot BA} = \frac{9 + 36 - 25}{2 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}.$$

$$\cos\angle ABD = \frac{5}{9}.$$

Ответ: $\frac{5}{9}$.

Глава II. Сборник задач

§ 1. Базовый уровень (часть 1)

1.1. Проценты

1. Средний рост девочек того же возраста, что и Тома, равен 150 см. Рост Томы на 8% выше среднего. Какой рост у Томы?

2. В цветочном магазине цена непроданной розы каждый день снижается на 15%. Сколько будет стоить роза на третий день, если в первый день её продавали по 80 рублей?

3. Детёныш кенгуру может прыгнуть в высоту на 1,44 м, что составляет 75% от высоты прыжка его отца. Какова высота (в сантиметрах) прыжка взрослого кенгуру?

4. В два магазина завезли одинаковое количество порций мороженого. К концу рабочего дня в первом магазине число порций мороженого уменьшилось на 50%, а во втором — в полтора раза. В каком магазине осталось больше порций мороженого?

5. В двух библиотеках было одинаковое число книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 80%, а во второй — в 1,7 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

6. В зоомагазине в двух аквариумах было одинаковое количество хомячков. Через 2 месяца в первом аквариуме число хомячков увеличилось на 60%, а во втором — в 1,6 раза. В каком аквариуме хомячков стало больше?

7. На первом складе готовой продукции было в 2 раза больше комплектов мебели, чем на втором. Через неделю на обоих складах стало мебели поровну. На сколько процентов увеличилось количество продукции на втором складе, если на первом оно осталось без изменений?

8. В большом аквариуме количество рыб было в два раза больше, чем в маленьком аквариуме. Через год в большом аквариуме число рыб уменьшилось на 25%, а в маленьком — увеличилось в 1,5 раза. В каком аквариуме после этого рыб стало больше?

9. В первом спичечном коробке было в 3 раза больше спичек, чем во втором. Через день в первом коробке число спичек уменьшилось в 4 раза, а во втором — на 30%. В каком коробке после этого спичек стало больше?

10. На складе А было на 50% продукции больше, чем на складе В. Через месяц количество продукции на складе А уменьшилось в 1,25 раза, а на складе В — увеличилось на 25% по сравнению с первоначальным. На каком складе продукции стало больше?

11. Среди учащихся 9-х классов некоторой школы доля отличников составляет 15%. При этом неуспевающих по какому-либо предмету — в 8 раз меньше, чем школьников, имеющих положительные отметки по всем дисциплинам. Какое наименьшее количество человек может обучаться в школе, если приведены точные данные (не подвергались округлению)?

12. Среди учеников школы поровну мальчиков и девочек, при этом доля блондинок среди девочек составляет 15%, а блондинов — в 6 раз меньше, чем мальчиков с иным цветом волос. Кого в школе больше: блондинов или блондинок?

13. Спортсмен после серии тренировок улучшил свой результат на 0,25 от исходного результата. На сколько процентов спортсмен улучшил результат?

14. За две недели октября средняя дневная температура воздуха понизилась на 30%. Какой она стала, если была $20°C$?

15. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 г соли приготовить 5%-ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг.)

16. Мотоциклист преодолевает расстояние S км за 10,5 ч. На сколько процентов следует увеличить его скорость, чтобы то же расстояние он преодолел за 8 ч 24 мин?

17. В походе приняли участие 20 девочек и 60 мальчиков. Сколько процентов мальчиков по отношению к общему количеству ребят участвовало в походе?

18. В новом году зарплата рабочего была увеличена на 20%. Какова теперь зарплата рабочего, если до увеличения она составляла 4000 рублей?

19. Цена товара составляет 600 рублей. Сколько будет стоить товар, если его цену поднимут на 15%?

20. По расчётам одной группы физиков, масса барионной материи (нейтроны, протоны и электроны) составляет $\frac{1}{25}$ массы Вселенной, а по расчётам другой группы физиков, масса всех нейтронов, протонов и электронов во Вселенной составляет 4,5% всей её массы. Какая группа физиков отводит массе барионной материи бóльшую долю?

21. Два банковских филиала обслуживали в прошлом году одинаковое количество клиентов. В этом году количество клиентов в первом филиале увеличилось на 150%, а во втором — в 2,5 раза. В каком филиале стало больше клиентов?

§ 2. Повышенный уровень (часть 2)

2.1. Преобразования алгебраических выражений

Упростите выражение (22–61):

22. $\dfrac{25x^2-9}{x^2+x-12}\cdot\dfrac{x+4}{5x+3}+\dfrac{2x}{3-x}$.

23. $\dfrac{9x^2-49}{2x^2+15x-8}\cdot\dfrac{x+8}{3x+7}-\dfrac{1}{1-2x}$.

24. $\left(\dfrac{x+3y}{x^2y-3xy^2}+\dfrac{3}{x^2+3xy}\right)\cdot\dfrac{9y^3-x^2y}{(9y+x)^2}$.

25. $\left(\dfrac{2x+y}{2x^2y-xy^2}-\dfrac{2}{y^2+2xy}\right):\dfrac{(6x+y)^2}{4x^3-y^2x}$.

26. $\left(\dfrac{a^2-4b^2}{a^2+ab-6b^2}-\dfrac{a^2-9b^2}{a^2+6ab+9b^2}\right)\cdot\dfrac{a+3b}{b}$.

27. $\left(\dfrac{6a+1}{a^2-6a}+\dfrac{6a-1}{a^2+6a}\right)\cdot\dfrac{a^4-35a^2-36}{a^4+2a^2+1}$.

28. $\left(\dfrac{x+7a}{7ax-x^2}+\dfrac{x-7a}{7ax+x^2}\right):\dfrac{28a}{x^2-49a^2}$.

29. $\left(\dfrac{x-4a}{4ax-x^2}+\dfrac{4a+x}{4xa+x^2}\right):\dfrac{16a}{x^2-16a^2}$.

30. $\left(\dfrac{x^2-2ax+4a^2}{x-2a}+\dfrac{x^2+2ax+4a^2}{2a+x}\right)\cdot\dfrac{4a^2-x^2}{2x^3}$.

31. $\left(\dfrac{x+4a}{x-a}-\dfrac{3-ax}{x+a}-\dfrac{5a-3-a^2}{x^2-a^2}:\dfrac{1}{x}\right)\cdot\left(x^2-a^2\right)$.

32. $\dfrac{b^2}{a-b}:\left(\dfrac{a^2+ab+b^2}{ab+b^2}-\dfrac{a^2-ab+b^2}{ab-b^2}\right)$.

33. $\left(\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\right)\cdot\dfrac{ab^3-a^4}{b^5-4a^4b}$.

34. $\left(\dfrac{2a-4b}{b^2+4ab}-\dfrac{3a+b}{b^2-4ab}\right)\cdot\left(b^2-4ab\right)+\dfrac{21a^2+6b^2-9ab}{4a+b}$.

35. $\left(\dfrac{a+b}{a^2-b}-\dfrac{a-b}{a^2+b}\right):\dfrac{a+1}{a^2-b}$.

36. $\dfrac{16}{a+5}-\dfrac{3-2a}{72a^2+24a+8}\cdot\dfrac{-8+216a^3}{2a^2+7a-15}$.

37. $\left(\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{a^2-1}{a+1}\right)^{-1}+\dfrac{a^2-a-1}{a^2-2a}$.

38. $\left(\dfrac{a}{a+1}+\dfrac{1}{a-1}\right)^{-1}+\dfrac{2}{a^2+1}$.

39. $\dfrac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

40. $\dfrac{(a+b)^3}{a^2-ab+b^2}-3\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{3}{a+b}\right)^{-1}$.

41. $\left(a+\dfrac{b-a}{1+ab}\right):\left(1-\dfrac{a(b-a)}{1+ab}\right)$.

42. $\left(a-\dfrac{4a-9}{a-2}\right):\left(2a-\dfrac{2a}{a-2}\right)$.

43. $\left(x+1-\dfrac{12x-13}{x+3}\right):\left(x-3-\dfrac{7}{x+3}\right)$.

44. $\dfrac{x}{\dfrac{2}{x+1}-1}-\dfrac{2+\dfrac{4x}{1-x}}{x+1}+3$.

45. $\dfrac{18\cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1}\cdot 2^{4n-3}}$.

46. $\left(\dfrac{3}{4a-b}-\dfrac{2}{4a+b}-\dfrac{1}{4a-5b}\right):\dfrac{b^2}{16a^2-b^2}$.

47. $\left(\dfrac{1}{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{x^2+5x+6}\right):\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+3}\right)$.

48. $\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{13}{4-\sqrt{3}}\right)\cdot\dfrac{1}{3+3\sqrt{3}}$.

49. $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}$.

50. $\left(\dfrac{2m}{m-7}+\dfrac{4m}{m^2-14m+49}\right)\cdot\dfrac{m^2-9m+14}{m-5}+\dfrac{10m}{7-m}$.

51. $\left(\dfrac{m}{m-5}+\dfrac{3m}{2m^2-11m+5}\right)\cdot\dfrac{m^2+m-30}{m+1}-\dfrac{4m}{2m-1}$.

52. $\sqrt{(2-\sqrt[3]{20})^2}+\sqrt{(3-\sqrt[3]{20})^2}$.

53. $\sqrt{(\sqrt[5]{240}-2)^2}+\sqrt{(\sqrt[5]{240}-3)^2}$.

54. $\left(\left(\dfrac{b^2-2b+2}{b^4+4}\right)^{-1}-1\right)\cdot(b+1)^{-1}$.

55. $x^{-8}\cdot\left(\dfrac{1}{x-1}+(x+1)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)\right).$

56. $\dfrac{4\cdot 36^n}{2^{2n+2}\cdot 3^{2n-3}}.$

57. $\dfrac{8\cdot 100^n}{5^{2n-2}\cdot 2^{2n+1}}.$

58. $\dfrac{\left(5^{1-5n}\right)^2\cdot\left(4^{2n+1}\right)^3\cdot(2{,}5)^{11n}}{160}.$

59. $81\cdot\dfrac{\left(3\cdot 3^n\right)^{3n}}{\left(9^n\right)^2}:27^{n^2-n}.$

60. $\dfrac{1}{\sqrt{4}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}+\dfrac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}.$

61. $\sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{10}-4\right)^2}.$

Найдите сумму иррациональных чисел (62—63):

62. $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}.$

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}}+\sqrt{21+12\sqrt{3}}.$

64. Между какими соседними натуральными числами заключено значение выражения $\dfrac{1}{\sqrt{4}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}$?

65. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}+\frac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}\left(\sqrt{15}+\sqrt{13}\right)}+\frac{1}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)}+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}\left(\sqrt{15}-\sqrt{13}\right)}.$$

Упростите выражение (66—67):

66. $\dfrac{\sqrt{ab}-a}{\sqrt{-a}}.$

67. $\dfrac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$ $(a<0,\, b<0).$

Сократите дробь (68—71):

68. $\dfrac{2ab-10a+5-b}{2a^2-7a+3}.$

69. $\dfrac{6-9n+6mn-4m}{3n^2+n-2}.$

70. $\dfrac{3ab + 21a + 2b + 14}{9a^2 + 9a + 2}$.

71. $\dfrac{4ab - 16a + b - 4}{16a^2 - 8a - 3}$.

Упростите выражение (72–85):

72. $\left(\dfrac{n+1}{n^2 + 4n + 4} - \dfrac{n-1}{n^2 - 4}\right) : \dfrac{2n}{(n+2)^2}$.

73. $\left(\dfrac{x}{x^2 - 2x + 1} - \dfrac{1}{x-1}\right) : \dfrac{5}{(x-1)^2}$.

74. $\left(\dfrac{a(1-a)}{2} + \dfrac{a^2 - 4a + 3}{2a^2 - 6a}\right) : (a-1)^2$.

75. $\left(\dfrac{(b^2 - 3b + 2)(b-1)}{b^2} - \dfrac{b^2 - 4b + 3}{b}\right) : (b-1)^2$.

76. $\left(\dfrac{k+2}{k^2 + 3k - 4} - \dfrac{k-8}{k^2 + 8k + 16}\right) : \dfrac{5}{(k+4)^2}$.

77. $\left(\dfrac{1}{t^2 - 4} - \dfrac{1}{t^2 + t - 6}\right) : \dfrac{1}{t^2 + 5t + 6}$.

78. $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{1}{(b-c)(b-a)} + \dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$.

79. $\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$.

80. $\left(\dfrac{m-3}{m^2 - 4m + 3} - \dfrac{2m}{m^2 - 1}\right) : \dfrac{1}{5m + 5}$.

81. $\left(\dfrac{m+3}{m^2 + 4m + 4} - \dfrac{2m+6}{m^2 + 5m + 6}\right) \cdot \dfrac{m^2 - 4}{m+1}$.

82. $\left(\dfrac{x-1}{x^2 - 6x + 8} - \dfrac{3}{x^2 - 16}\right) : \dfrac{2x^2 + 4}{x^2 + 2x - 8} + \dfrac{1}{8 - 2x}$.

83. $\left(\dfrac{x+6}{x^2 - 6x} + \dfrac{x-6}{x^2 + 6x}\right) : \dfrac{x^2 + 36}{x^2 - 36} - \dfrac{2}{x}$.

84. $\left(\dfrac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} - \dfrac{a^2}{a+b}\right)\left(\dfrac{-1}{b^2}\right)$.

85. $\left(\dfrac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2} + \dfrac{b}{a+b}\right)\dfrac{a+b}{3b}$.

86. Докажите тождество $\left(\dfrac{2a+1}{2a-1} - \dfrac{2a-1}{2a+1}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{4a^2}\right) = \dfrac{4a-2}{2a^2 + a}$.

Упростите выражение (87–95):

87. $\left(a-b+\dfrac{4ab}{a-b}\right):\left(\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{2ab}{b^2-a^2}\right)$.

88. $\dfrac{1}{3b-1}-\dfrac{27b^3-3b}{9b^2+1}\cdot\left(\dfrac{3b}{9b^2-6b+1}-\dfrac{1}{9b^2-1}\right)$.

89. $\dfrac{3}{2a-3}-\dfrac{8a^3-18a}{4a^2+9}\cdot\left(\dfrac{2a}{4a^2-12a+9}-\dfrac{3}{4a^2-9}\right)$.

90. $\left(\dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{3}{x-4}-\dfrac{6-4x}{x^2-3x-4}\right):\dfrac{2x-3}{x}$.

91. $\dfrac{2x-5}{x}:\left(\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{21-3x}{x^2+x-6}\right)$.

92. $\left(\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{5}{a^2-a-6}+\dfrac{2a}{a-3}\right)\cdot\dfrac{a}{2a+1}$.

93. $\left(\dfrac{2}{b+1}+\dfrac{10}{b^2-3b-4}+\dfrac{3b}{b-4}\right):\dfrac{3b+2}{3}$.

94. $\left(\dfrac{m^2+3m}{m^2+3m+2}-\dfrac{m^2-2m}{m^2-2m-3}\right):\dfrac{1}{m^2-m-6}-\dfrac{5}{m+1}$.

95. $\left(\dfrac{m^2+3m}{m^2+3m-4}-\dfrac{m^2-4m}{m^2-4m+3}\right):\dfrac{m}{m^2+m-12}$.

96. Разложите многочлен mn^2-n^2+mn-n на линейные множители.

97. Сократите дробь $\dfrac{3x^2+7x-6}{x^2-9}$ при $x\neq\pm3$.

98. Разложите на множители $\dfrac{1}{xy}\cdot(x^3y-2xy^3-x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

99. Разложите на множители $\dfrac{1}{xy}\cdot(x^3y-3xy^3+2x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

100. Найдите наименьшее значение выражения $(2x^2+3y+x+5)^2+(y+3-2x)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

101. Найдите наименьшее значение выражения $(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2-5$ и значения x и y, при которых оно достигается.

102. Найдите наименьшее значение выражения $(17-4x-5y)^2+(3x-y-4{,}2)^2+3$ и значения x и y, при которых оно достигается.

103. Найдите все пары чисел $(x_0; y_0)$, при которых верно равенство $\sqrt{3x-5y-1}+\sqrt{x+4y-6}=0$.

104. Найдите все пары чисел $(a; b)$, при которых равны значения выражений $2 + \sqrt{2a - 3b - 1}$ и $\sqrt{4 - (a - 2b)^2}$.

2.2. Уравнения и системы уравнений

2.2.1. Уравнения

Решите уравнение (105–117):

105. $\dfrac{2}{x^2 - x - 12} + \dfrac{6}{x^2 + 4x + 3} = \dfrac{1}{x + 3}$.

106. $\dfrac{3}{x^2 + 4x - 5} - \dfrac{5}{x^2 - 8x + 7} = \dfrac{2}{x - 1}$.

107. $\dfrac{3}{x^2 + x - 6} - \dfrac{2}{2x^2 - 5x + 2} = \dfrac{x}{2x^2 + 5x - 3}$.

108. $\dfrac{x}{2 + 3x} - \dfrac{5}{3x - 2} = \dfrac{15x + 10}{4 - 9x^2}$.

109. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$.

110. $2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x = 0$.

111. $10x^4 - 45x = 30x^2 - 15x^3$.

112. $(x^2 + 3)^2 + 3 = 7x^3 - 7x^2 + 7x$.

113. $5x^3 + 3x^2 - 5x - 3 = 0$.

114. $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$.

115. $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$.

116. $x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8 = 0$.

117. $x^6 - 14x^4 + 56x^2 - 64 = 0$.

118. Докажите, что уравнение $\left(x^2 + 8x + 17\right)\left(x^2 - 4x + 7\right) = 3$ не имеет корней.

119. Докажите, что уравнение $\left(x^2 - 6x + 10\right)\left(x^2 - 10x + 32\right) = 7$ не имеет корней.

Решите уравнение (120–121):

120. $\dfrac{3}{x^2 - 2x + 1} + \dfrac{2}{1 - x^2} = \dfrac{1}{x + 1}$.

121. $\dfrac{4}{x^2 + 6x + 9} - \dfrac{6}{9 - x^2} = \dfrac{1}{x - 3}$.

122. Найдите координаты точек пересечения параболы

$y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x + 4$ и прямой $2x - y - 5 = 0$.

123. Найдите координаты точек пересечения параболы
$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 7$ и прямой $3x + 2y - 1 = 0$.

124. Найдите все целые решения уравнения $x^2 + \frac{2}{x^2} = 3$.

125. График функции $y = ax^2 + bx + c$ со старшим коэффициентом $a = 1$ — парабола с вершиной в точке $(3; 3)$. Найдите её точки пересечения с прямой $y = 2x$.

126. Найдите все решения уравнения $\frac{x^2 - 10}{x^2 + 2} + x^2 - 2 = 1$.

127. Найдите точки пересечения прямой $y - x - 3 = 0$ с окружностью $x^2 + y^2 = 9$.

Решите уравнение (128–131):

128. $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$.

129. $(x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4$.

130. $\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} - 3\right)\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} + 2\right) - 6 = 0$.

131. $\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} - \frac{21}{8}\right)\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0$.

Решите систему уравнений (132–133):

132. $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

133. $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 4x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

134. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 4\sqrt{2}x + 2 = 2x - \sqrt{2}$.

135. Выясните, имеет ли уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ действительные корни.

136. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 2x\sqrt{2} + 8{,}4 = -3x$.

137. Определите, сколько различных действительных корней имеет уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$.

138. Определите уравнение, имеющее наименьшую сумму корней:
1) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$; 3) $\sqrt{2}x^2 - 2x - 1 = 0$.

2.2.2. Системы уравнений

Решите систему уравнений (139–148):

139. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

140. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 3x - 7y = -29. \end{cases}$

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$

142. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ xy = 2. \end{cases}$

143. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 3, \\ \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$

144. $\begin{cases} \dfrac{x+3}{y+2} - \dfrac{y+4}{x-1} = \dfrac{25}{2}, \\ x - y = 2. \end{cases}$

145. $\begin{cases} y^2 - x^2 = 9, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

146. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

147. $\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$

148. $\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$

149. Среднее геометрическое двух чисел превышает меньшее из этих чисел на 12, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найдите эти числа.

Решите систему уравнений (150–158):

150. $\begin{cases} 2x - \dfrac{12x + y}{8} = 3, \\ \dfrac{x - y}{2} + \dfrac{1}{16} = \dfrac{y}{3}. \end{cases}$

151. $\begin{cases} \dfrac{x + y}{5} + 2x = 11, \\ \dfrac{3y}{5} + \dfrac{y - x}{15} = \dfrac{x}{5}. \end{cases}$

152. $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3}+\dfrac{11}{3}=2x, \\ 2+\dfrac{y-x}{4}=\dfrac{y}{7}. \end{cases}$

153. $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{4}-\dfrac{15}{2}=-\dfrac{x}{2}, \\ \dfrac{5y}{2}+3=-\dfrac{x+y}{5}. \end{cases}$

154. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=7, \\ x+5xy+y=1. \end{cases}$

155. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=6, \\ x+10xy+y=2. \end{cases}$

156. $\begin{cases} 2(x-3)-4(y+7)=1, \\ 3(2-x)+7(y-1)=3. \end{cases}$

157. $\begin{cases} \dfrac{5x}{6}+\dfrac{2y-x}{3}=1, \\ \dfrac{x}{6}-\dfrac{y-2x}{3}=-2\dfrac{2}{3}. \end{cases}$

158. $\begin{cases} x^2-y=2, \\ 2x+y=-2. \end{cases}$

159. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x,y) переходит в точку с координатами (x^2,y^2). Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

160. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y^2=7, \\ xy^2=12. \end{cases}$

161. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x,y) переходит в точку с координатами $(|x|,|y|)$. Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

Решите систему уравнений (162–181):

162. $\begin{cases} \dfrac{9}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=3, \\ \dfrac{18}{x+y}-\dfrac{5}{x-y}=-3. \end{cases}$

163. $\begin{cases} \dfrac{6}{x+y} + \dfrac{5}{x-y} = 7, \\ \dfrac{3}{x+y} - \dfrac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$

164. $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + \dfrac{12}{x+y} = 3, \\ \dfrac{8}{x-y} - \dfrac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$

165. $\begin{cases} \dfrac{6}{x-y} - \dfrac{8}{x+y} = -2, \\ \dfrac{9}{x-y} + \dfrac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$

166. $\begin{cases} (2x+y)^2 = 2x + 2 + y, \\ x - y = 7. \end{cases}$

167. $\begin{cases} (3x-y)^2 = 12 - 3x + y, \\ x + y = 5. \end{cases}$

168. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 1 = \dfrac{6y}{x}, \\ x + y = 3. \end{cases}$

169. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 3 = \dfrac{4y}{x}, \\ y - x = 5. \end{cases}$

170. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 1, \\ x - 11xy - y = -1. \end{cases}$

171. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 2, \\ x + 10xy - y = 1. \end{cases}$

172. $\begin{cases} 3x^2 + 2xy = 9, \\ |2x + y| = 5. \end{cases}$

173. $\begin{cases} 2xy + y^2 = 15, \\ |x - y| = 6. \end{cases}$

174. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{6y}{x} = 5, \\ x^2 + 4xy - 3y^2 = 18. \end{cases}$

175. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$

176. $\begin{cases} 3x - y = 8, \\ (3x + y)(9x^2 - y^2) = 128. \end{cases}$

177. $\begin{cases} (x^2 - 4y^2)(x - 2y) = 640, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$

178. $\begin{cases} (x^2 - y^2)(x - y) = 81, \\ x + y = 9. \end{cases}$

179. $\begin{cases} (y^2 - x^2)(y - x) = 75, \\ x - y = -5. \end{cases}$

180. $\begin{cases} (x - 2)(y + 1) = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3. \end{cases}$

181. $\begin{cases} x(x + y) = 15, \\ y(x + y) = 10. \end{cases}$

2.3. Неравенства и системы неравенств

Решите неравенство (182–189):

182. $x - 2 \leqslant \dfrac{-6{,}25}{x + 3}$.

183. $x - 2 \leqslant \dfrac{-2{,}25}{x + 1}$.

184. $\dfrac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{4x + 1} \geqslant \dfrac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{2x + 3}$.

185. $\dfrac{2x - 1}{\sqrt{-x^2 - 0{,}5x + 0{,}5}} \geqslant \dfrac{5x + 1}{\sqrt{-x^2 - 0{,}5x + 0{,}5}}$.

186. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} > 7$.

187. $x^2 + \dfrac{4}{x^2} < 5$.

188. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1 \leqslant 0$.

189. $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4 \leqslant 0$.

Решите систему неравенств (190–193):

190. $\begin{cases} \dfrac{6 - x}{x + 3} \geqslant 0, \\ \dfrac{1}{x} \leqslant -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

191. $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0, \\ \dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{4}. \end{cases}$

192. $\begin{cases} 2 - \dfrac{3+2x}{3} > 1 - \dfrac{x+6}{2}, \\ 3 - \dfrac{x}{4} < x. \end{cases}$

193. $\begin{cases} 1 - \dfrac{1-x}{2} < 4 - \dfrac{5+5x}{3}, \\ 2 - \dfrac{x+8}{4} > 0. \end{cases}$

Найдите область определения выражения (194—201):

194. $\dfrac{\sqrt{14x^2 - 3x - 5}}{x^3 - x}$.

195. $\dfrac{\sqrt{3x^2 - 20x - 7}}{2x^2 + 5x} + \dfrac{2x+1}{3x - 21}$.

196. $\dfrac{\sqrt{x^2 - 4x - 21}}{x^2 - 25}$.

197. $\dfrac{100 - x^2}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$.

198. $\dfrac{\sqrt[6]{x^2 + 2x + 1}}{14 - 3x}$.

199. $\dfrac{\sqrt[4]{x + 12 - x^2}}{4 - x^2}$.

200. $\dfrac{\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x^2 - 36}}{x^2 - 49}$.

201. $\dfrac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7 - x^2}}{5 + x^3}$.

202. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{2x^2 + 9x - 35}$ не имеет смысла?

203. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{16 - 2x - 3x^2}$ имеет смысл?

204. При каких x имеет смысл выражение $\sqrt{\dfrac{20x - 11x^2 - 3x^3}{x}}$?

205. Найдите все s, при которых выражение $\sqrt{\dfrac{123}{11s - 6 - 3s^2}}$ имеет смысл.

206. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{x^2-9}{(x+3)\sqrt{2x^2-11x+12}}$.

207. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{\sqrt{4x^2-11x-3}}{1-\dfrac{6}{x+1}}$.

208. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств
$$\begin{cases} y < 7, \\ y - 2x > 0, \\ x + y > 5. \end{cases}$$

209. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств
$$\begin{cases} y < 1, \\ x - y < 5, \\ 3x + y > 3. \end{cases}$$

210. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} \dfrac{6-x}{2} - 4 < \dfrac{2+3x}{5} - 1, \\ x - \dfrac{6-x}{2} < \dfrac{x}{3}. \end{cases}$

211. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} \dfrac{6x+1}{3} - \dfrac{5x-1}{2} \leqslant \dfrac{10-x}{5}, \\ 3 - \dfrac{2x}{3} \geqslant 1 - \dfrac{x}{6}. \end{cases}$

Решите систему неравенств (212—221):

212. $\begin{cases} (x^2-3x+2)^4 \leqslant 0, \\ (x^2+4x+1)^2 \geqslant 100. \end{cases}$

213. $\begin{cases} (x^2-13x+42)^2 \leqslant 0, \\ (x^2-6x+2)^2 \leqslant 64. \end{cases}$

214. $\begin{cases} (x^2-16x+63)^2 \leqslant 0, \\ (8x-x^2-9)^2 \leqslant 81. \end{cases}$

215. $\begin{cases} (x^2-4x+3)^2 \leqslant 0, \\ (-x^2-x-3)^2 \geqslant 49. \end{cases}$

216. $\begin{cases} \left(\dfrac{2}{x^2-2x-1} + 2x^2 - 4x - 7\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2-2x-3 \geqslant 0. \end{cases}$

217. $\begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \dfrac{2}{x^2 - 5x + 6}\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leqslant 0. \end{cases}$

218. $\begin{cases} \left(x^2 + 5x\right)^2 - 12x^2 - 60x + 36 \leqslant 0, \\ \left(x^2 - 2x - 15\right)^2 \leqslant 900. \end{cases}$

219. $\begin{cases} \left(x^2 + 3x - 5\right)^2 - 10x^2 - 30x + 75 \geqslant 0, \\ \left(x^2 - x - 4\right)^2 \leqslant 625. \end{cases}$

220. $\begin{cases} (x-2)^2(x^2 + 2x - 1)^2 \leqslant 0, \\ |x| - 1 < 1. \end{cases}$

221. $\begin{cases} (4x^2 - 4x + 1)(x^2 + 2x - 4)^2 \leqslant 0, \\ |2x + 3| < 4. \end{cases}$

Решите неравенство (222–225):

222. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 \geqslant 0.$

223. $x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 81 \geqslant 0.$

224. $(2x^2 - x)^2 < 1.$

225. $\left(|x+1| - |x|\right)^2 \cdot \left(|x+1| + |x|\right) < \dfrac{1}{\left(|x+1| + |x|\right)}.$

Решите систему неравенств (226–231):

226. $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x + 3} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 5x + 5\right)^2} \leqslant 1. \end{cases}$

227. $\begin{cases} \sqrt{5x + 6 - x^2} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 8x + 11\right)^2} \leqslant 4. \end{cases}$

228. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 + 3{,}5x + 4{,}5} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 7x + 11\right)^2} \geqslant 1. \end{cases}$

229. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 - 4{,}5x + 5{,}5} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 + 6x + 6{,}5\right)^2} \geqslant 1{,}5. \end{cases}$

230. $\begin{cases} (x^2 - 4x - 3)^2 + \dfrac{16}{(x^2 - 4x - 3)^2} \leqslant 8, \\ x^2 - 4x - 5 \geqslant 0. \end{cases}$

231. $\begin{cases} (x^2 - 3x + 5)^2 + \dfrac{81}{(x^2 - 3x + 5)^2} \leqslant 18, \\ x^2 + x - 2 \leqslant 0. \end{cases}$

Решите неравенство (232–237):

232. $\sqrt{x^2-4}\cdot(x^2+2x-15)\geqslant 0.$

233. $\sqrt{9-x^2}\cdot(x^2+x-2)\leqslant 0.$

234. $\dfrac{x^2}{16}\leqslant\dfrac{3-2x}{3}.$

235. $\dfrac{x^2}{8}\leqslant\dfrac{2-x}{3}.$

236. $\dfrac{x^2}{3}\leqslant\dfrac{5x-3}{4}.$

237. $\dfrac{x^2}{3}\geqslant\dfrac{x+14}{12}.$

238. Найдите наибольшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{58-5x}{3}$ и $\dfrac{2x+12}{2}$ неотрицательна.

239. Найдите наименьшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{23-2x}{5}$ и $\dfrac{3x-11}{4}$ неположительна.

Найдите область определения выражения (240–242):

240. $\dfrac{\sqrt{-15+13x-2x^2}}{x^2-4}.$

241. $\dfrac{\sqrt{24-2x-x^2}}{x^2-16}.$

242. $\dfrac{\sqrt{12-x-x^2}}{9-x^2}.$

2.4. Последовательности и прогрессии

2.4.1. Арифметическая прогрессия

243. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7; ...

244. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии −41,4; −40,2; ...

245. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3; ...

246. Турист, поднимаясь в гору, за первый час достиг высоты 580 м, а за каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньшую, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

247. Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание — на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?

248. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.

249. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8.

250. Машина выехала из города со скоростью 40 км/ч. Каждые 20 секунд она увеличивала скорость на 5 км/ч. Какую скорость она имела через 7 минут после выезда из города?

251. В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. Каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?

252. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.

253. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.

254. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся и на 2, и на 3.

255. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 7.

256. Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии 84,1; 78,3; ...

257. Три положительных числа образуют арифметическую прогрессию с разностью d, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Найдите все возможные значения d.

258. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 27 и при уменьшении первого числа на 1, второго — на 3 и третьего — на 2 они составляют геометрическую прогрессию.

259. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 12 и при увеличении первого числа на 1, второго — на 2 и третьего — на 11 они составляют геометрическую прогрессию.

260. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 4, то они образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

261. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Известно, что если первое число оставить без изменения, а из второго и третьего вычесть соответственно 4 и 5, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

262. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой совпадает со знаменателем. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

263. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1,5, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой в 1,5 раза больше знаменателя. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

264. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и пятый её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз четвёртый член данной арифметической прогрессии больше первого.

265. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и седьмой её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз пятый член данной арифметической прогрессии больше первого.

266. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$, $a_6 = 13$, $a_8 = 17$?

267. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_9 = -7, a_{12} = -17$?

268. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -5$, $a_8 = 5, a_{11} = 12$?

269. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 24. Если первое число оставить без изменения, из второго числа вычесть 2, а к третьему прибавить 4, то получим геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что первое из них больше трёх.

270. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.

271. Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

272. Могут ли числа $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{12}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

273. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 7, а пятый равен 13?

274. Составляют ли второй, четвёртый и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 8, а восьмой равен 33?

275. Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.

276. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5?

277. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии в 3 раза меньше суммы последующих пяти её членов. Найдите третий член этой прогрессии, если седьмой член равен 26.

278. Сумма первых четырёх членов арифметической прогрессии в 2 раза меньше суммы последующих трёх её членов. Найдите второй член этой прогрессии, если восьмой член равен 38.

279. Найдите сумму всех натуральных чисел от 100 до 150 включительно, которые не делятся на 6.

280. Третий член арифметической прогрессии в 2 раза больше первого. Найдите отношение суммы первых трёх членов этой прогрессии к её третьему члену.

281. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.

282. Ученик 9-го класса Петя решил делать по утрам зарядку с начала месяца. Каждый день он делал на 2 отжимания больше, чем в предыдущий. Сколько отжиманий сделал Петя в период с 19-го по 31-й день месяца, если в первый день он уже сделал 10 отжиманий?

283. Предприятие поставило себе цель выпускать каждый год на 15 единиц продукции больше, чем в предыдущий. Сколько единиц продукции произведёт предприятие за 13 лет, начиная с 8-го года, если в первый год было произведено 50 единиц продукции?

284. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.

285. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50.

286. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем в предыдущую. Через сколько минут она проползёт 4 м?

287. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание — на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

288. Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью $3d$ на 153 больше суммы членов с седьмого по двадцать третий прогрессии с первым членом a_1 и разностью d. Найдите d.

289. Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

290. Найдите сумму всех нечётных натуральных чисел, не превосходящих 130, которые не делятся на 17.

291. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = \dfrac{n-18}{0{,}25}$. Найдите сумму первых тридцати её членов с чётными номерами: $a_2 + a_4 + \ldots + a_{60}$.

2.4.2. Геометрическая прогрессия

292. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_n = 16\cdot(-0{,}5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие чётные номера. Найдите сумму оставшихся членов.

293. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.

294. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна -72. Найдите восьмой член этой прогрессии.

295. Найдите сумму 10 первых членов возрастающей геометрической прогрессии, если третий её член больше второго на 6, а пятый больше третьего на 36.

296. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый больше третьего на 728.

297. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. При этом x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$; x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$. Найдите a и b.

298. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, наименьшее утроить, а наибольшее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

299. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 5 раз, наименьшее удвоить, а наибольшее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

300. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наибольшее из них уменьшить втрое, а два других оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

301. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наименьшее из них уменьшить втрое, наибольшее уменьшить вдвое, а среднее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

302. Три числа, сумма которых равна 18, образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе — на 2, а третье — на 7, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

303. Три числа, сумма которых равна 33, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если первое число оставить без изменения, второе число уменьшить на 3, а третье — на 2, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

304. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если первое из них уменьшить в 1,5 раза, а второе и третье оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

305. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

306. При каком целом значении x последовательность x, $x+2$, $5x-2$ является геометрической прогрессией?

307. При каком целом значении x последовательность $-x$, $x+1$, $x-5$ является геометрической прогрессией?

308. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $a+b$, $b+c$, $c+a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

309. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c+a$, $a+b$, $b+c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

310. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q.

311. Первый, второй и четвёртый члены возрастающей арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

312. Квадраты первого, второго и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии, все члены которой положительны, образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

313. Три числа, сумма которых равна 28, образуют геометрическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе число — на 2, а третье уменьшить на 1, то получится возрастающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

314. Три числа, сумма которых равна 21, образуют геометрическую прогрессию. Если первое и второе числа увеличить на 1, а третье уменьшить на 2, то получится убывающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

315. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить в 5 раз, а первые два оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

316. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если от последнего из них оставить 80%, а первые два числа не изменять, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

317. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4$, $b_5 = 12$, $b_8 = 32$?

318. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 1 - \sqrt{2}$, $b_4 = 4 - 2\sqrt{2}$, $b_6 = 8 - 4\sqrt{2}$?

319. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7$, $b_4 = 21\sqrt{3}$, $b_6 = 63\sqrt{3}$?

320. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.

321. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 + b_4 = \frac{20}{3}$ и $b_1 + b_3 = 20$.

322. Найдите сумму первых трёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_3 = -18, b_6 = 486$.

323. Найдите сумму первых четырёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_4 = -32, b_9 = 1024$.

324. Является ли число $\frac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии 3; 1;... ?

325. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1;... ?

326. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 21, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{12}$. Найдите b_2.

327. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{8}$. Найдите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

2.5. Функции и графики

2.5.1. Графики функций

Постройте график функции (328–339):

328. $y = -\dfrac{9x + x^3}{3x}$.

329. $y = \dfrac{8x - x^3}{4x}$.

330. $y = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{2x + 6}$.

331. $y = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -(x-1)^2 + 1, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

332. $y = \begin{cases} -(x-1)^2, \text{ если } x \geqslant 0, \\ x^2 + 2x - 1, \text{ если } x < 0. \end{cases}$

333. $y = \begin{cases} (x-3)^2 - 2, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -2x^2 + 4, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

334. $y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$.

335. $y = \dfrac{x-4}{x^2-4x}$.

336. $y = x + \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{9-12x+4x^2}$.

337. $y = \sqrt{16x^2+56x+49} + \sqrt{x^2-4x+4} - 5x$.

338. $y = \dfrac{(x^2-5x+6)(x^2-5x+4)}{(x-4)(2-x)}$.

339. $y = \dfrac{(x^2-4x+3)(x^2-6x+8)}{(3-x)(x-2)}$.

340. На рисунке 233 изображён график функции вида $y = |ax+b|+c$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

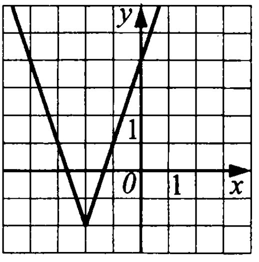


Рис. 233

341. На рисунке 234 изображён график функции вида $y = \left|ax^2+bx+c\right|$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

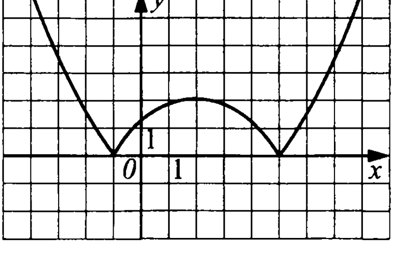


Рис. 234

342. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}125x$, касается параболы $y = x^2 - 1$. Вычислите координаты точки касания.

343. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}25x$, касается параболы $y = 4x^2 + 8x + 7$. Вычислите координаты точки касания.

344. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 3x - 2$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 5$. Вычислите координаты точки касания.

345. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = x + 3$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 6$. Вычислите координаты точки касания.

346. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2 + 5$. Вычислите координаты точки касания.

347. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 14x$, касается параболы $y = x^2 + 9$. Вычислите координаты точки касания.

348. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 4x$, касается параболы $y = x^2 + 3$. Вычислите координаты точки касания.

349. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 2x$, касается параболы $y = x^2 - 14$. Вычислите координаты точки касания.

350. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным 1, касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$. Определите уравнение этой параболы.

351. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным -1, касается прямых $y = x + 1$ и $y = 5 - 3x$. Определите уравнение этой параболы.

352. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 2|x| + 1$ и параболы $y = 4x^2 + 2x - 1$.

353. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 1 - |x|$ и параболы $y = 2x^2 + x - 1$.

354. Найдите координаты вершины параболы, если известно, что точки $(-1; -5)$, $(0; -4)$ и $(1; 1)$ лежат на этой параболе.

355. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осями координат.

356. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ с осями координат.

357. Найдите точки, симметричные относительно оси Ox, одна из которых лежит на прямой $y = 2x + 5$, а другая — на параболе $y = 16x^2 + 12x - 2$.

358. Найдите точки, симметричные относительно оси Oy, одна из которых лежит на прямой $y = 6x + 5$, а другая — на параболе $y = 18x^2 - 33x$.

359. На рисунке 235 изображён график функции $y = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Найдите координаты точек A, B и C.

360. Постройте график функции $y = \big|\,|x + 1| - 2\,\big|$.

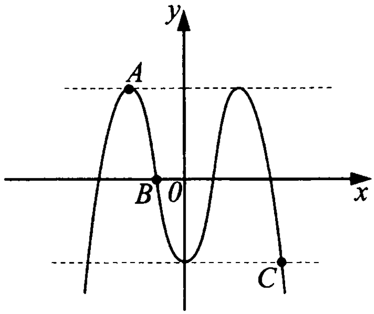


Рис. 235

361. Парабола с вершиной в точке $(0; 4)$ проходит через точку $(3; -14)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

362. Парабола с вершиной в точке $(0; -12)$ проходит через точку $(-1; -9)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

363. Парабола с вершиной в точке $(4; -28)$ проходит через точку $(0; 4)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

364. Парабола с вершиной в точке $(6; 33)$ проходит через точку $(0; -3)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

365. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -6$ и $x_2 = 2$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = 24$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

366. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 6$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = -9$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

367. Известно, что прямая $y = 2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$.

368. Известно, что прямая $y = -2x-1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = -1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = -1$.

369. Окружность с центром в точке $O(4; 3)$ проходит через точку $A(8; 6)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

370. Окружность с центром в точке $O(2; 2)$ проходит через точку $A(3; 4)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

371. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 25}{10 - 2x}$.

372. Найдите область значений функции $y = \dfrac{25 - x^2}{2x - 10}$.

373. Парабола касается прямой $y = -18$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy?

374. Парабола касается прямой $y = 32$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -5$ и $x_2 = 3$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy?

375. Постройте график функции $y = 6 - 3x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 9$?

376. Постройте график функции $y = \dfrac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

377. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{2 - x}{4}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y < 1$?

378. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{3 + x}{6}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

379. Постройте график функции $y = 3 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-2 < x < 5$?

380. Постройте график функции $y = 5 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-1 < x < 3$?

381. Постройте график функции $y = \dfrac{5 - x}{4}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 0{,}25$?

382. Постройте график функции $y = \dfrac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 < y < 2$?

383. Постройте график функции $y = \dfrac{x + 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 3$?

384. Постройте график функции $y = \dfrac{x + 5}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-4 < y < -1{,}5$?

385. Постройте график функции $y = 2x + 3 - x^2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $3 \leqslant y \leqslant 4$?

386. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-9 \leqslant y \leqslant -5$?

387. Постройте график функции $y = \dfrac{5-2x}{3}$. При каких значениях функции выполняется неравенство $2 < x \leqslant 3\dfrac{2}{3}$?

388. Постройте график функции $y = 3 \cdot x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geqslant 3{,}3$?

389. Постройте график функции $y = 7x - 5$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -40.

390. Постройте график функции $y = 6x - 7$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -49.

391. Постройте график функции $y = \dfrac{5+x}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

392. Постройте график функции $y = \dfrac{6-2x}{3}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \leqslant y \leqslant 4$?

393. Постройте график функции $y = 3{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

394. Постройте график функции $y = 2{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 2{,}5$?

395. Постройте график функции $y = -\dfrac{x+3}{4}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-5 \leqslant x \leqslant 4$?

396. Постройте график функции $y = \dfrac{7-x}{3}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-4 \leqslant x \leqslant 6$?

2.5.2. Область определения функции

Найдите область определения функции (397–401):

397. $y = \dfrac{\sqrt{2x - x^3}}{x^4 - 3x^2 + 1}$.

398. $y = \dfrac{\sqrt{x^3 - 7x}}{x^4 - 5x^2 + 4}$.

399. $y = \sqrt{x^2 - 9x - 22} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

400. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x}$.

401. $y = \sqrt{7x - x^2 - 10} + \dfrac{1}{\sqrt{4x^2 - 20x + 25}}$.

2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции

Найдите наименьшее значение функции (402–403):

402. $y = 4\sqrt{-x} - 10x + 2$.

403. $y = -x + 2\sqrt{-x} + 1$.

Найдите наибольшее значение функции (404–405):

404. $y = 3x + 5 - 3\sqrt[4]{-x}$.

405. $y = x - 2\sqrt{-x} - 1$.

406. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 9}{6 - 2x}$.

407. Найдите область значений функции $y = \dfrac{9 - x^2}{2x - 6}$.

408. Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 10$. Укажите наименьшее значение этой функции.

409. Постройте график функции $y = \dfrac{4x - 2x^2}{3} + 2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

410. Постройте график функции $y = \dfrac{4}{9}x^2 - \dfrac{2}{3}x + 1$. Укажите наименьшее значение этой функции.

411. Постройте график функции $y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x$ и определите по графику промежуток, на котором функция возрастает.

412. Постройте график функции $y = -0{,}5x^2 - x + 4$ и определите все значения аргумента, при которых функция принимает неотрицательные значения.

2.6. Текстовые задачи

413. Покрасив 2 метра забора, Том Сойер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчикам. Первый и второй из них покрасили соответственно $\dfrac{1}{5}$ и $\dfrac{1}{6}$ всего забора, а третий — 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

414. Находясь в гостях у Кролика, Винни-Пух за первые три часа съел 40% всего запаса мёда Кролика. Пятачок и Кролик вместе за это же время съели 300 граммов мёда. За следующие три часа Винни-Пух съел $\frac{2}{3}$ оставшегося мёда, а Пятачок и Кролик съели 100 граммов мёда на двоих, после чего у Кролика осталось 1,6 кг мёда. Сколько мёда было у Кролика до визита Винни-Пуха?

415. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 325 км. Если первый выедет на 3,5 часа раньше второго, то он встретит второго велосипедиста через 7,5 часов после своего выезда. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого велосипедиста через 7 часов после своего выезда. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

416. Два автомобиля выезжают навстречу друг другу из двух пунктов. Если первый выедет на 1 час раньше второго, то он встретит второго через 4 часа после своего выезда. Если второй выедет на 1 час 50 минут раньше первого, то он встретит первого через 4,5 часа после своего выезда. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго автомобиля. Найдите расстояние между пунктами.

417. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 км. Если первый выедет на 5 часов раньше второго, то они встретятся через 5 часов после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого через 6 часов после своего выезда. Найдите скорости велосипедистов.

418. Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла в два раза большее расстояние до встречи, чем первая. Найдите скорости черепах.

419. Токари выходят на работу с интервалом в 1 час. Производительность труда первого токаря равна шести деталям в час, а второго — пяти деталям в час. Третий токарь догоняет второго по числу изготовленных деталей, а ещё через два часа догоняет первого. Какова производительность труда третьего токаря?

420. Из города N в одном направлении выезжают два велосипедиста с интервалом в два часа, причём скорость первого равна 30 км/ч, а скорость второго — 20 км/ч. Через два часа после выезда второго велосипедиста из того же города выезжает мотоциклист, догоняет второго велосипедиста, а ещё через три часа догоняет первого. Какова скорость мотоциклиста?

421. Из гавани вышли три катера с интервалом в 1 час. Скорость первого равна 30 км/ч, второго — 40 км/ч. Известно, что после того, как третий догонит второго за некоторое время, потребуется ещё столько же времени, чтобы второй катер догнал первый. Найдите скорость третьего катера.

422. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а себестоимость продукции, которая до этого составляла 3/4 отпускной цены, увеличилась на 20%?

423. Завод по производству нефтепродуктов увеличил суточный объём переработки нефти на 30%. На сколько процентов увеличится прибыль, получаемая заводом, если отпускная цена его продукции возросла на 25%, а стоимость переработки 1 тонны нефти возросла на треть и стала составлять 80% отпускной цены полученного из неё продукта?

424. Четыре бригады должны разгрузить вагоны с продуктами. Первая, вторая и третья бригады вместе могут выполнить эту работу за 8 часов; вторая, третья и четвёртая — за 6 часов 40 минут. Если же будут работать все четыре бригады, то вагон разгрузят за 5 часов. За какое время могут разгрузить вагон первая и четвёртая бригады?

425. Завод получил заказ на выполнение партии деталей. Первая, третья и четвёртая бригады вместе могут выполнить заказ в три раза быстрее, чем вторая бригада, а вторая, третья и четвёртая бригады — в четыре раза быстрее, чем первая бригада. За сколько дней смогут выполнить заказ третья и четвёртая бригады, работая вместе, если первой и второй бригадам на это понадобится 11 дней?

426. Четыре класса должны покрасить забор вокруг школы. Классы Б, В, Г могут выполнить эту работу за 3 часа. Классы А, В, Г могут выполнить эту работу за 2 часа. Если же будут работать классы А и Б, то работа будет выполнена за 5 часов. За какое время могут покрасить забор все четыре класса, работая вместе?

427. Для того чтобы убрать поле, работают четыре комбайна. Если будут работать 1-й, 2-й и 3-й комбайны, то работа будет сделана за 1 ч 20 мин; если 1-й, 2-й и 4-й, то поле будет убрано за 2 часа. Если будут работать только 3-й и 4-й комбайны, поле будет убрано за 1 ч 20 мин. За какое время работа будет выполнена, если будут работать все четыре комбайна?

428. Два студента и два школьника решают 10 задач. Первый студент и два школьника решат их за 7 минут. Второй студент и два школьника решат их за 10 минут. Два студента решат эти задачи за 12 минут. За какое время решат все задачи два школьника и два студента?

429. Четыре садовника высаживают цветочную рассаду на клумбу. Первый и второй садовники справляются со всей работой за $\frac{120}{7}$ часа. Второй, третий и четвёртый — за $\frac{200}{9}$ часа. Третий, первый и четвёртый — за $\frac{75}{4}$ часа. За какое время высадят всю рассаду четыре садовника?

430. Маршрутное такси ехало из города A в город B, расстояние между которыми 200 км, с некоторой постоянной скоростью. На обратном пути водитель уменьшил скорость на 20 км/ч спустя 1 час после выезда из города B. Какова была первоначальная скорость маршрутного такси, если на обратную дорогу ушло на 15 мин больше?

431. Автобус ехал из пункта A до пункта B со скоростью 80 км/ч. Выехав обратно, он 30 км ехал со скоростью, вдвое меньшей первоначальной. Затем он увеличил скорость на 50 км/ч и доехал до пункта A, не меняя скорости. Найдите расстояние от пункта A до пункта B, если на обратный путь водитель затратил на $\frac{5}{18}$ часа меньше.

432. Два поезда выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 50 часов, а второй — в пункт A через 8 часов. Сколько времени прошло от начала движения поездов до их встречи, если они двигались с постоянными скоростями?

433. Два велосипедиста выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 48 минут, а второй — в пункт A через 27 минут. Сколько времени прошло от начала движения велосипедистов до их встречи, если велосипедисты двигались с постоянными скоростями?

434. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 8 человек. На первой остановке из трамвая вышло 2 человека, а затем на каждой следующей сходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 25 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

435. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 10 человек. На первой остановке из трамвая вышло 6 человек, а затем на каждой следующей сходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 10 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

436. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 1? (Ответ выразите в часах.)

437. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 3? (Ответ выразите в часах.)

438. Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

439. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

440. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какой могла быть первоначальная масса сплава?

441. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавлен со 100 г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

442. Расстояние между двумя городами A и B равно 420 км. Пройдя $\frac{4}{7}$ всего расстояния, поезд задержался в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город B без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?

443. Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдёт из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин до начала матча. Сколько времени остаётся до начала матча?

444. Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то через 2 ч после выхода пешехода расстояние между ними сократится в 3,5 раза. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.

445. Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы азотной кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-го раствора к массе 50%-го раствора.

446. Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили сплав, содержащий 45% меди. Найдите отношение массы сплава с 40%-ным содержанием меди к массе сплава с 60%-ным содержанием меди.

447. Катер должен проплыть 87,5 км за определённое время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут и, чтобы прийти вовремя в место назначения, увеличил скорость на 2 км/ч. Определите первоначальную скорость катера в км/ч.

448. Два пешехода выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в B через 27 минут, а второй — в A через 12 минут. Найдите время в пути каждого пешехода.

449. В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40%, а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определите процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.

450. В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонемента увеличили, в результате чего число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

451. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 354. Отношение суммы членов, стоящих на чётных местах среди первых 12-ти, к сумме членов, стоящих на нечётных местах среди первых 12-ти, равно 32 : 27. Найдите разность этой прогрессии.

452. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились и, не останавливаясь, продолжали ехать с той же скоростью. Второй поезд прибыл в пункт A на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт B. Вычислите скорость каждого поезда.

453. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B. Через 3 часа 45 минут они встретились и, не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит всё расстояние каждый из них, если первый пешеход пришёл в пункт B на 4 часа позже, чем второй пришёл в пункт A?

454. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите скорость поезда, с которой он прибыл на станцию B.

455. Двум швеям был поручен заказ. После того как первая швея проработала 6 дней, а вторая — 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно ещё 6 дней, они установили, что им осталось выполнить ещё $\frac{1}{10}$ часть заказа. За сколько дней каждая из них, работая отдельно, выполнила бы весь заказ?

456. Две машинистки вместе могут перепечатать рукопись за 6 часов. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила её за 3 часа. За какое время каждая машинистка смогла бы перепечатать рукопись?

457. Два мотоциклиста одновременно выехали из пункта N в пункт M, расстояние между которыми 30 км. Во время пути второй мотоциклист сделал остановку на 4 минуты, но в пункт M прибыл на 2 минуты раньше первого. Найдите скорости обоих мотоциклистов, если известно, что скорость второго в 1,25 раза больше скорости первого.

458. Два пешехода одновременно вышли из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 40 км. Во время пути второй пешеход сделал остановку на 20 минут, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько времени (в минутах) потратил на дорогу из пункта A в пункт B первый пешеход, если известно, что скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго?

459. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 150 км, одновременно выехали два грузовика. Скорость первого грузовика составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго. Во время пути второй грузовик сделал остановку на полчаса, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько часов потратил первый грузовик на поездку?

460. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 250 км. Скорость первого была в полтора раза выше скорости второго. Во время пути первый автомобиль сделал остановку на 20 минут, но в пункт B прибыл на полчаса раньше второго. Сколько часов потратил второй автомобиль на поездку?

461. Из города A в город B, расстояние между которыми равно 300 км, выехал мотоциклист. Проехав 64% всего пути, он остановился на 18 минут для заправки горючим. Чтобы наверстать потерянное время, оставщуюся часть пути он проехал, увеличив скорость на 12 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист после остановки?

462. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

463. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 200 км, одновременно выехали автомобиль и автобус. В пути автомобиль сделал две остановки на $\frac{1}{2}$ часа и на 25 минут, но в пункт B прибыл на 25 минут раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса составляла 0,6 скорости автомобиля.

464. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 64 км, одновременно выехали автомобиль и велосипедист. В пути автомобиль сделал остановку на 25 минут, но в пункт B прибыл на 26 минут раньше велосипедиста. Велосипедист останавливался на 3 минуты, и его скорость была в 2,5 раза меньше скорости автомобиля. Найдите скорости автомобиля и велосипедиста.

465. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в три раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B. Если бы мотоциклист выехал не через 3, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к A. Найдите расстояние между городами A и B.

466. Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорости обоих поездов.

467. Расстояние, равное 720 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. За время, которое требуется первому поезду на прохождение 60 км, второй поезд успевает пройти 50 км. Найдите скорости обоих поездов.

468. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч быстрее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд проходит 250 км за то же время, за которое второй проходит 200 км.

469. Как-то раз, прилетев в гости к Малышу, Карлсон съел 30% всего варенья, что было в доме Малыша, при этом сам Малыш съел 200 г варенья. Затем Малыш с Карлсоном отправились гулять на крышу, взяв с собой ещё некоторое количество варенья, в результате чего в доме Малыша осталось 1,7 кг варенья. Определите, сколько варенья первоначально было у Малыша, если известно, что взятое с собой варенье Малыш с Карлсоном съели полностью, причём Малыш — 300 г, Карлсон — $\frac{1}{3}$ от общего количества съеденного им варенья.

470. Выйдя с турбазы, группа туристов за первый день похода прошла 20 км. За второй день туристы прошли 30% оставшейся части маршрута, а за третий и четвёртый дни — соответственно $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ части пути всего намеченного маршрута. На пятый день, пройдя 80% оставшегося пути, туристы вышли на морское побережье. Найдите протяжённость всего выбранного туристами маршрута, если после выхода к морю туристам осталось пройти 2 км.

471. Из первого крана вода течёт со скоростью 5 литров в минуту, а из другого — со скоростью 7 литров в минуту. Известно, что для того чтобы набрать два ведра из первого крана, нужно вдвое больше времени, чем для того, чтобы набрать первое ведро из второго крана. Во сколько раз объём первого ведра больше объёма второго ведра?

472. Лодка плывёт в четыре раза медленнее катера, при этом 16 километров катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

473. Двое рабочих, работая вместе, могут оклеить комнату обоями за 6 ч. За сколько часов может оклеить комнату каждый из них в отдельности, если первый это сделает на 5 ч быстрее второго?

474. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем первой?

475. Двое токарей, работая вместе, выполнили задание за 12 ч. За какое время каждый токарь может выполнить это задание, работая самостоятельно, если один из них может его выполнить на 7 ч быстрее другого?

476. Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

477. Петя вышел из школы и пошёл домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

478. Нина поехала на велосипеде на рынок со скоростью 15 км/ч. Через 6 минут по той же дороге поехал на мопеде её брат со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от дома брат догонит Нину?

479. Расстояние между двумя городами автобус проходит по расписанию за 8 часов. Через 5 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, из-за чего приехал на 20 минут позже. Какова первоначальная скорость автобуса?

480. Некоторое расстояние велосипедист обычно проезжает за 2 часа. Через 1,5 часа после начала движения он снизил скорость на 3 км/ч, из-за чего приехал на 10 минут позже обычного времени. Какова первоначальная скорость велосипедиста?

481. Расстояние между станциями A и B равно 78 км. Из A в B вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а потому оставшийся путь до B проходил со скоростью на 6 км/ч больше прежней. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до B был на 12 км короче пройденного до задержки и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут меньше, чем на прохождение пути до задержки.

482. Одновременно из пункта A в одном направлении выехали два мотоциклиста: один со скоростью 75 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут вслед за ними из пункта A выехал третий мотоциклист. Найдите скорость третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста на 1 час позже, чем второго.

483. Пароход плывёт от A до B по реке 5 суток, а от B до A — 7 суток. Определите, сколько суток плывёт плот от A до B, если известно, что собственная скорость парохода постоянна в течение всего пути.

484. Моторная лодка плывёт от A до B по реке четверо суток, а от B до A — 5 суток. Во сколько раз скорость движения моторной лодки по течению больше скорости течения реки?

485. Первый насос должен наполнить водой бассейн объёмом 360 м^3, а второй — объёмом 480 м^3. Первый насос перекачивал ежечасно на 10 м^3 воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше, чем второй. Какой объём воды перекачивает каждый насос за час?

486. Первый насос перекачивает 90 м^3 воды на 1 час быстрее, чем второй 100 м^3. Сколько воды ежечасно перекачивает каждый насос, если первый перекачивает за час на 5 м^3 воды больше, чем второй?

487. При смешивании двух растворов одной и той же кислоты с концентрациями 40% и 70% соответственно получили раствор, содержащий 60% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

488. В первом сплаве содержится 25% меди, а во втором — 45%. В каком отношении нужно взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 30% меди?

489. Имеются два сплава с разным содержанием железа: в первом содержится 75%, а во втором — 25% железа. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% железа?

490. При смешивании раствора соли, концентрация которого 64%, и другого раствора этой же соли, концентрация которого 36%, получился раствор с концентрацией 48%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

491. Пароход идёт от пристани A до пристани B по течению реки 2,5 часа, а обратно — 5 часов. Во сколько раз скорость движения парохода по течению реки больше, чем скорость его движения против течения?

492. Грузовик едет сначала 3 минуты с горы, а затем 7 минут в гору. На обратный путь он тратит 22 минуты. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем его скорость при движении в гору? (Считайте, что скорость движения с горы одинакова в обоих направлениях; это же относится и к скорости движения в гору.)

493. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 9 часов после встречи приехал в пункт A, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт B. Во сколько раз средняя скорость автомобиля больше средней скорости автобуса?

494. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 16 часов после встречи приехал в пункт A, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт B. Сколько времени провёл в пути автобус?

495. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие или только первый и третий, то работа была бы выполнена за 3 дня. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 6 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

496. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие, то работа была бы выполнена за 18 дней. Если бы работали только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 12 дней. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 9 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

497. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 руб. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 182 руб. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

498. Имеются два раствора одной и той же соли в воде. Для получения смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, берут первого раствора вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго раствора испарилось по 200 г воды, и для получения такой же смеси, как и раньше, требуется первого раствора уже вчетверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось первоначально в 100 г каждого раствора?

499. Два поезда отправляются из пунктов A и B навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из A выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из B. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 часа расстояние между ними составит четверть расстояния между пунктами A и B. За сколько часов каждый поезд проходит весь путь?

500. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает на 2 ч больше, чем мотоциклист. Чему равна скорость (в км/ч) каждого из них?

501. Имеется 200 г 30%-го раствора уксусной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 6%-ный раствор уксусной кислоты?

502. Имеется 300 г 20%-го раствора серной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 16%-ный раствор серной кислоты?

503. Два экскаватора разной мощности рыли яму. Вдвоём они вырыли яму объёмом 49 м^3 за 1,5 часа. Если бы первый работал один, то он вырыл бы её в 3 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они вырыли бы эту яму, если бы каждый по очереди вырыл бы по пол-ямы?

504. Два грузовика разной вместимости возили зерно. Вдвоём они за 3 часа перевезли 31,5 т зерна. Если бы первый возил зерно один, то он перевёз бы его в 2,5 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они перевезли бы всё зерно, если бы, работая по очереди, первый перевёз 21 т, а второй — 10,5 т?

505. Расстояние, равное 840 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. В то время как первый поезд проходит 63 км, второй проходит 54 км. На сколько км/ч скорость первого поезда больше скорости второго?

506. Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из них вернулась на станцию, пройдя по течению 12 минут, другая повернула обратно против течения через 40 минут. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 52 минуты. Во сколько раз скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения?

507. В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

508. В лаборатории имеется 2 кг раствора, содержащего 28% некоторой кислоты, и 4 кг раствора, содержащего 36% этой же кислоты. Найдите наибольшее количество 30%-го раствора кислоты, который можно получить из этих растворов.

509. Красный грузовик вывезет груз с первого склада за 3 часа, синий грузовик вывезет груз со второго склада за 6 часов. Во сколько раз быстрее синий грузовик может вывести груз с первого склада, чем это сделает красный, если красный может вывезти груз со второго склада на 7 часов быстрее, чем синий с первого?

510. Первый кран разгрузит баржу за 3 часа, второй кран разгрузит сухогруз за 8 часов. Во сколько раз производительность первого крана больше производительности второго, если первый кран разгрузит сухогруз на 10 часов быстрее, чем второй кран баржу?

511. Моторная лодка, проехав по течению реки 6 км, вернулась назад, затратив на весь путь 35 минут. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что 18 км по течению реки она проплывает на 15 минут быстрее, чем против течения.

512. Катер спустился вниз по реке на 36 км, а затем вернулся обратно, затратив на весь путь 3 ч 30 мин. Найдите собственную скорость катера, если известно, что 12 км по течению реки он проплывает на 10 минут быстрее, чем против течения.

513. Один турист вышел в 6 ч из пункта A в пункт B, а второй — навстречу ему из пункта B в пункт A в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришёл в пункт B на 5 часов раньше, чем второй пришёл в пункт A? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью.

514. Велосипедист выехал в 5 ч из пункта A в пункт B, а в 9 ч из пункта B в пункт A выехал автомобиль. Они встретились в 11 ч и, не останавливаясь, продолжили движение. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости велосипедиста, если автомобиль приехал в пункт A на 11 часов раньше, чем велосипедист в пункт B? Считается, что автомобиль и велосипедист двигались без остановок с постоянной скоростью.

515. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 4 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда второй группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется на полгода больше времени, чем работающим совместно второй и третьей группам?

516. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 2 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда первой группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется столько же времени, сколько работающим совместно второй и третьей группам?

517. Поезд проходит мимо столба за 5 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга поезд и электричка, если скорость поезда в 2 раза больше скорости электрички, а длина поезда в 3 раза больше длины электрички?

518. Электричка проходит мимо столба за 8 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга пассажирский поезд и электричка, если скорость пассажирского поезда равна скорости электрички, а длина пассажирского поезда в полтора раза больше длины электрички?

519. На фабрике изготавливают два сорта стекла. Стекло I сорта пропускает 45% света, а II сорта — 80%. В каком отношении нужно сплавить первый и второй сорта стекла, чтобы получилось стекло, пропускающее 60% света?

520. Кондитерская производит два вида шоколада с содержанием какао-бобов 25% (молочный) и 70% (горький). В каком отношении надо смешать молочный и горький шоколад, чтобы получился шоколад, содержащий 45% какао-бобов?

521. За четыре дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано 0,9 поля. За сколько дней мог бы вспахать всё поле каждый трактор в отдельности, если первый трактор может это сделать на два дня быстрее, чем второй?

522. Для перевозки груза было выделено два грузовика различной грузоподъёмности. Второй грузовик, работая отдельно, может перевезти весь груз на три дня быстрее, чем первый. За сколько дней может перевезти весь груз каждый грузовик, работая отдельно, если за пять дней совместной работы грузовики перевезли 0,75 всего груза?

2.7. Задания с параметром

523. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x - 3| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

524. Определите количество корней уравнения $|2x^2 + 4x - 7| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

525. Найдите все положительные значения k, при которых прямая $y = kx + 1$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями $\begin{cases} -3x - 4, \text{ если } x < -2, \\ 2, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 4, \text{ если } x > 2. \end{cases}$

526. Найдите все отрицательные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями

$$y = \begin{cases} x + 1, \text{ если } x < -2, \\ -1, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ -x + 1, \text{ если } x > 2. \end{cases}$$

527. При каких значениях p прямая $y = 0{,}3x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 60 кв. ед.?

528. При каких значениях p прямая $y = -2x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 49 кв. ед.?

529. При каких значениях n прямая $y = -1{,}5x + n$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 75?

530. При каких значениях m прямая $y = 7x - 2m$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 14?

531. При каких значениях k число 2 находится между корнями уравнения $2x^2 - \frac{1}{2}x + (k-3)(k+5) = 0$?

532. При каких значениях k число 3 находится между корнями уравнения $x^2 + x + (k-1)(k+7) = 0$?

533. Найдите множество значений параметра l, при которых число 2 находится между корнями уравнения $9x^2 - 6x - (l-2)(l+2) = 3$.

534. Найдите все k, при которых прямая $y = kx + 1$ имела бы ровно две общие точки с параболой $y = kx^2 - (k-3)x + k$ и при этом не пересекала бы параболу $y = (2k-1)x^2 - 2kx + k + \frac{9}{4}$.

535. Докажите, что уравнение $3 \cdot (4x^2 - 12x + 11)(x^2 + 22x + 125) = 24 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a.

536. Докажите, что уравнение $(49x^2 - 112x + 65)(x^2 + 26x + 171) = 2 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a.

537. Найдите значения параметров k и $a \neq 0$, при которых прямая $y = k(x-a)$ касается параболы $y = ax^2$ и ордината точки касания равна 4.

538. Найдите значения параметров k и b, при которых прямая $y = kx + b$ касается параболы $y = x^2 + bx$ и абсцисса точки касания равна 2.

539. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2 - (a+4)x + 2a + 5 = 0$ имеет два различных корня, а сумма величин, обратных к его корням, не меньше -2.

540. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $ax^2 - (2a+3)x + a + 2 = 0$ имеет два различных корня, а сумма квадратов его корней больше 3.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, а среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7. Найдите среднее арифметическое всех двадцати чисел.

542. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 15.

543. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 14.

544. Среднее геометрическое двух чисел равно 243, а среднее геометрическое трёх других чисел равно 32. Найдите среднее геометрическое всех пяти чисел (средним геометрическим n положительных чисел называется арифметический корень n-ой степени из произведения этих чисел).

545. Найдите все значения a, при которых множество значений функции $y = x^2 - (2a-1)x + 3a$ совпадает с промежутком $[1{,}5; +\infty)$.

546. Найдите все значения m, при которых окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$.

547. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = 2x^2 + ax + 1$ лежит выше прямой $y = x$.
548. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = x^2 + ax - 2$ лежит ниже прямой $y = 2x$.
549. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ единственную общую точку.
550. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 + x + 1$ имеет с прямой $my - x - 1 = 0$ единственную общую точку.
551. При каких a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2ax + 43$ на $[-2; +\infty)$ равно 7?
552. При каких a наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2ax - 71$ на $[-3; +\infty)$ равно 10?
553. При каких a число 3 заключено между корнями уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$?
554. При каких a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?
555. При каких значениях m вершина параболы $y = mx^2 - 7x + 4m$ лежит во второй координатной четверти?
556. При каких целых значениях параметра c уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{7-x} = c$ имеет хотя бы один корень?
557. При каких целых значениях параметра c уравнение $2\sqrt{x+3} + \sqrt{11-4x} = c$ имеет хотя бы один корень?
558. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $3x + ay + 1 = 0$ и $2x - 3y - 4 = 0$ находится в третьей координатной четверти.
559. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $x + 5y - 3 = 0$ и $ax - 2y - 1 = 0$ находится в четвёртой координатной четверти.
560. Найдите число b, при котором один из корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 3x + b = 0$ равен $2 + \sqrt{5}$.
561. Определите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 5$, проходящих через точку $M(3; 1)$.
562. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = ax^2 + 2x - a + 2$ пересекает ось Ox в одной точке.
563. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 3$ и $y = 2a - 3x$ лежит выше прямой $y = x$.
564. Найдите все значения параметра a, при которых точки $A(1, 2)$, $B(3, a+1)$, $C(a, 4)$ лежат на одной прямой.
565. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 5x - 3$ и $y = a + 1 - 2x$ лежит ниже прямой $y = -x$.

566. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 6x + 4| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

567. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

568. При каких целых значениях n решение системы
$\begin{cases} nx - y = 5, \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0$, $y < 0$?

569. При каких целых значениях n решение системы
$\begin{cases} 2nx + y = 4, \\ 3x - 2ny = 5 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0$, $y > 0$?

570. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 6x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

571. Найдите все значения a, при которых график функции
$y = ax^2 - 2ax + 3$ расположен выше оси абсцисс.

572. Найдите все значения a, при которых график функции
$y = ax^2 - 4x + a$ расположен выше оси абсцисс.

573. Найдите все значения a, при которых график функции
$y = ax^2 - 8x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

574. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + kx + l$ и одна из точек их пересечения $A(1; 2)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 1 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и первая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 2$. Найдите коэффициенты k, l.

575. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + dx + f$ и одна из точек их пересечения $A(2; 3)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 2 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и вторая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 3$. Найдите коэффициенты b, c.

576. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = -2$, касается прямой $y = 2x + 3$. Найдите коэффициенты b, c.

577. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = 3$, касается прямой $y = 2x - 5$. Найдите коэффициенты b, c.

578. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение
$x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только отрицательные корни.

579. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение
$x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только положительные корни.

580. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x}, \text{если } x < -2, \\ \dfrac{x}{2} - 1, \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ x^2 - 6x + 8, \text{если } x > 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

581. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 8, \text{ если } x < -1, \\ |x| + 1, \text{ если } -1 \leqslant x \leqslant 3, \\ \dfrac{12}{x}, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

582. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x}, \text{ если } x \leqslant -3, \\ x + 1, \text{ если } -3 < x \leqslant 3, \\ 4x^2 - 32x + 64, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции одну общую точку?

583. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x}, \text{ если } x \leqslant -1, \\ -x, \text{ если } -1 < x \leqslant 1, \\ -x^2 + 4x - 4, \text{ если } x > 1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

584. При каком наибольшем целом значении k прямая $y = kx + 4$ не пересекает параболу $y = 3 - 2x - x^2$?

585. При каком значении k прямая $y = kx - 3$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x + 1$ одну общую точку?

586. При каких неотрицательных значениях k прямая $y = kx - 2$ не пересекает параболу $y = x^2 - x - 1$?

587. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - \dfrac{41}{4}$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x - 4$ не более одной точки пересечения?

588. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 5$ имеет с параболой $y = x^2 - 4x + 14$ единственную общую точку (касается)?

589. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x + 3$ единственную общую точку (касается)?

590. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 13$ пересекает параболу $y = x^2 + 3x - 4$ в двух точках?

591. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 1$ в двух точках?

592. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 8$ и парабола $y = x^2 + 5x + 1$ не имеют общих точек?

593. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 11$ и парабола $y = x^2 + 6x + 25$ не имеют общих точек?

594. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 8 - 6x > 4x - 12, \\ 3x + 16 < 5x + 4a \end{cases}$ имеет ровно одно целое решение.

595. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 12 + 7x < 9x - 6, \\ x - 9 < 6a - 2x \end{cases}$ имеет ровно два целых решения.

596. При каких отрицательных значениях c парабола $y = x^2 + 3x - 2c$ имеет с осью Ox не менее одной общей точки?

597. При каких значениях p парабола $y = px^2 - 4x + 3$ не имеет с осью Ox ни одной общей точки?

598. При каких значениях p графики функций $y = px^2 - 24x + 1$ и $y = 12x^2 - 2px - 1$ пересекаются в двух точках?

599. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 10$ и парабола $y = -x^2 - 3x + 6$ не имеют общих точек?

600. Определите наибольшее целое значение a, при котором корни уравнения $ax^2 - 4x + 2 = 0$ имеют разные знаки.

601. При каких значениях b и c вершина параболы $y = x^2 + bx + c$ находится в точке $(-4; 7)$?

602. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 2$ пересекает окружность $x^2 + (y - 4)^2 = 2$ в двух точках?

603. При каких неположительных значениях k прямая $y = x + k + 1$ пересекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ в двух точках?

604. При каких значениях a парабола $y = 3x^2 - 2ax + 4$ и прямая $y = a - 2$ не имеют общих точек?

605. При каких значениях k парабола $y = 2x^2 + 2kx + 6$ и прямая $y = -k - 6$ не имеют общих точек?

606. При каких значениях k прямая $y = kx - 2$ не имеет общих точек ни с параболой $y = x^2 + 3x - 1$, ни с параболой $y = x^2 - x + 2$?

607. При каких значениях k прямая $y = kx + 5$ не имеет общих точек ни с параболой $y = -2x^2 - 2x + 3$, ни с параболой $y = x^2 + 5x + 21$?

608. Найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ пересекает в трёх различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, \text{ при } x < -4, \\ -4, \text{ при } -4 \leqslant x \leqslant 4, \\ 2x - 12, \text{ при } x > 4. \end{cases}$$

609. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a + 2)x + a + 6 < 0$ являются положительными числами?

610. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a - 2)x + 6 - a < 0$ являются отрицательными числами?

611. Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2 - (6a + 2)x + 9a + 3 \leqslant 0$ не имеет решений.

612. Найдите все значения a, при которых неравенство $-x^2 + (3 - 4a)x + 3a - 1{,}75 \geqslant 0$ не имеет решений.

613. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a - 3)x + a > 0$ выполняется при любых x.

614. Найдите все отрицательные значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a - 6)x + a \geqslant 0$ не имеет решений.

615. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 4$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \big||4x - 5| - 1\big|$.

616. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \big||3x - 2| - 4\big|$.

617. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = y(x)$ ровно в двух точках, где

$$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 5, & \text{если } -2 \leqslant x < 2, \\ -0{,}5x, & \text{если } x \geqslant 2. \end{cases}$$

618. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух различных точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -2, \\ -x + 2, & \text{если } -2 < x \leqslant 2, \\ x - 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

619. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 3, & \text{если } x < 0, \\ x - 2, & \text{если } 0 \leqslant x < 1, \\ -2x + 1, & \text{если } x \geqslant 1. \end{cases}$$

620. В окружности с центром в точке $(6; 4)$ и радиусом 4 проведены два диаметра, параллельные осям координат. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами.

621. На координатной плоскости прямые $x = 2$, $x = 12$, $y = 4$ и $y = 8$ ограничивают прямоугольник. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет ровно две общие точки с множеством точек, принадлежащих диагоналям этого прямоугольника.

2.8. Геометрия

2.8.1. Вписанная и описанная окружность, треугольник

622. AB и CD — диаметры окружности. Докажите равенство треугольников ABD и ACD (см. рис. 236).

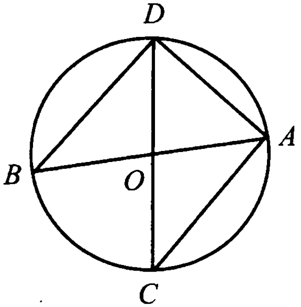


Рис. 236

623. Длины двух сторон треугольника равны 2 и 3, его площадь $S = \dfrac{3\sqrt{15}}{4}$. Медиана, проведенная к его третьей стороне, меньше её половины. Найдите $R\sqrt{15}$, где R — радиус описанной около этого треугольника окружности.

624. Катеты прямоугольного треугольника равны 36 и 48. Найдите расстояние от центра вписанной в треугольник окружности до высоты, проведенной к гипотенузе.

2.8.2. Треугольник

625. Треугольник ABC — прямоугольный, CH — его высота (см. рис. 237). Докажите, что треугольники ABC и BCH подобны.

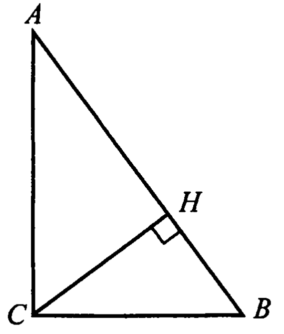


Рис. 237

626. На стороне AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AB в точке K. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCK, если $AC = 13$, $AK = 5$.

627. Точки M, N, P — середины сторон AB, BC, AC треугольника ABC соответственно (см. рис. 238). Докажите, что треугольник MNP подобен треугольнику ABC.

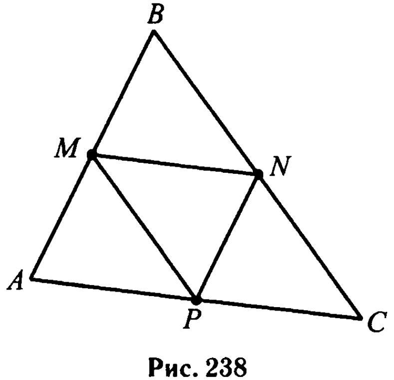


Рис. 238

628. Две стороны треугольника равны 1 см и $\sqrt{15}$ см, а медиана к третьей стороне равна 2 см. Найдите $(5 - \sqrt{15})p$, где p — периметр треугольника.

629. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точки M и N — середины боковых сторон. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN, если периметр треугольника ABC равен 32, а длина отрезка MN равна 6.

630. Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, AD и BC пересекаются в точке O, при этом $BO = OC$. Докажите равенство треугольников AOB и COD.

631. В треугольнике ABC проведена медиана AD. Найдите BL, если AL — высота треугольника и $AB = 1$ см, $AC = \sqrt{15}$ см, $AD = 2$ см.

632. В равнобедренном треугольнике ABC $(AB = BC)$ длина средней линии MN равна 6 $(M \in AB,\ N \in BC)$, а $\sin\angle BAC = \frac{4}{5}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN.

633. Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны.

634. В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90°)$ проведена медиана CD, длина которой 2,5 см. Найдите периметр треугольника, если один из катетов на 1 см меньше гипотенузы.

635. Длина одного из катетов прямоугольного треугольника равна 12. Расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до этого катета равно 2,5. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.

636. В треугольнике MNP проведена медиана MD. Найдите её длину, если $MN = 1$, $MP = \sqrt{15}$ и $\cos\angle MNP = \frac{1}{4}$.

637. Тангенс острого угла BAC прямоугольного треугольника ABC $(\angle C = 90°)$ равен $\frac{5}{12}$, а расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до катета AC равно 2,5. Найдите периметр этого треугольника.

638. Длины двух сторон треугольника равны 27 и 29. Длина медианы, проведенной к третьей стороне, равна 26. Найдите высоту треугольника, проведенную к стороне длиной 27.

639. Длины двух сторон остроугольного треугольника равны $\sqrt{10}$ и $\sqrt{13}$. Найдите длину третьей стороны, если она равна длине проведенной к ней высоты.

640. В треугольнике ABC $AB = 5$, $AC = 2$, $BC = 4$. Точка K лежит на стороне BC и $BK = 1$, точка M лежит на стороне AB и $BM = 1{,}25$ (см. рис. 239). Докажите, что $MK \parallel AC$.

641. В равнобедренном треугольнике проведена медиана к боковой стороне, равной 4. Найдите квадрат длины основания треугольника, если длина медианы равна 3.

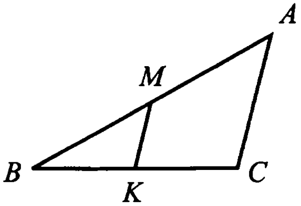


Рис. 239

642. Треугольник MNK образован средними линиями треугольника ABC (см. рис. 240). Докажите, что все его углы равны соответствующим углам треугольника ABC.

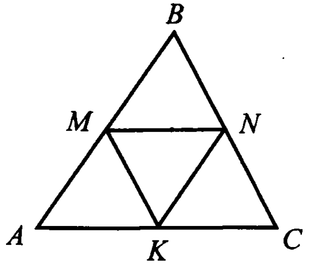


Рис. 240

643. Основание равнобедренного треугольника равно 30, а высота, проведённая к боковой стороне, равна 24. Найдите длину боковой стороны.

644. Биссектриса прямого угла треугольника делит его на два равнобедренных треугольника. Докажите, что и исходный треугольник равнобедренный.

645. Медиана, проведенная к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на части длиной 15 и 6. Найдите длину боковой стороны.

2.8.3. Прямоугольник. Параллелограмм. Квадрат. Ромб

646. В ромб вписана окружность радиуса 5. Расстояние между точками касания этой окружности с двумя соседними рёбрами равно 6. Найдите сторону ромба.

647. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы при сторонах AB и CD пересекаются в точках K и L соответственно, причём $AD > CD$ и $KL = AB$. Найдите, во сколько раз AD больше CD.

648. В параллелограмме $ABCD$ диагонали перпендикулярны (см. рис. 241). Докажите, что $ABCD$ — ромб.

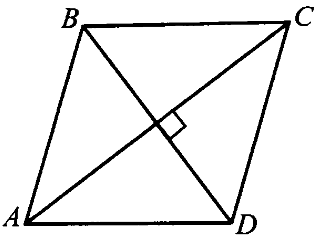


Рис. 241

649. Биссектриса угла BAD ($\angle BAD = 60°$) параллелограмма $ABCD$ пересекает продолжение прямой CD за точку C в точке N, $CN = 2$. Найдите BD, если $AB = 4$.

650. В параллелограмме $ABCD$ длина отрезка AB равна 4. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке K, а продолжение стороны CD в точке E. Найдите длину отрезка KC, если $EC = 1$.

651. В параллелограмме сторона и большая диагональ равны соответственно 3 и $\sqrt{37}$. Найдите периметр параллелограмма, если его острый угол равен $60°$.

652. В четырёхугольнике диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам. Докажите, что данный четырёхугольник — ромб.

653. Сторона ромба равна 5 см, а длины диагоналей относятся как $4 : 3$. Найдите сумму длин диагоналей ромба.

654. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина BC (см. рис. 242). Докажите, что треугольник AMD равнобедренный.

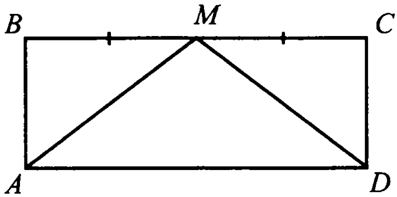


Рис. 242

655. Периметр параллелограмма равен 90, а острый угол — $60°$. Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении $1 : 3$. Найдите большую сторону параллелограмма.

656. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса тупого угла B пересекает сторону AD в точке F. Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 12$ и $AF : FD = 4 : 3$.

2.8.4. Трапеция

657. Точки M, N, L, P — середины сторон AB, BC, CD, AD трапеции $ABCD$ соответственно (см. рис. 243). Докажите, что $MNLP$ — параллелограмм.

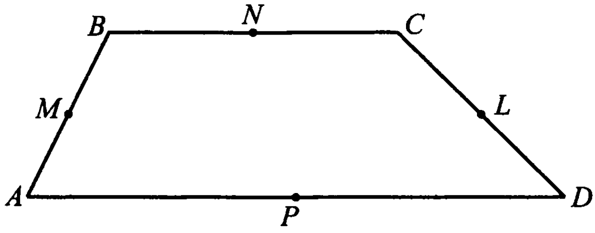


Рис. 243

658. В трапецию $ABCD$ вписана окружность (см. рис. 244). Докажите, что $AB + CD = BC + AD$.

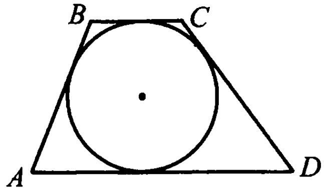


Рис. 244

659. Трапеция с основаниями 6 и 8 вписана в окружность, причём расстояние от центра окружности до большего основания равно 3. Найдите высоту трапеции.

660. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность (см. рис. 245). Докажите, что она равнобедренная.

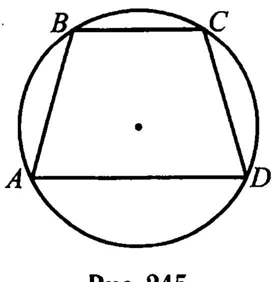


Рис. 245

661. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 10$ и $BC = 5$ прямая, проходящая через точку A и середину диагонали BD, пересекает сторону CD в точке L и прямую BC в точке K. Найдите LD, если $CD = 9$.

662. В равнобочной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, а средняя линия равна 4 см. Найдите высоту трапеции.

663. Около круга радиуса 2 описана равнобедренная трапеция с острым углом 30°. Найдите длину средней линии трапеции.

664. Около круга описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 10. Определите периметр трапеции.

665. Около окружности описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 5, а синус острого угла при основании равен $\frac{4}{5}$. Найдите площадь трапеции.

666. Диагонали равнобочной трапеции взаимно перпендикулярны, а площадь трапеции равна 4. Найдите высоту трапеции.

2.8.5. n-угольники

667. Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности больше радиуса окружности, вписанной в этот шестиугольник, на 1. Найдите сторону данного шестиугольника.

2.8.6. Окружность, хорда, касательная, секущая

668. Докажите, что треугольники ABK и CDK подобны (см. рис. 246).

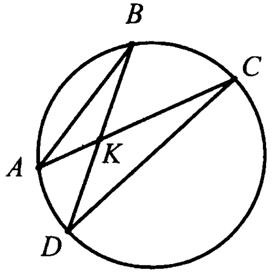


Рис. 246

669. Докажите, что треугольники AOB и OBC равны (см. рис. 247).

670. Окружности радиусов 13 и 20 пересекаются в двух точках, расстояние между которыми равно 24. Найдите расстояние между радиусами, проведёнными к общей касательной этих окружностей.

671. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 и 17. Найдите диаметр этой окружности, если расстояние между серединами хорд равно 5.

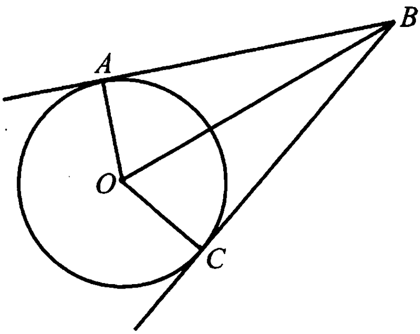


Рис. 247

672. Центры двух окружностей находятся на расстоянии $\sqrt{80}$. Радиусы окружностей равны 4 и 8. Найдите длину общей касательной.

673. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AC пересекает окружность в точках C и D. Найдите AD, если $AC = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

674. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AM проходит через центр окружности и пересекает ее в точках M и N. Найдите квадрат расстояния от точки B до прямой AN, если $AM = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

675. В окружности радиуса 17,5 проведены диаметр AB, хорды AC и CB, перпендикуляр CD к диаметру AB. Найдите сумму длин хорд AC и CB, если $AC : AD = 5 : 3$.

676. Из точки, данной на окружности, проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Отрезок, соединяющий их середины, равен 6. Найдите радиус окружности.

677. Окружность касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из двух других его сторон на отрезки, равные 2 и 23. Найдите радиус окружности.

§ 3. Решения задач из сборника

60. Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на число, сопряжённое знаменателю.

$$\frac{1}{\sqrt{4}+1} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}} =$$

$$= \frac{\sqrt{4}-1}{4-1} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{7-4} + \frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{10-7} + \dots + \frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{n+3-n} =$$

$$= \frac{\sqrt{4}-1}{3} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{3} + \frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{3} + \dots + \frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{3} =$$

$$= \frac{-1+\sqrt{n+3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$.

61. $\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2} = |\sqrt{10}-3| + |\sqrt{10}-4| =$
$= (\sqrt{10}-3) - (\sqrt{10}-4) = \sqrt{10} - 3 - \sqrt{10} + 4 = 1.$

Ответ: 1.

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}} + \sqrt{21+12\sqrt{3}} =$
$= \sqrt{12-12\sqrt{3}+9} + \sqrt{12+12\sqrt{3}+9} =$
$= \sqrt{\left(2\sqrt{3}-3\right)^2} + \sqrt{\left(2\sqrt{3}+3\right)^2} =$
$= \left|2\sqrt{3}-3\right| + 2\sqrt{3} + 3 = 2\sqrt{3} - 3 + 2\sqrt{3} + 3 = 4\sqrt{3}.$

Ответ: $4\sqrt{3}$.

96. $mn^2 - n^2 + mn - n = n^2(m-1) + n(m-1) = (n^2+n)(m-1) =$
$= n(n+1)(m-1).$

Ответ: $n(n+1)(m-1)$.

99. $\frac{1}{xy}\cdot\left(x^3y - 3xy^3 + 2x^2y^2\right) = \frac{1}{xy}\cdot xy\left(x^2 - 3y^2 + 2xy\right) = x^2 + 2xy - 3y^2 =$
$= x^2 + 3xy - xy - 3y^2 = x(x+3y) - y(x+3y) = (x-y)(x+3y).$

Ответ: $(x-y)(x+3y)$.

105. $\frac{2}{x^2-x-12} + \frac{6}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3}$,

$$\frac{2}{(x+3)(x-4)} + \frac{6}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3}.$$

1) ОДЗ $x \neq -3$, $x \neq 4$, $x \neq -1$.
2) $2x + 2 + 6x - 24 = x^2 - 3x - 4$, $x^2 - 11x + 18 = 0$, $x_1 = 9$, $x_2 = 2$.
Оба корня принадлежат ОДЗ.

Ответ: 9, 2.

109. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$, $x\left(2x^3 - 5x^2 + 2x - 5\right) = 0$, $x_1 = 0$, $2x^3 - 5x^2 + 2x - 5 = 0$, $x^2(2x-5) + (2x-5) = 0$, $\left(x^2+1\right)(2x-5) = 0$, $x^2 + 1 > 0$ при всех $x \in R$; $2x - 5 = 0$, $x_2 = 2{,}5$.

Ответ: 0; 2,5.

137. Представим данное уравнение в виде $(2-\sqrt{3})x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$.
Определим знак дискриминанта:

$D = 3 - 4\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) = 3 - 8\sqrt{3} + 12 = 15 - 8\sqrt{3}$. Так как $15 - 8\sqrt{3} = \sqrt{225} - \sqrt{192} > 0$, то $D > 0$.

Уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$ имеет два различных действительных корня.

Ответ: 2.

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, & (1) \\ xy = 1. & (2) \end{cases}$

Прибавим к первому уравнению системы второе, умноженное на 2:

$x^2 + 2xy + y^2 = 4$, $(x + y)^2 = 4$, $\left[\begin{array}{l} x + y = 2, \\ x + y = -2. \end{array}\right.$

Решение исходной системы свелось к решению двух систем уравнений:

$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = 1, \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = -2, \\ xy = 1. \end{cases}$

Решая каждую из этих систем способом подстановки, получим $x_1 = 1$, $y_1 = 1, x_2 = -1, y_2 = -1$.

Ответ: $(1; 1)$, $(-1; -1)$.

182. $x - 2 + \dfrac{6{,}25}{x + 3} \leqslant 0$, $\dfrac{x^2 + x + 0{,}25}{x + 3} \leqslant 0$, $\dfrac{(x + 0{,}5)^2}{x + 3} \leqslant 0$,

$\left[\begin{array}{l} x + 0{,}5 = 0, \\ x + 3 < 0, \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = -0{,}5, \\ x < -3. \end{array}\right.$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup \{-0{,}5\}$.

189. $(x^4 - 6x^3 + 9x^2) - 4 \leqslant 0$; $(x^2 - 3x)^2 \leqslant 4$; $|x^2 - 3x| \leqslant 2$; $\begin{cases} x^2 - 3x \geqslant -2, \\ x^2 - 3x \leqslant 2; \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leqslant 1, \\ x \geqslant 2, \end{array}\right. \\ \dfrac{3 - \sqrt{17}}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{3 + \sqrt{17}}{2}; \end{cases}$

$\left[\dfrac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \dfrac{3 + \sqrt{17}}{2}\right]$ (см. рис. 248).

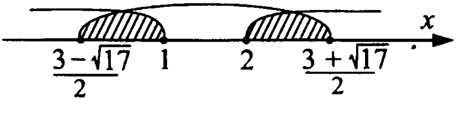


Рис. 248

Ответ: $\left[\dfrac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \dfrac{3 + \sqrt{17}}{2}\right]$.

194. Выражение имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям: $\begin{cases} 14x^2 - 3x - 5 \geqslant 0, \\ x^3 - x \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -\frac{1}{2}; x \geqslant \frac{5}{7}, \\ x \neq -1; x \neq 0; x \neq 1. \end{cases}$

Ответ: $\left(-\infty; -1\right) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7}; 1\right) \cup \left(1; +\infty\right)$.

201. Выражение $\dfrac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7-x^2}}{5+x^3}$ имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям:

$\begin{cases} 2 - x \geqslant 0, \\ 7 - x^2 \geqslant 0, \\ 5 + x^3 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leqslant 2, \\ (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) \leqslant 0, \\ x \neq -\sqrt[3]{5}. \end{cases}$

$-\sqrt{7} \leqslant x < -\sqrt[3]{5}$, $-\sqrt[3]{5} < x \leqslant 2$ (см. рис. 249).

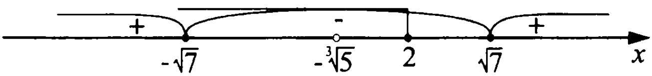


Рис. 249

Ответ: $[-\sqrt{7}; -\sqrt[3]{5}) \cup (-\sqrt[3]{5}; 2]$.

241. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:

$\begin{cases} 24 - 2x - x^2 \geqslant 0, \\ x^2 - 16 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x - 24 \leqslant 0, \\ x^2 \neq 16; \end{cases} \begin{cases} -6 \leqslant x \leqslant 4, \\ x \neq \pm 4. \end{cases}$

Получаем $-6 \leqslant x < -4$, $-4 < x < 4$.

Ответ: $-6 \leqslant x < -4$, $-4 < x < 4$.

242. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:

$\begin{cases} 12 - x - x^2 \geqslant 0, \\ 9 - x^2 \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 12 \leqslant 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases} \begin{cases} -4 \leqslant x \leqslant 3, \\ x \neq \pm 3. \end{cases}$

Получаем $-4 \leqslant x < -3$, $-3 < x < 3$.

Ответ: $-4 \leqslant x < -3$, $-3 < x < 3$.

249. По условию $a_n = 8n$, $a_n \leqslant 200$, $8n \leqslant 200$, $n \leqslant 25$.

Найдём сумму 25-ти натуральных чисел, кратных 8:

$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, где $a_1 = 8$, $a_{25} = 200$.

$$S_{25} = \frac{8 + 200}{2} \cdot 25 = \frac{208}{2} \cdot 25 = 104 \cdot 25 = 2600.$$

Ответ: 2600.

280. $\dfrac{a_1+a_2+a_3}{a_3} = \dfrac{a_1+\dfrac{a_1+a_3}{2}+2a_1}{2a_1} = \dfrac{a_1+\dfrac{a_1+2a_1}{2}+2a_1}{2a_1} =$

$= \dfrac{1+\dfrac{3}{2}+2}{2} = 2{,}25.$

Ответ: 2,25.

281. По условию задачи $a_8 = 3a_6$. Тогда $a_7 = \dfrac{a_6+a_8}{2} = 2a_6$,

$d = a_8 - a_7 = a_6$. Так как, с другой стороны, $a_6 = a_1 + 5d$, то получим $d = a_1 + 5d$, $a_1 = -4d$.

Итак, $S_g = \dfrac{9\cdot(2a_1+8d)}{2} = \dfrac{9\cdot(2(-4d)+8d)}{2} = 0.$

Ответ: 0.

285. По условию имеем арифметическую прогрессию $a_n = 4n-3$, $a_1 = 1$, $d = 4$.

Составим новую арифметическую прогрессию из членов прогрессии a_n с чётными номерами. Для новой прогрессии получим $b_1 = a_2 = 5$, $d_b = 8$. Сумма членов исходной прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50, равна сумме первых 25 членов полученной прогрессии.

$S_{25} = \dfrac{(b_1+b_{25})\cdot 25}{2} = \dfrac{(5+5+8\cdot 24)\cdot 25}{2} = 2525.$

Ответ: 2525.

291. Тридцать первых членов с чётными номерами прогрессии a_n составляют арифметическую прогрессию b_n, такую, что $b_1 = a_2, b_2 = a_4, \ldots,$ $b_{30} = a_{60}$. Найдём a_2 и a_{60}.

$a_2 = \dfrac{2-18}{0{,}25} = -64,\ a_{60} = \dfrac{60-18}{0{,}25} = 168.$

Переформулируем задачу: найти сумму тридцати членов арифметической прогрессии, если $b_1 = -64$, $b_{30} = 168$.

Получаем $S_{30} = \dfrac{-64+168}{2}\cdot 30 = 1560.$

Ответ: 1560.

340. $y = |ax+b| + c$, $a > 0$.

Из рисунка видно, что график функции $y = |ax+b|$ опущен на 2 единицы вниз, значит, $c = -2$. Пусть $\operatorname{tg}\alpha$ — угол наклона прямой к положительному направлению оси Ox. Тогда $a = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{6}{2} = 3$ (по условию $a > 0$).

Если $x > -2$, то $y = ax + (b + c)$. Так как $y(0) = 4$, то $b + c = 4$; $b = 6$.

Ответ: $a = 3$; $b = 6$; $c = -2$.

355. $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$.
1) С осью Ox
$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$, $x^2(x-1) - 4(x-1) = 0$, $(x-1)(x^2-4) = 0$; $x - 1 = 0$, $x_1 = 1$; $x^2 - 4 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$.
$(1;0)$, $(2;0)$, $(-2;0)$ — координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Ox.
2) С осью Oy
$(0;4)$ — координаты точки пересечения графика функции
$y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Oy.

Ответ: $(-2;0)$, $(1;0)$, $(2;0)$, $(0;4)$.

415. Пусть скорость первого велосипедиста x $\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второго — y $\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$.

1) первый до встречи прошёл $7{,}5x$ км, а второй — $4y$ км. Составим первое уравнение: $7{,}5x + 4y = 325$;

2) первый до встречи прошёл $5x$ км, а второй — $7y$ км. Составим второе уравнение: $5x + 7y = 325$.

Получим систему уравнений $\begin{cases} 7{,}5x + 4y = 325, \\ 5x + 7y = 325. \end{cases}$

$7{,}5x + 4y = 5x + 7y$, $2{,}5x = 3y$, $5x = 6y$, $x = \dfrac{6}{5}y$;

$6y + 7y = 325$, $13y = 325$, $y = 25$, $x = 30$.

Ответ: 30; 25.

421. Пусть x км/ч — скорость третьего катера, а t ч — время, за которое третий катер догонит второй. Расстояние, которое проплыл второй катер до встречи с третьим, равно $40 \cdot (t + 1)$ км, а третий катер проплыл xt км.
К моменту встречи второго катера с первым второй катер проплыл
$(2t + 1) \cdot 40$ км, а первый катер — $(2t + 2) \cdot 30$ км.
По условию $xt = 40 \cdot (t + 1)$ и $(2t + 1) \cdot 40 = (2t + 2) \cdot 30$.
Решим систему уравнений:
$\begin{cases} xt = 40 \cdot (t + 1), \\ (2t + 1) \cdot 40 = (2t + 2) \cdot 30, \end{cases}$ $\begin{cases} xt = 40 \cdot (t + 1), \\ 80t + 40 = 60t + 60, \end{cases}$

$$\begin{cases} xt = 40(t+1), \\ 20t = 20, \end{cases} \quad t = 1, x = 80.$$

Скорость третьего катера равна 80 км/ч.

Ответ: 80.

442. $420 \cdot \frac{4}{7} = 240$ км было пройдено за изначально намеченное время со скоростью x км/ч. С увеличенной скоростью $(x+10)$ км/ч было пройдено $420 - 240 = 180$ км.

Планируемое время $\frac{180}{x}$ на $\frac{1}{4}$ больше реального времени $\frac{180}{x+10}$. Составляем уравнение: $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+10} = \frac{1}{4}$. Умножим обе части на $4x^2 + 40$.

$720x + 7200 - 720x = x^2 + 10x,$

$x^2 + 10x - 7200 = 0.$

По теореме, обратной теореме Виета, $x_1 = -90$, $x_2 = 80$.

По смыслу задачи $x = 80$ км/ч — исходная скорость. Тогда общее время движения $420 : 80 = 5{,}25$ ч.

Ответ: 5,25.

519. Пусть x — количество стекла первого сорта, y — количество стекла второго сорта, которые надо взять, чтобы получить стекло, пропускающее 60% света. Из условия задачи имеем

$\frac{0{,}45x + 0{,}8y}{x+y} = 0{,}6$; $0{,}45x + 0{,}8y = 0{,}6x + 0{,}6y$; $0{,}15x = 0{,}2y$; $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$.

Ответ: 4 : 3.

532. Введём обозначение $f(x) = x^2 + x + (k-1)(k+7)$. Учитывая, что старший коэффициент квадратного трёхчлена $f(x)$ положителен, можно сделать вывод, что число 3 находится между корнями уравнения $f(x) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(3) < 0$.

Решим неравенство $f(3) < 0$, $3^2 + 3 + (k-1)(k+7) < 0$,
$k^2 + 6k - 7 + 12 < 0$, $(k+1)(k+5) < 0$, $-5 < k < -1$.

Ответ: $k \in (-5; -1)$.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, значит, сумма этих девяти чисел равна $17 \cdot 9 = 153$.

Среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7, значит, сумма этих одиннадцати чисел равна $7 \cdot 11 = 77$.

Тогда сумма всех двадцати чисел равна $153 + 77 = 230$, а их среднее арифметическое равно $230 : 20 = 11{,}5$.

Ответ: 11,5.

611. Указанное неравенство не имеет решений, если дискриминант D квадратного уравнения $x^2-(6a+2)x+9a+3=0$ меньше нуля. Вычислим $D=(6a+2)^2-4\cdot(9a+3)=36a^2-12a-8=4(9a^2-3a-2)$ и решим неравенство $9a^2-3a-2<0$. Для этого решим уравнение $9a^2-3a-2=0$. Корни его $a_1=-\frac{1}{3}$; $a_2=\frac{2}{3}$, а решение неравенства $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

Ответ: $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

614. Неравенство $ax^2+(a-6)x+a\geqslant 0$ не имеет решений при отрицательных a, если дискриминант уравнения $ax^2+(a-6)x+a=0$ $D=(a-6)^2-4a\cdot a<0$. Получаем

$$\begin{cases} a^2-12a+36-4a^2<0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+4a-12>0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)(a+6)>0, \\ a>0. \end{cases}$$

Решая методом интервалов (см. рис. 250), получим $a<-6$.

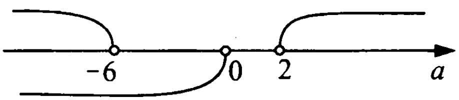


Рис. 250

Ответ: $a<-6$.

620. Построим окружность с центром в точке $E(6;4)$ радиусом 4 и проведём диаметры BF и AC параллельные осям координат (см. рис. 251).

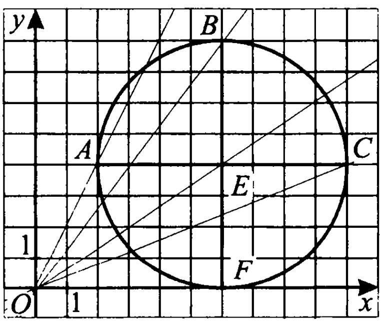


Рис. 251

По рисунку видно, что прямая $y=kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами AC и BF в трёх случаях.

1. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше либо равен угловому коэффициенту прямой $y = 0$ и меньше углового коэффициента прямой OC.

Найдём угловой коэффициент прямой OC, как прямой, проходящей через точку $C(10; 4)$: $4 = 10k$, $k = \frac{2}{5}$.

Угловой коэффициент прямой $y = 0$ равен 0. Получаем: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$.

2. Условию задачи удовлетворяет прямая $y = kx$, проходящая через центр окружности точку $E(6; 4)$. Найдём угловой коэффициент прямой OE: $4 = 6k$, $k = \frac{2}{3}$.

3. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше углового коэффициента прямой OB, но меньше либо равен угловому коэффициенту прямой OA.

Найдём угловой коэффициент прямой OB, как прямой, проходящей через точку $B(6; 8)$: $8 = 6k$, $k = \frac{4}{3}$.

Найдём угловой коэффициент прямой OA, как прямой, проходящей через точку $A(2; 4)$: $4 = 2k$, $k = 2$.

Получаем $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

Ответ: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$, $k = \frac{2}{3}$, $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

626. Заметим, что $\angle AKC = 90°$ как вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности. Тогда середина отрезка BC точка D является центром описанной окружности прямоугольного треугольника BKC (см. рис. 252).

Так как высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу, то $CK = \sqrt{BK \cdot AK}$, то есть $BK = \frac{CK^2}{AK}$. При этом $CK = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ и, значит, $BK = \frac{12^2}{5} = 28{,}8$.

Тогда $BC = \sqrt{BK^2 + CK^2} = \sqrt{28{,}8^2 + 12^2} = 31{,}2$; $BD = \frac{BC}{2} = 15{,}6$.

Ответ: 15,6.

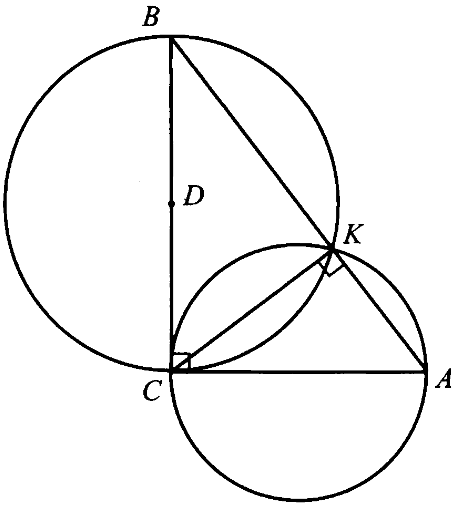


Рис. 252

636. Так как $\cos\angle MNP = \dfrac{NK}{MN}$, то $NK = MN\cos\angle MNP = \dfrac{1}{4}$ (см. рис. 253). Тогда $MK = \sqrt{MN^2 - NK^2} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{16}} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$;

$KP = \sqrt{MP^2 - MK^2} = \sqrt{15 - \dfrac{15}{16}} = \dfrac{15}{4}$; $NP = NK + KP = \dfrac{1}{4} + \dfrac{15}{4} = 4$.

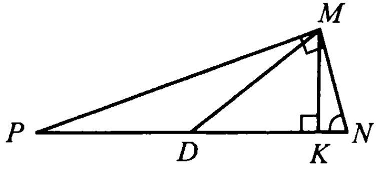


Рис. 253

Так как $MN^2 + MP^2 = NP^2$, то треугольник MNP — прямоугольный по теореме, обратной теореме Пифагора. Следовательно, $MD = \dfrac{NP}{2} = 2$.

Ответ: 2.

643. Пусть $AB = BC = x$, $BD = y$, $AD = 24$, $AC = 30$ (см. рис. 254).

Используя теорему Пифагора для треугольников ABD и ADC, получим систему уравнений

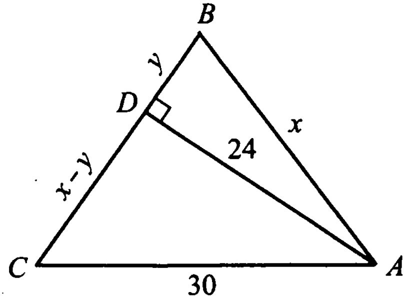


Рис. 254

$$\begin{cases} 24^2 + y^2 = x^2, \\ 24^2 + (x - y)^2 = 30^2. \end{cases}$$

Эта система имеет единственное решение $x = 25$, $y = 7$, удовлетворяющее условиям $x > 0$, $y > 0$.

Ответ: 25.

645. Пусть $AB = x$, $AC = y$ (см. рис. 255). Тогда из условия задачи следует совокупность систем уравнений:

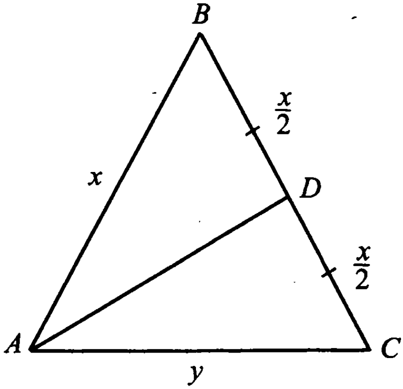


Рис. 255

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + \dfrac{x}{2} = 15, \\ y + \dfrac{x}{2} = 6; \end{cases} \\ \begin{cases} x + \dfrac{x}{2} = 6, \\ y + \dfrac{x}{2} = 15. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10, y = 1; \\ x = 4, y = 13. \end{array}\right.$$

Так как во втором случае не выполняется одно из неравенств треугольника $2x > y$, то $AB = 10$.

Ответ: 10.

647. Пусть $AB = KL = CD = x$, $AM = MB$ и $CN = ND$ (см. рис. 256). Тогда $\angle EAD = \angle BEA$ как накрест лежащие. Кроме того, AE — биссектриса $\angle BAD$. Следовательно, $\angle BAE = \angle BEA$, и $\triangle ABE$ — равнобедренный.

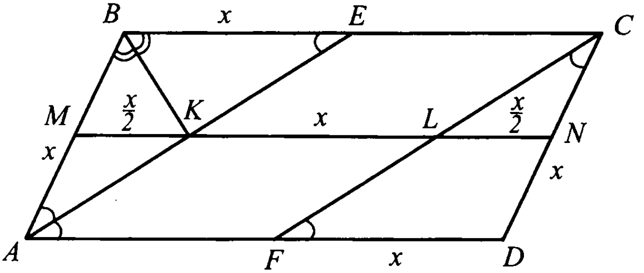


Рис. 256

Так как BK — биссектриса, проведённая к основанию равнобедренного треугольника ABE, то BK — медиана этого треугольника. Таким образом, MK — средняя линия $\triangle ABE$, то есть $MK = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}AB = \frac{x}{2}$ и $MK \parallel BC$. Аналогично доказывается то, что $LN = \frac{x}{2}$ и $LN \parallel AD$.

$AECF$ — параллелограмм, так как $AF \parallel EC$ и $AF = EC = BC - x$. Тогда $AKLF$ — также параллелограмм, так как $AK \parallel FL$ и $AK = FL$. Следовательно, $KL \parallel AD$ и точки M, K, L, и N лежат на одной прямой, причём $AD = MN = MK + KL + LN = \frac{x}{2} + x + \frac{x}{2} = 2x$. Таким образом, $\frac{AD}{CD} = \frac{2x}{x} = 2$.

Ответ: 2.

659. Возможны два случая:

1) Центр описанной окружности находится внутри трапеции (см. рис. 257).

Тогда $AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2 + OK^2} = \sqrt{16 + 9} =$
$= 5 = R$ — радиус описанной окружности; $LO = \sqrt{BO^2 - BL^2} =$

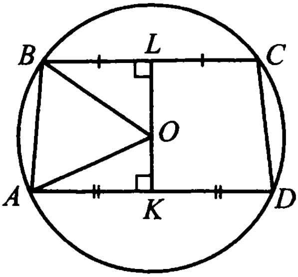


Рис. 257

$= \sqrt{R^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{25-9} = 4$. Высота трапеции $LK = LO + OK =$
$= 4 + 3 = 7$.

2) Центр описанной окружности находится вне трапеции (см. рис. 258).

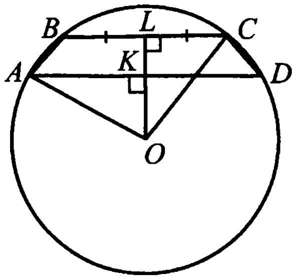


Рис. 258

Тогда $AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2 + OK^2} = \sqrt{16+9} =$
$= 5 = R$ — радиус описанной окружности; $LO = \sqrt{CO^2 - LC^2} =$
$= \sqrt{R^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{25-9} = 4$. Высота трапеции $LK = LO - OK =$
$= 4 - 3 = 1$.

Ответ: 1; 7.

662. Так как трапеция равнобочная, то вокруг неё можно описать окружность (см. рис. 259). Тогда $\angle BAC = \angle BDC$ как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу. Следовательно, $\triangle AOD$ — равнобедренный ($\angle OAD = \angle ODA$, так как углы при основании равнобочной трапеции равны и $\angle BAC = \angle BDC$) и, так как он прямоугольный, то $\angle OAD = 45°$. Но треугольник AOK также прямоугольный с острым углом в $45°$, следовательно, он равнобедренный, и $AK = OK$.

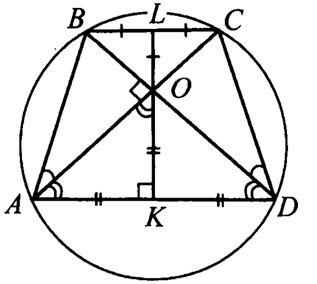


Рис. 259

Аналогично можно доказать, что $OL = BL$. Значит,

$KL = KO + OL = AK + BL = \frac{1}{2}(AD + BC) = MN = 4$, где MN — средняя линия трапеции.

Ответ: 4.

670. Так как $CM = MD$, то $MD = \frac{1}{2}CD = 12$ (см. рис. 260). Из треугольника OMD получим $OM = \sqrt{OD^2 - MD^2} = \sqrt{169 - 144} = 5$. Из треугольника O_1MD получим $O_1M = \sqrt{O_1D^2 - MD^2} = \sqrt{400 - 144} = 16$.

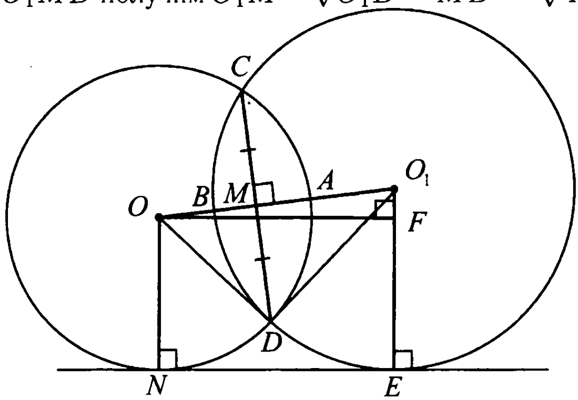


Рис. 260

Тогда $OO_1 = OM + O_1M = 5 + 16 = 21$; $O_1F = O_1E - ON = 20 - 13 = 7$. Из треугольника O_1OF получим $OF = \sqrt{OO_1^2 - O_1F^2} = \sqrt{21^2 - 7^2} = 14\sqrt{2}$.

Ответ: $14\sqrt{2}$.

§ 4. Ответы к сборнику задач

1. 162. **2.** 57,8. **3.** 192. **4.** Во втором. **5.** В первой библиотеке. **6.** Хомячков осталось поровну. **7.** 100. **8.** Рыб стало поровну. **9.** В первом коробке. **10.** B. **11.** 180. **12.** Блондинок. **13.** 25. **14.** 14. **15.** 3,8. **16.** 25. **17.** 75. **18.** 4800. **19.** 690 руб. **20.** Вторая. **21.** Количество клиентов в обоих филиалах осталось одинаковым. **22.** $\frac{3(x-1)}{x-3}$. **23.** $\frac{3(x-2)}{2x-1}$. **24.** $-\frac{1}{x+9y}$. **25.** $\frac{1}{6x+y}$. **26.** 5. **27.** $\frac{12}{a}$. **28.** -1. **29.** 0. **30.** -1. **31.** $x^2+ax^2+4a^2+3a$. **32.** $-\frac{a+b}{2}$. **33.** $\frac{2a}{2a^2-b^2}$. **34.** $\frac{(a+b)^2}{4a+b}$. **35.** $\frac{2ab}{a^2+b}$. **36.** 3. **37.** 1. **38.** 1. **39.** $2(a+b)$. **40.** $a+b$. **41.** b. **42.** $\frac{a-3}{2a}$. **43.** $\frac{x-4}{x+4}$. **44.** $1-x$. **45.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$. **46.** $\frac{24}{5b-4a}$. **47.** $\frac{1}{x+2}$. **48.** 1. **49.** $2\sqrt{3}$. **50.** $2m$. **51.** $\frac{2m(m+4)}{2m-1}$. **52.** 1. **53.** 1. **54.** $b+1$. **55.** $\frac{1}{x-1}$. **56.** 27. **57.** 100. **58.** 10^{n+1}. **59.** 9^{n+2}. **60.** $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. **61.** 1. **62.** 4. **63.** $4\sqrt{3}$. **64.** 3 и 4. **65.** 7. **66.** $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$. **67.** $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. **68.** $\frac{b-5}{a-3}$. **69.** $\frac{2m-3}{n+1}$. **70.** $\frac{b+7}{3a+1}$. **71.** $\frac{b-4}{4a-3}$. **72.** $\frac{1}{2-n}$. **73.** 0,2. **74.** $-\frac{a+1}{2a}$. **75.** $\frac{2}{b^2(b-1)}$. **76.** $\frac{3k}{k-1}$. **77.** $\frac{1}{t-2}$. **78.** 0. **79.** 1. **80.** -5. **81.** $\frac{2-m}{2+m}$. **82.** 0. **83.** 0. **84.** $\frac{1}{a+b}$. **85.** $\frac{a}{3b}$. **87.** $\frac{(a+b)^2}{a}$. **88.** -1. **89.** -1. **90.** $\frac{x}{x-4}$. **91.** $\frac{x-2}{x}$. **92.** $\frac{a}{a-3}$. **93.** $\frac{3}{b-4}$. **94.** -5. **95.** $\frac{7}{m-1}$. **96.** $n(n+1)(m-1)$. **97.** $\frac{3x-2}{x-3}$. **98.** $(x+y)(x-2y)$. **99.** $(x-y)(x+3y)$. **100.** $0; x_1=0{,}5;\ y_1=-2;\ x_2=-4; y_2=-11$. **101.** $-5;\ x=-0{,}5;\ y=2{,}5$. **102.** $3;\ x=2;\ y=1{,}8$. **103.** $(2;1)$. **104.** $(2;1)$. **105.** 2; 9. **106.** 4; -3. **107.** 3. **108.** $x=0$. **109.** $x_1=0, x_2=2{,}5$. **110.** $0;2;-2;-1{,}5$. **111.** $0;-1{,}5;\pm\sqrt{3}$. **112.** $x_1=3, x_2=4$. **113.** $x_1=-1, x_2=-\frac{3}{5}, x_3=1$. **114.** $x=-1$. **115.** $x_1=-2, x_2=-1$. **116.** $\pm\sqrt{2}$. **117.** $\pm\sqrt{2};\pm2;\pm2\sqrt{2}$.

120. $x = 4$. **121.** $x = 1$. **122.** $(3;1)$, $(9;13)$. **123.** $(-3;5)$, $(5;-7)$. **124.** -1; 1. **125.** $(2;4)$; $(6;12)$. **126.** -2; 2. **127.** $(0;3)$; $(-3;0)$. **128.** 2; 4. **129.** -1 и -3. **130.** ± 1; ± 3. **131.** ± 2. **132.** $(-1;1)$; $(-2;2)$. **133.** $(2;-4)$; $(4;-8)$. **134.** Нет. **135.** Нет. **136.** Да. **137.** 2. **138.** 3. **139.** $(2;-3)$, $\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$. **140.** $(-5;2),(2;5)$. **141.** $(1;1),(-1;-1)$. **142.** $(2;1),(-2;-1)$. **143.** $(0{,}4;2)$. **144.** $(0{,}6;-1{,}4);(0{,}4;-1{,}6)$. **145.** $(0;-3),(4;5)$. **146.** $(3;4)$, $(4;3)$, $(-3;-4)$, $(-4;-3)$. **147.** $(2;4),(-3;9)$. **148.** $(4;10)$. **149.** 6; 54. **150.** $x = \frac{963}{136}$, $y = \frac{147}{34}$. **151.** $x = \frac{275}{57}$, $y = \frac{110}{57}$. **152.** $x = 5$, $y = -7$.

153. $x = 12$, $y = -2$. **154.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **155.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **156.** $(130{,}5;56{,}5)$. **157.** $(-2;3)$. **158.** $(0;-2),(-2;2)$. **159.** $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$. **160.** $(3;2)$, $(3;-2)$, $(4;\sqrt{3}),(4;-\sqrt{3})$. **161.** $x \geqslant 0, y \geqslant 0$. **162.** $(5;4)$. **163.** $(2;1)$. **164.** $(5;1)$. **165.** $(2{,}5;-0{,}5)$. **166.** $(2;-5)$, $(3;-4)$. **167.** $(0{,}25;4{,}75)$, $(2;3)$. **168.** $(2;1)$, $(4{,}5;-1{,}5)$. **169.** $(-4;1)$. **170.** $\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **171.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **172.** $(-9;13)$, $(-1;-3)$, $(1;3)$, $(9;-13)$. **173.** $(-7;-1)$, $(-1;5)$, $(1;-5)$, $(7;1)$. **174.** $(-3;-1)$, $(3;1)$, $(2\sqrt{2};\ \sqrt{2})$, $(-2\sqrt{2};\ -\sqrt{2})$. **175.** $(2;-2)$, $(-2;2)$. **176.** $(2;-2)$, $\left(\frac{2}{3};-6\right)$. **177.** $(9;0{,}5)$, $(1;4{,}5)$. **178.** $(6;3),(3;6)$. **179.** $(-1;4)$.

180. $\left(2;\frac{1}{2}\right)$, $\left(2;-\frac{1}{3}\right)$, $(-4;-1)$. **181.** $(3;2);(-3;-2)$.

182. $(-\infty;-3) \cup \{-0{,}5\}$. **183.** $(-\infty;-1) \cup \{0{,}5\}$. **184.** $(-\infty;-5] \cup \{4\}$. **185.** $\left(-1;-\frac{2}{3}\right]$. **186.** $\left(-\infty;\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2};0\right) \cup \left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$. **187.** $(-2;-1) \cup (1;2)$. **188.** $[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$.

189. $\left[\frac{3-\sqrt{17}}{2};1\right] \cup \left[2;\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$. **190.** $[-2;0)$. **191.** $(0;4]$. **192.** $\left(\frac{12}{5};18\right)$. **193.** $(-\infty;0)$. **194.** $(-\infty;-1) \cup \left(-1;-\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7};1\right) \cup (1;+\infty)$.

195. $(-\infty;-2{,}5) \cup \left(-2{,}5;-\frac{1}{3}\right] \cup (7;+\infty)$. **196.** $(-\infty;-5) \cup (-5;-3] \cup [7;+\infty)$. **197.** $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **198.** $\left(-\infty;\frac{14}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{3};+\infty\right)$.

199. $[-3;-2)\cup(-2;2)\cup(2;4]$. **200.** $[6;7)\cup(7;+\infty)$. **201.** $[-\sqrt{7};-\sqrt[3]{5})\cup$ $\cup(-\sqrt[3]{5};2]$. **202.** $(-7;\ 2{,}5)$. **203.** $\left[-2\frac{2}{3};\ 2\right]$. **204.** $[-5;0)\cup\left(0;\frac{4}{3}\right]$.

205. $\left(\frac{2}{3};3\right)$. **206.** $\{-3\}\cup[1{,}5;4]$. **207.** $\{-1\}\cup(-0{,}25;3)\cup\{5\}$. **208.** $(1;5)$, $(2;5)$, $(0;6)$, $(1;6)$, $(2,6)$. **209.** $(2;-2)$, $(2;-1)$, $(2;0)$, $(3;-1)$, $(3;0)$, $(4;0)$. **210.** $0;1;2$. **211.** $-3;-2;-1;0;1;2;3;4$. **212.** $\{2\}$. **213.** $\{6\}$. **214.** $\{7\}$. **215.** $\{3\}$. **216.** $\{-1;3\}$. **217.** $\{4\}$. **218.** $\{1\}$. **219.** $\{2\}$. **220.** $\{-1+\sqrt{2}\}$. **221.** $\{-1-\sqrt{5}\}$. **222.** $(-\infty;1-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3};+\infty)$. **223.** $(-\infty;3-3\sqrt{2}]\cup$ $\cup\{3\}\cup[3+3\sqrt{2};+\infty)$. **224.** $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **225.** $(-1;0)$. **226.** $[1;2]\cup[3;4]$.

227. $[1;3]\cup[5;6]$. **228.** $[-1;2]\cup[3;4]$. **229.** $[-5{,}5;-5]\cup[-4;-2]\cup[-1;1]$. **230.** $\{-1;5\}$. **231.** $\{1\}$. **232.** $(-\infty;-5]\cup\{-2;2\}\cup[3;+\infty)$. **233.** $\{-3;3\}\cup$ $\cup[-2;1]$. **234.** $-12\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$. **235.** $-4\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$. **236.** $0{,}75\leqslant x\leqslant 3$.

237. $(-\infty;-1{,}75]\cup[2;+\infty)$. **238.** 5. **239.** 7. **240.** $[1{,}5;2)\cup(2;5]$. **241.** $-6\leqslant x<-4, -4<x<4$. **242.** $-4\leqslant x<-3, -3<x<3$. **243.** 0,9. **244.** −0,6. **245.** −0,3. **246.** 5 ч. **247.** 11. **248.** 2436. **249.** 2600. **250.** 145 км/ч. **251.** 10 дней. **252.** 9646. **253.** 8910. **254.** 2436. **255.** 11109. **256.** 15. **257.** 0. **258.** $\{4, 9, 14\}$ и $\{13, 9, 5\}$. **259.** $\{1, 4, 7\}$ и $\{17, 4, -9\}$. **260.** $\{11, 5, -1\}$ и $\{2, 5, 8\}$. **261.** $\{3, 10, 17\}$ и $\{12, 10, 8\}$. **262.** 3. **263.** 4,5. **264.** 7. **265.** 17. **266.** Да. **267.** Нет. **268.** Нет. **269.** 18; 8; −2. **270.** 10; 6; 2. **271.** Нет. **272.** Нет. **273.** Да. **274.** Нет. **275.** 0; 12. **276.** Да. **277.** 10. **278.** 8. **279.** 5241. **280.** 2,25. **281.** 0. **282.** 754. **283.** 3185. **284.** 1925. **285.** 2525. **286.** 20. **287.** 8. **288.** 0,9. **289.** 11520.

290. 3953. **291.** 1560. **292.** $-10\frac{2}{3}$. **293.** $b_8=\frac{1}{9}$. **294.** $b_8=-384$.

295. 3069. **296.** 81. **297.** $a=32$; $b=2$. **298.** $\frac{1}{3}$. **299.** $\frac{5-\sqrt{23}}{2}$. **300.** $3+\sqrt{6}$.

301. $2+\sqrt{\frac{10}{3}}$. **302.** 3; 6; 9. **303.** 16; 11; 6. **304.** $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **305.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

306. 2. **307.** 1. **308.** −2. **309.** $-\frac{1}{2}$. **310.** 1. **311.** 2. **312.** 9. **313.** 4; 8; 16.

314. 12; 6; 3. **315.** $5+2\sqrt{5}$. **316.** $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$. **317.** Нет. **318.** Да. **319.** Да. **320.** 16. **321.** 27. **322.** −14. **323.** −20. **324.** Да. **325.** Да. **326.** 6. **327.** 64.

334. Прямая $y = x - 1$ без точки $(3; 2)$. **335.** Гипербола $y = \dfrac{1}{x}$ без точки $\left(4; \dfrac{1}{4}\right)$. **336.** $y = \begin{cases} 6 - 2x, \text{ если } x < 1{,}5; \\ 2x, \text{ если } 1{,}5 \leqslant x < 3; \\ 4x - 6, \text{ если } x \geqslant 3. \end{cases}$

337. $y = \begin{cases} -10x - 5, \text{ если } x < -1{,}75; \\ 9 - 2x, \text{ если } -1{,}75 \leqslant x < 2; \\ 5, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$

338. Парабола $y = -x^2 + 4x - 3$ без точек $(2; 1)$ и $(4; -3)$. **339.** Парабола $y = -x^2 + 5x - 4$ без точек $(2; 2)$ и $(3; 2)$. **340.** $a = 3, b = 6, c = -2$. **341.** $a = \dfrac{2}{9}$, $b = -\dfrac{8}{9}$, $c = -\dfrac{10}{9}$. **342.** $(-4;\ 15)$. **343.** $\left(-\dfrac{3}{2}; 4\right)$. **344.** $(1{,}5; 5)$. **345.** $(1; 5)$. **346.** $(3; 14)$. **347.** $(7; 58)$. **348.** $(2; 7)$. **349.** $(1; -13)$. **350.** $y = x^2 - x + 1$. **351.** $y = -x^2 + x + 1$.

352. $\left(\dfrac{-1 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}; \dfrac{3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}\right)$. **353.** $\left(\dfrac{\sqrt{5} - 3}{4}; \dfrac{3 - \sqrt{5}}{4}\right)$.

354. $\left(-\dfrac{3}{4}; -\dfrac{41}{8}\right)$. **355.** $(-2; 0), (1; 0), (2; 0), (0; 4)$. **356.** $(-2; 0)$, $(-1; 0)$, $(1; 0)$, $(0; 2)$. **357.** 1) $(-0{,}5; 4)$, $(-0{,}5; -4)$; 2) $(-0{,}375; 4{,}25)$, $(-0{,}375; -4{,}25)$. **358.** 1) $\left(-\dfrac{1}{6}; 6\right)$, $\left(\dfrac{1}{6}; 6\right)$; 2) $\left(-\dfrac{5}{3}; -5\right)$, $\left(\dfrac{5}{3}; -5\right)$.

359. $A\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{2}; \dfrac{13}{4}\right), B\left(-\dfrac{\sqrt{5 - \sqrt{13}}}{2}; 0\right), C\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}; -3\right)$. **361.** $(\sqrt{2}; 0)$, $(-\sqrt{2}; 0)$. **362.** $(2; 0)$, $(-2; 0)$. **363.** $(4 + \sqrt{14}; 0)$, $(4 - \sqrt{14}; 0)$.
364. $(6 + \sqrt{33}; 0)$, $(6 - \sqrt{33}; 0)$. **365.** $y = 32$. **366.** $y = -12$.

367. $y = \dfrac{1}{2}(x + 1)$. **368.** $y = -\dfrac{1}{2}(x + 1)$. **369.** $(0; 0), (8; 0), (0; 6)$.

370. $(1; 0), (3; 0), (0; 1), (0; 3)$. **371.** $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$.
372. $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$. **373.** $(0; -16)$. **374.** $(0; 30)$. **375.** $-1 \leqslant x \leqslant 1{,}5$.
376. $0 \leqslant x \leqslant 2$. **377.** $-2 < x < 6$. **378.** $-15 \leqslant x \leqslant 9$. **379.** $-7 < y < 7$.
380. $-1 < y < 7$. **381.** $4 \leqslant x \leqslant 5$. **382.** $0 < x < 2$. **383.** $1 \leqslant x \leqslant 4$.
384. $-13 < x < -8$. **385.** $0 \leqslant x \leqslant 2$. **386.** $-4 \leqslant x \leqslant 0$. **387.** $-\dfrac{7}{9} \leqslant y < \dfrac{1}{3}$.

388. $0 < x \leqslant \dfrac{10}{11}$. **389.** $x \geqslant -5$. **390.** $x \geqslant -7$. **391.** $-5 \leqslant x \leqslant 2$.
392. $-3 \leqslant x \leqslant 6$. **393.** $0 \leqslant x \leqslant 7$. **394.** $0 \leqslant x \leqslant 5$. **395.** 2. **396.** 3.

397. $\left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; -\sqrt{2}\right] \cup \left[0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \sqrt{2}\right]$.
398. $[-\sqrt{7}; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$. **399.** $[11; +\infty)$. **400.** $[4; +\infty)$. **401.** $[2; 2{,}5) \cup (2{,}5; 5]$. **402.** 2. **403.** 1. **404.** 5. **405.** -1. **406.** $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. **407.** $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. **408.** $-12{,}25$. **409.** $2\frac{2}{3}$. **410.** $\frac{3}{4}$. **411.** $[3; +\infty)$. **412.** $-4 \leqslant x \leqslant 2$. **413.** 24,2 м. **414.** 9 кг. **415.** $v_1 = 30$ км/ч; $v_2 = 25$ км/ч. **416.** 600 км. **417.** 24 км/ч, 32 км/ч. **418.** 90; 130. **419.** 10 деталей в час. **420.** 60 км/ч. **421.** 80 км/ч. **422.** 20. **423.** 30. **424.** 8 ч. **425.** 9 дней. **426.** за $1\frac{29}{31}$ ч. **427.** 1 ч. **428.** $\frac{840}{137}$ мин. **429.** $\frac{600}{47}$ часа. **430.** 100 км/ч. **431.** 500 км. **432.** 20. **433.** 36. **434.** 45. **435.** 40. **436.** 15. **437.** 8,25. **438.** 10 км/ч. **439.** 5 км/ч. **440.** 10 кг; 25 кг. **441.** 120 г. **442.** 5,25 ч. **443.** 2 ч. **444.** 12 км/ч, 4 км/ч. **445.** 1 : 3. **446.** 3 : 1. **447.** 15 км/ч. **448.** 30 мин, 45 мин. **449.** Медь — 75%, цинк — 25%. **450.** 2400. **451.** 5. **452.** 40 км/ч, 50 км/ч. **453.** 10 ч, 6 ч. **454.** 80 км/ч. **455.** 24; 40. **456.** 9 ч, 18 ч. **457.** 60 км/ч, 75 км/ч. **458.** 120. **459.** 3. **460.** 2,5. **461.** 72 км/ч. **462.** 70 км/ч. **463.** 100, 60. **464.** 120, 48. **465.** 180 км. **466.** 36 км/ч, 48 км/ч. **467.** 72 км/ч, 60 км/ч. **468.** 75 км/ч, 60 км/ч. **469.** 4 кг. **470.** 96 км. **471.** $\frac{7}{3}$. **472.** 4 км/ч. **473.** 10 ч, 15 ч.
474. 12 ч, 24 ч. **475.** 28 ч, 21 ч. **476.** 12. **477.** 2,4 км. **478.** 2,4. **479.** 100.
480. 12. **481.** 60 км/ч. **482.** 90 км/ч. **483.** 35. **484.** 10. **485.** 20 и 30.
486. 30 и 25. **487.** 1 : 2. **488.** 3 : 1. **489.** 3 : 7. **490.** 3 : 4. **491.** 2. **492.** 7. **493.** 1,5. **494.** 24. **495.** 2,4. **496.** 8. **497.** 80 и 12. **498.** 5 и 20. **499.** 8 и 4. **500.** 30 и 60. **501.** 800. **502.** 75. **503.** 4. **504.** 6,3. **505.** 10. **506.** $\frac{10}{3}$. **507.** 24 и 40. **508.** $2\frac{2}{3}$. **509.** 3. **510.** 4. **511.** 21. **512.** 21. **513.** 2. **514.** 6. **515.** 12, 8 и 24 месяца. **516.** 4, 6 и 12 месяцев. **517.** $\frac{40}{9}$. **518.** 10. **519.** 4 : 3. **520.** 5 : 4. **521.** 8 и 10 дней. **522.** 15 и 12 дней. **523.** 4 при $0 < a < 7$; 3 при $a = 7$; 2 при $a > 7$. **524.** 4 при $0 < a < 9$; 3 при $a = 9$; 2 при $a > 9$. **525.** $(0{,}5; 3)$. **526.** $(-1; -0{,}5)$. **527.** $-6; 6$. **528.** $-14; 14$. **529.** ± 15. **530.** ± 7. **531.** $(-4; 2)$. **532.** $(-5; -1)$. **533.** $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$. **534.** $\left(1; \frac{9}{8}\right)$. **537.** $k = 4, a = 1$. **538.** $k = 0, b = -4$. **539.** $(-\infty; -2{,}8] \cup (-2{,}5; -2) \cup (2; +\infty)$. **540.** $(-1; 0) \cup (0; 9)$. **541.** 11,5. **542.** 32850.

543. 35392. **544.** 72. **545.** 0,5, 3,5. **546.** $(-3; 3)$. **547.** $-1; 0; 1; 2; 3$.
548. $a \in Z$. **549.** $0; 1; -\frac{1}{3}$. **550.** $0; 1; -\frac{1}{3}$. **551.** $-10; 6$. **552.** $-15; 9$.
553. $a \in (2; 4)$. **554.** $a \in \left(\frac{11}{9}; +\infty\right)$. **555.** $m \in (-1{,}75; 0)$. **556.** 3.
557. 5; 6. **558.** $-4{,}5 < a < 0{,}75$. **559.** $-0{,}4 < a < \frac{1}{3}$. **560.** 1.
561. $y = -0{,}5x + 2{,}5$; $y = 2x - 5$. **562.** 0; 1. **563.** $a \in (-6; +\infty)$.
564. $-1; 3$. **565.** $a \in (-\infty; -0{,}5)$. **566.** 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 5)$; 3 при $a = 5$; 2 при $a > 5$. **567.** 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 4)$; 3 при $a = 4$; 2 при $a > 4$.
568. $0; 1$. **569.** $0; 1$. **570.** $(-\infty; -3)$. **571.** $(0; 3)$. **572.** $(2; +\infty)$.
573. $(-\infty; -4)$. **574.** 7; -4. **575.** 2; -5. **576.** $b = 4$; $c = 4$. **577.** $b = -6$; $c = 11$. **578.** $(-6; -2]$. **579.** $[3; +\infty)$. **580.** $m \in (-2; -1) \cup \{0\}$.
581. $m \in (0; 1) \cup (2; 4)$. **582.** $\{-2\} \cup (4; +\infty)$. **583.** $(-1; 0)$. **584.** -1.
585. -6, 2. **586.** $0 \leqslant k < 1$. **587.** $-2 \leqslant k < 0$. **588.** -10. **589.** -2.
590. $k > 9$. **591.** $k > 2$. **592.** $0 < k < 11$. **593.** $0 < k < 18$.
594. $3{,}5 < a \leqslant 4$. **595.** $4 < a \leqslant 4{,}5$. **596.** $-\frac{9}{8} \leqslant c < 0$. **597.** $p > \frac{4}{3}$.
598. $p < 12$, $p > 14$. **599.** $-7 < k < 0$. **600.** -1. **601.** $b = 8$; $c = 23$.
602. $k < -1$. **603.** $-1 < k \leqslant 0$. **604.** $-6 < a < 3$. **605.** $-4 < k < 6$.
606. $1 < k < 3$. **607.** $-3 < k < 2$. **608.** $(1; 2)$. **609.** $-6 \leqslant a < 2$.
610. $-2 < a \leqslant 6$. **611.** $-\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$. **612.** $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$. **613.** $a > 1$.
614. $a < -6$. **615.** $k \in \{-4\} \cup \left[-\frac{12}{5}; -\frac{8}{3}\right]$. **616.** $k \in [-1; 3]$.
617. $k \in (0{,}5; 2)$. **618.** $(0;\ 0{,}5] \cup [1;\ 3)$. **619.** $(-\infty; -2] \cup \{-1\}$.
620. $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$; $k = \frac{2}{3}$; $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$. **621.** $\frac{2}{3} \leqslant k < \frac{6}{7}$; $\frac{6}{7} < k \leqslant 2$. **623.** 8.
624. 2,4. **626.** 15,6. **628.** 10. **629.** 1,5. **631.** 0,25. **632.** 1,5. **634.** 12.
635. 2. **636.** 2. **637.** 30. **638.** 20. **639.** 3. **641.** 10. **643.** 25. **645.** 10.
646. $\frac{125}{12}$. **647.** 2. **649.** $2\sqrt{7}$. **650.** 1. **651.** 14. **653.** 14. **655.** 30. **656.** 66.
659. 1; 7. **661.** 6. **662.** 4. **663.** 8. **664.** 40. **665.** 20. **666.** 2. **667.** $2\sqrt{3} + 4$.
670. $14\sqrt{2}$. **671.** 21,25. **672.** 8. **673.** 3. **674.** 0,75. **675.** 49. **676.** 6. **677.** 17.

Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5–9 классы). Приказ Минобрнауки РФ №1897 от 17.12.2010.
2. Государственная итоговая аттестация учащихся 9 класса: принципы и особенности организации. Сборник нормативно-правовых и инструктивно-методических материалов / Сост. Л. О. Рослова. — М.: Просвещение, 2005.
3. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений 2012 года. [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2011. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
4. Кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений 2012 года. [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2011. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
5. Демонстрационный вариант экзаменационной работы для проведения в 2012 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по математике обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования. [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2011. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
6. *Дорофеев В. Г. и др.* Оценка качества подготовки выпускников основной школы по математике. — М.: Дрофа, 2000.
7. *Лысенко Ф. Ф. и др.* Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2012: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион-М, 2012.
8. *Лысенко Ф. Ф. и др.* Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2012. Учебно-тренировочные тесты / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. —Ростов-на-Дону: Легион-М, 2012.

ГИА-9

Учебное издание

Безуглова Галина Сергеевна, **Войта** Елена Александровна,
Горбачёв Александр Викторович, **Евич** Людмила Николаевна,
Казьмин Игорь Александрович, **Коннова** Елена Генриевна,
Максимчук Олег Михайлович, **Нужа** Галина Леонтьевна,
Ольховая Людмила Сергеевна, **Резникова** Нина Михайловна,
Сапожников Олег Витальевич

МАТЕМАТИКА. 9 КЛАСС
ПОДГОТОВКА К ГИА-2013

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Обложка *А. Вартанов*
Компьютерная верстка *С. Иванов*
Корректор *Н. Коновалова*

Подписано в печать с оригинал-макета 17.09.2012.
Формат 60x84$^1/_{16}$. Бумага типографская.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 16,74.
Доп. тираж 50000 экз. Заказ № 33351.

Издательство ООО «Легион» включено в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, которые допускаются к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждениях. Приказ Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009, зарегистрирован в Минюст России 15.01.2010 № 15987.

ООО «ЛЕГИОН»
Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344011, г. Ростов-на-Дону, пер. Доломановский, 55.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных издательством электронных носителей в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru